

布雷顿和卡诺热机循环性能比较

(Ⅱ) 定常态流变温热源循环*

陈林根 朱志民 曹跃云 孙丰瑞

(海军工程学院, 武汉, 430033)

摘 要: 研究定常态变温热源热机循环性能, 导出内可逆卡诺热机和布雷顿热机的最佳功率、效率关系和最大功率及相应的效率界限, 并对这两种热机循环的最优性能进行了比较。理论分析表明, 在相同的边界条件和热效率下, 布雷顿循环的功率可以高于卡诺循环的功率, 极限情况下前者是后者的两倍。对于变温热源条件, 布雷顿循环主要受益于其工质与热源间有较佳的匹配。所得结果对热机工作参数和工质的最优选择有一定指导意义。

主题词: 航天器电源, 布雷顿循环, 卡诺循环热效率, 热流计算, 参数最优化

分类号: V231.11

COMPARISON IN PERFORMANCE OF BRAYTON AND CARNOT THERMAL ENGINE CYCLES

(Ⅰ) STEADY FLOW CYCLES WITH FINITE RESERVOIRS

Chen Linggen Zhu Zhimin Cao Yueyun Sun Fengrui

(Naval Academy of Engineering, Wuhan, 430033)

Abstract: The performance of steady flow Brayton and Carnot engine cycles is studied for finite thermal capacitance of heat reservoirs. The optimal power output cycle efficiency and their limit are derived. A comparison between the performance characteristics of the two cycles is performed. Theoretical analysis shows that the optimal power output of the Brayton cycle is higher than that of the Carnot cycle under the same specified boundary conditions. The former can be twice as high as the latter in the limit case. The Brayton cycle is benefited from the matching between working fluids and the variable-temperature heat reservoirs. The results given in this paper provides a guidance for practicing engines in selecting operating parameters and working fluids.

Subject terms: Spacecraft power supply, Brayton cycle, Carnot cycle Thermal efficiency, Heat flow calculation, Parameter optimization

1 引 言

对变温热源循环的有限时间热力学研究大致可分为两类, 一类是求循环的最优构型^[1,2], 另一类是求给定循环(一般讨论卡诺循环)的最优性能^[3~5]。因此在这第二部分中, 将研究变温热源条件下内可逆卡诺和布雷顿热机循环性能, 导出它们的功率、效率关系, 并进行性能

比较。分析结果表明,与恒温热源下的结果^[6]不同,在变温热源条件下,当边界条件和热效率相同时,变温热源布雷顿循环能得到比变温热源卡诺循环更大的功率;而工质的热容率也存在最佳值,使变温布雷顿循环达到最佳功率。这一分析比传统的循环^[7,8]更有意义,对实际动力工程有一定指导作用。

2 定常态变温热源卡诺热机循环的优化

考虑图1所示为内可逆定常态变温热源卡诺热机循环。Andresen 和 Gordon^[9]的研究表明,逆流式换热器是各种型式换热器中热力性能最佳的,因此设工质与热源间的换热器为逆流式。设高温热源加热流体的热容率(质量流率与定压比热容之积)为 C_H , 进、出换热器的温度为 $T_{H,in}$, $T_{H,out}$; 冷源冷却流体的热容率为 C_L , 进、出换热器的温度为 $T_{L,in}$, $T_{L,out}$; 设高、低温侧换热器的热导率为 U_H , U_L ; 工质为理想气体,吸、放热工作温度为 T_{WH} , T_{WL} 。则由热源与工质间的传热、热源性质、换热器理论,其吸、放热流率为

$$Q_H = U_H[(T_{H,in} - T_{WH}) - (T_{H,out} - T_{WH})]/\ln[(T_{H,in} - T_{WH})/(T_{H,out} - T_{WH})] \quad (1)$$

$$Q_H = C_H E_H (T_{H,in} - T_{H,out}) \quad (2) \quad Q_H = C_H E_H (T_{H,in} - T_{WH}) \quad (3)$$

$$Q_L = U_L[(T_{WL} - T_{L,in}) - (T_{WL} - T_{L,out})]/\ln[(T_{WL} - T_{L,in})/(T_{WL} - T_{L,out})] \quad (4)$$

$$Q_L = C_L (T_{L,out} - T_{L,in}) \quad (5) \quad Q_L = C_L E_L (T_{WL} - T_{L,in}) \quad (6)$$

式中 E_H , E_L 为高、低温侧换热器有效度, $E_H = 1 - \exp(-N_H)$, $E_L = 1 - \exp(-N_L)$, N_H , N_L 为换热器的传热单元数, $N_H = U_H/C_H$, $N_L = U_L/C_L$ 。

循环的功率和效率为:

$$P = Q_H - Q_L \quad (7) \quad \eta = P/Q_H = 1 - Q_L/Q_H = 1 - T_{WL}/T_{WH} \quad (8)$$

由式(1)~(8)可求出功率与效率间的一般关系为:

$$P_C = [T_{H,in} - T_{L,in}/(1 - \eta)] \eta C_H E_H C_L E_L / (C_H E_H + C_L E_L) \quad (9)$$

在 $U_T = U_H + U_L$ 的约束条件下,求 $x = U_L/U_T$ 的最佳值可得一定效率下的最佳功率 P_{co} 。一般情况下, x_{opt} 无解析解,但当 $C_H = C_L$ 时可有 $x_{opt} = 0.5$, 与 U_T/C_H 无关,与恒温热源下的结果相同。当 $C_L/C_H = 10$, $U_T/C_H = 10$ (即 $C_L = U_T$) 时,可解出 $x_{opt} = 0.625$, 即当 $U_L/U_T = 0.625$ 时,一定效率下热机有最佳功率输出 P_{co} ; 而式(9)又表明,功率与效率呈类似抛物线关系,当 $\eta = 1 - (T_{L,in}/T_{H,in})^{0.5} = \eta_{CA}^{[10]}$ 时,有一般功率最大值:

$$P_{C,max} = (T_{H,in}^{0.5} - T_{L,in}^{0.5})^2 C_H C_L E_H E_L / (C_H E_H + C_L E_L) \quad (10)$$

