

用 Monte Carlo 法分析固体火箭发动机 推力终止过程内弹道散布*

杨 涛 郑荣跃 方丁酉 夏智勋

(国防科技大学航天技术系, 长沙, 410073)

摘 要: 用辨识方法确定了带反喷固体火箭发动机推力终止过程中的瞬变参数, 视这些参数是服从正态分布的随机变量, 用 Monte carlo 方法分析了推力终止过程内弹道的散布。结果显示, 推力终止过程中不同时刻压力散布服从正态分布, 据此求出了弹道散布的数字特征和分布函数, 研究结果对带反喷管的固体火箭发动机设计有参考价值。

主题词: 固体推进剂火箭发动机, 内弹道计算, 随机取样, 计算机仿真, 参数识别

分类号: V435.1

THE ANALYSIS OF INTERIOR BALLISTIC DISPERSION OF SRM DURING THRUST TERMINATION WITH MONTE CARLO METHOD

Yang Tao Zheng Rongyao Fang Dingyou Xia Zhixun

(Dept. of Aerospace Technology, National Univ. of Defence Technology, Changsha, 410073)

Abstract: As the transient parameters during thrust termination of SRM with four reverse nozzles are determined by identification techniques and considered as random variables which obey normal distribution, the interior ballistic dispersion during thrust termination can be analyzed by Monte Carlo method. The results show that the pressure dispersion obeys normal distribution. The digital characteristic parameters and distribution function are also determined in this paper. This study is useful for the design of SRM with reverse nozzle.

Subject terms: Solid propellant rocket motor, Interior ballistic calculation, Random scanning, Computerized simulation, Parameter identification

1 引 言

为提高导弹的精度和可靠性, 精确预估反喷管打开后的推力终止过程内弹道及其散布甚为必要。本文将视推力终止过程中的瞬态燃速, 反喷管流量收缩因子, 反喷管开放函数等瞬变参数为随机变量, 用 Monte Carlo 方法对推力终止过程内弹道进行计算机随机模拟。认为瞬变参数服从正态分布, 以这些随机变量做为内弹道计算的入口参数, 产生随机数并进行模拟组合, 得到相应的发动机内弹道入口参数组; 求出发动机的压力-时间曲线及其它性能参数; 对发动机性能散布进行统计分析, 求得性能散布的数字特征和分布函数, 并对其进行检验。

* 收稿日期: 19961026, 修回日期: 19970105

2 内弹道模型

Monte Carlo 法内弹道散布分析是一种基于内弹道计算的计算机模拟方法,其可靠性很大程度上取决于内弹道模型的精度。研究发动机采用贴壁浇注的翼柱形装药含铝丁羟推进剂,外径为 1000mm,装药长度为 3956mm,发动机工作时间为 72.20s,推力中止指令下达的时间为 64.00s,主喷管喉径为 154mm,头部有四个对称分布的斜切口反向喷管,每个喷管喉径为 70mm。本文将用工程上实用的辨识方法确定模型中的瞬变参数。

2.1 瞬变燃速模型

推力终止过程伴有很高的负压变化率,在这种压力急剧变化条件下,固体推进剂的瞬时燃烧速率与瞬时压力相对应的稳态燃烧速率值有很大不同。尽管人们对了解瞬变燃烧现象作了大量尝试,但在理论和实验方面的许多问题仍未得到解决。Nolzon [1] 试图使用各种瞬变燃烧模型去预估由 Brulard 所测得的一组压力衰减速率,发现各种模型预估结果之间有重大差别。这说明各种理论模型用于实际还有一段距离。我们形式上采用 Parke 和 Summerfield 用 dp/dt 模型导出的瞬态燃速公式

$$r = r_0 \left[1 + \frac{k_1}{r_0^2} \left(\frac{1}{p} \frac{dp}{dt} \right)^{k_2} \right] \quad (1)$$

$$r_0 = bp^n \quad (2)$$

式中 r_0 和 r 分别表示压力 p 所对应的稳态和瞬态燃速, b 为燃速系数, n 为压力指数, k_1 和 k_2 为常数,反映瞬时燃速对推进剂、降压速率以及瞬时压力的依赖关系,本文用辨识方法确定。

2.2 反喷管的流量收缩因子

反喷管工作时间很短,内型面都比较简单。4 个反向喷管均匀分布在与发动机轴线成 45° 角的方向上,入口没有收敛段,整个内型面近似于一圆柱形。流过这种简单型面的喷管喉部的实际流量与一维流量相比有较大差别,我们用流量收缩因子 φ 表示流过反向喷管的实际流量,为一维流量。 φ 很难精确预示,本文用辨识方法确定。

2.3 反喷管的开放函数

当推力终止指令下达后,反向喷管的紧锁装置解锁,喷管中的堵盖在燃烧室压力作用下加速向外飞出,堵盖与喷管壁之间的有效流动面积逐渐增大,当这一面积等于或大于反向喷管的喉部面积时,反喷管才算完全打开。这一过程可用图 1 表示, r 为堵盖半径, α 为堵盖向外飞出时的加速度, α 为反喷管的扩张角, S_d 表示完全打开时堵盖移动距离。反喷管逐渐打开时,喉部面积对时间的关系为反喷管的开放函数,用下式表示:

$$f_{(t)} = \begin{cases} A_{tp}(t/t_d)^\alpha & (0 \leq t \leq t_d) \\ A_{tp} & (t > t_d) \end{cases} \quad (3)$$

$f_{(t)}$ 表示反喷管打开过程中任一瞬时反喷管的有效喉部面积,在反喷管完全开放所需的时间 t_d 以前,有效喉面是按幂函数增大的,在 t_d 以后,有效喉面不变, t_d 称为反喷管打开延迟时间。本文用辨识方法确定 t_d 和 α 。

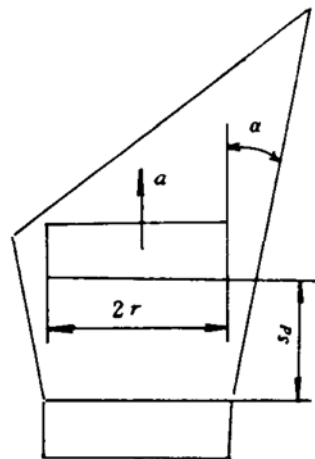


Fig. 1 The opening process of reverse nozzle

用一条试车的压力-时间曲线, 对 b 、 n 、 k_1 、 k_2 、 t_d 、 α 、 φ 7 个参数进行了辨识, 因推力终止过程压力变化较大, 辨识时考虑了基础燃速在宽广压力范围内的变化, 表 1 给出了瞬变参数辨识结果, 图 2 给出了预示的 p - t 曲线与实验数据的比较, 这条预测 p - t 曲线就做为推力终止过程内弹道随机模拟的基准曲线。

Table 1 The identified transient parameters of the motor

Pressure (MPa)	b	n	k_1	k_2	t_d	α	φ	Pressure normalized variance
4.218—1.8	3.9135E-5	0.3144	0.3E-7	0.99	0.00497	2.0	0.781	0.00702
1.8—0.8152	2.346E-5	0.3503						

3 随机数的产生与检验

3.1 均匀分布随机数的产生与检验

Monte Carlo 法是用一组与入口参数同分布的随机数来模拟其随机性的。产生任何分布随机数的基础是 $[0, 1]$ 上均匀分布的随机数的产生。本文用移位法^[2]产生 $[0, 1]$ 上均布随机数。基本思想和步骤是:

(1) 给定一个具有 p 位小数的初值 X_0 , 令其自乘, 则得到一个具有 $2p$ 位的小数 x_0^2 。当 x_0^2 的尾数超过机器字长时, 机器本身会舍弃多余的尾数。

(2) 判断 x_0^2 是否小于 1, 若 $x_0^2 < 1$, 则右移 x_0^2 小数点, 直到 $x_0^2 > 1$, 舍弃 x_0^2 的整数位, 保留的小数部分就是 $[0, 1]$ 上的一个均布随机数 X_1 。

(3) 以 X_1 为初值, 重复前两步, 如此循环, 就得到一组均匀分布的随机数。

给定 9 个不同初值, 产生 9 组 $[0, 1]$ 上均布随机数, 每组数据为 320 个, 对每组这样的随机数进行了参数检验和 χ^2 检验, 表 2 给出检验结果。

3.2 标准正态分布随机数的产生

在产生 $[0, 1]$ 上均匀分布随机数之后, 用反变换法产生标准正态的随机数, 由于正态分布的逆函数求不出, 多用有理逼近的方法。设 r 为 $[0, 1]$ 上均布的随机数, 构造随机变量^[3]

$$x = \begin{cases} \sqrt{-\ln r} & (0 < r \leq 0.5) \\ \sqrt{-2\ln(1-r)} & (0.5 < r < 1) \end{cases} \quad (4)$$

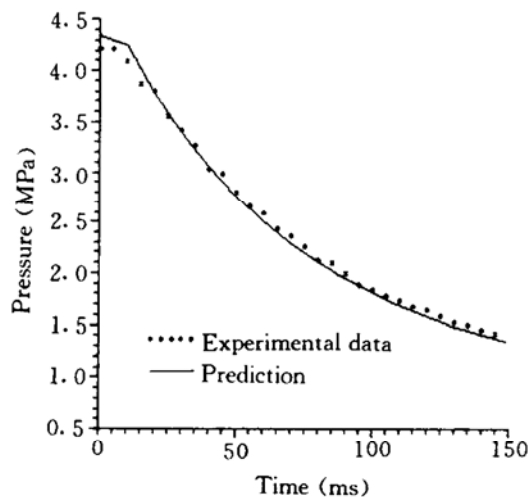
Fig. 2 The comparison of predicted p - t curve with the experiment data

Table 2 The checking table of uniform distribution random number

No.	Degree of freedom	Level of significance	χ^2 Critical value	Subsample mean	Subsample variance	χ^2 observed value	Conclusion
1				0.4684	0.08766	29.600	Accept H_0
2				0.5227	0.08066	29.400	Accept H_0
3				0.4743	0.08460	34.000	Accept H_0
4				0.4699	0.08739	33.200	Accept H_0
5	29	0.05	42.557	0.5132	0.08772	18.800	Accept H_0
6				0.4928	0.08652	35.000	Accept H_0
7				0.4942	0.08338	29.800	Accept H_0
8				0.4940	0.09170	34.200	Accept H_0
9				0.5185	0.07766	24.400	Accept H_0

$$\xi = \begin{cases} x - \frac{a_0 + a_1x + a_2x^2}{1 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3} & (0 < r \leq 0.5) \\ \frac{a_0 + a_1x + a_2x^2}{1 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3} - x & (0.5 < r < 1) \end{cases} \quad (5)$$

其中 $a_0=2.515517$, $a_1=0.802853$, $a_2=0.010328$

$b_1=1.432788$, $b_2=0.189269$, $b_3=0.001308$

用这一方法进行抽样, 与正态分布的直接抽样的真值误差小于 10^{-4} 。

3.3 人口参数组的模拟

设推力终止过程瞬变参数服从正态分布, 只是均值和标准差不同, 故对标准正态分布随机数分别做线性变换即可得到所需的正态分布随机数, 设 ξ 是服从标准正态分布的随机数, 瞬变参数 x 的均值为 $\bar{x}$, 均方差为 s , 则服从正态分布 $N(\bar{x}, s^2)$ 的随机数为 $x = \bar{x} + \xi s$ 。

4 推力终止过程的弹道散布

考察推力终止过程中 15 个不同时刻的压力点, 给定 320 组内弹道入口参数, 经过内弹道计算, 得到子样容量为 320 的 15 组弹道散布分析的统计子样。假定每点压力服从正态分布, 分别用子样均值和子样方差去估计数学期望和方差, 并对分布函数进行了拟合优度检验, 结果列于表 3。表中, 压力散布的最大值和最小值的置信概率为 0.9913, 即压力散布的最大值和最小值由下述公式求出:

$$\text{最大值} = \text{平均值} + 3\sigma \quad \text{最小值} = \text{平均值} - 3\sigma \quad (7)$$

式中 σ 为对应压力点的均方差。图 3 给出了推力终止过程 $p-t$ 曲线的散布包络线。

5 结 论

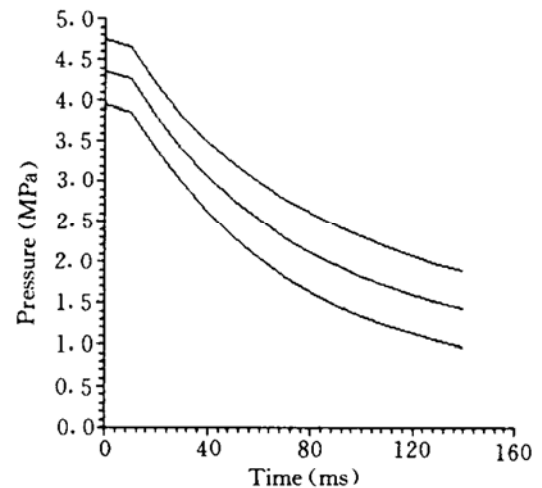
用辨识技术确定推力终止过程中的瞬变参数, 使内弹道模型能较好地符合实际, 增加了用 Monte Carlo 法进行弹道散布分析的实用价值。大量模拟计算表明, 反喷管打开后燃烧室压力散布服从正态分布, 并且给出了 $p-t$ 包络曲线, 为用反向喷管实现推力终止或级间分离发动机的设计和可靠性评价提供了理论依据。

Table 3 The checking results of ballistic distribution and distribution function

No.	Time (ms)	Level of significance	χ^2 critical value	Pressure mean (MPa)	Pressure variance (MPa)	χ^2 observed value	Conclusion
1	0			4.356	0.01577	23.658	Accept H_0
2	10			4.266	0.01541	34.063	Accept H_0
3	20			3.797	0.01450	29.980	Accept H_0
4	30			3.397	0.01586	35.999	Accept H_0
5	40			3.058	0.01795	31.757	Accept H_0
6	50			2.768	0.01996	29.497	Accept H_0
7	60	0.05	42.557	2.520	0.02153	35.804	Accept H_0
8	70			2.306	0.02257	17.928	Accept H_0
9	80			2.122	0.02312	33.279	Accept H_0
10	90			1.964	0.02319	33.971	Accept H_0
11	100			1.826	0.02284	23.777	Accept H_0
12	110			1.707	0.02231	24.525	Accept H_0
13	120			1.602	0.02172	22.233	Accept H_0
14	130			1.510	0.02102	17.161	Accept H_0
15	140			1.429	0.02027	27.058	Accept H_0

参 考 文 献

- 1 Nelson C W. Transition combustion. Models vs ONERA Data BRL Technical Report NO 2499, 1983
- 2 徐钟济. 蒙特卡罗方法. 上海: 上海科学技术出版社, 1985
- 3 Muller M E. A comparison of methods for generating normal deviates on digital computer. JACM, 1959(3): 376

**Fig. 3 The pressure distribution during the thrust termination**