而当 $x = x_{opt}$ 时有最佳功率最大值 $P_{co,max}$ 。

当 $T_{H,in}$, $T_{L,in}$, C_H 和 η 一定时, $\bar{P}_C = P_C / \{C_H [T_{H,in} - T_{L,in}/(1 - \eta)] \eta\} = \bar{P}_{C,max} = P_{C,max} / [C_H (T_{H,in}^{0.5} - T_{L,in}^{0.5})^2]$ 随 x 的变化关系见图2。由图可见,虽然 $\bar{P}_C$ 和 $\bar{P}_{C,max}$ 对 x 存在极值,但在 x_{opt} 很大邻域内, $\bar{P}_C$ 和 $\bar{P}_{C,max}$ 的变化相当平坦,因此从工程上看,即使 x 偏离 x_{opt} 一定的值,在

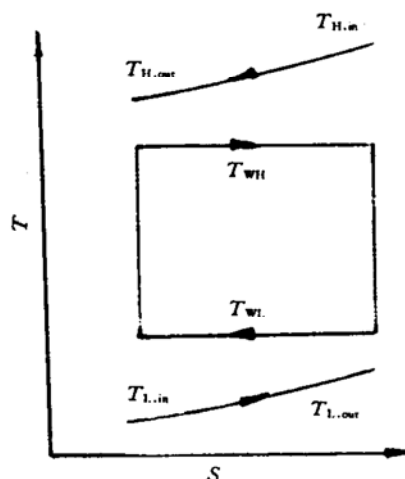


Fig. 1 Endoreversible Carnot engine coupled to variable-temperature heat reservoirs

给定的 C_H 、 $T_{H,in}$ 和 $T_{L,in}$ 下, 对一定的 η 仍可得该 η 下较佳的功率。当 $x = x_{opt}$ 时, 相应应有 $\bar{P}_{CO}$ 和 $\bar{P}_{CO,max}$ 。当 $C_H = C_L$ 时, $x_{opt} = 0.5$, 故有

$$\bar{P}_{CO} = \bar{P}_{CO,max} = \{1 - \exp[-U_T/(2C_H)]\}/2 \quad (11)$$

3 定常态变温热源布雷顿热机循环的优化

考虑图3所示的内可逆定常态变温热源布雷顿热机循环, 过程2-3、4-1为等压吸、放热过程, 1-2、3-4为等熵压缩、膨胀过程。设工质为理想气体, 有恒热容率 C_{wf} , 为质量流率 $\dot{m}$ 和比定压热容 c_p 之积。由工质与热源间的传热工质性质、热源性质和换热器理论可有吸、放热流率为

$$\dot{Q}_H = \frac{U_H[(T_{H,in} - T_3) - (T_{H,out} - T_2)]}{\ln[(T_{H,in} - T_3)/(T_{H,out} - T_2)]} \quad (12)$$

$$\dot{Q}_H = C_{wf}(T_3 - T_2) \quad (13)$$

$$\dot{Q}_H = C_H(T_{H,in} - T_{H,out}) \quad (14)$$

$$\dot{Q}_H = C_{H,min} E_{H1}(T_{H,in} - T_2) \quad (15)$$

$$\dot{Q}_L = \frac{U_L[(T_4 - T_{L,out}) - (T_1 - T_{L,in})]}{\ln[(T_4 - T_{L,out})/(T_1 - T_{L,in})]} \quad (16)$$

$$\dot{Q}_L = C_{wf}(T_4 - T_1) \quad (17)$$

$$\dot{Q}_L = C_L(T_{L,out} - T_{L,in}) \quad (18)$$

$$\dot{Q}_L = C_{L,min} E_{L1}(T_4 - T_{L,in}) \quad (19)$$

式中 $C_{H,min} = \min\{C_H, C_{wf}\}$, $C_{H,max} = \max\{C_H, C_{wf}\}$, $C_{L,min} = \min\{C_L, C_{wf}\}$, $C_{L,max} = \max\{C_L, C_{wf}\}$, $N_{H1} = U_H/C_{H,min}$, $N_{L1} = U_L/C_{L,min}$, $G_{H1} = \{1 - \exp[-N_{H1}(1 - C_{H,min}/C_{H,max})]\}/\{1 - (C_{H,min}/C_{H,max})\exp[-N_{H1}(1 - C_{H,min}/C_{H,max})]\}$, $E_{L1} = \{1 - \exp[-N_{L1}(1 - C_{L,min}/C_{L,max})]\}/\{1 - (C_{L,min}/C_{L,max})\exp[-N_{L1}(1 - C_{L,min}/C_{L,max})]\}$ 。

循环的4个工质温度间的关系为:

$$T_1 T_3 = T_2 T_4 \quad (20)$$

由式 (7)、(8) 和式 (12) ~ (20) 可导出布雷顿循环的功率输出与热效率间的一般关系为:

$$P_B = \frac{C_{H,min} C_{L,min} E_{H1} E_{L1} \eta [T_{H,in} - T_{L,in}/(1 - \eta)]}{C_{H,min} E_{H1} + C_{L,min} E_{L1} - C_{H,min} C_{L,min} E_{H1} E_{L1} / C_{wf}} \quad (21)$$

与卡诺热机一样, 在总热导率一定时, 存在 $x = U_L/U_T$ 的最佳值, 使一定效率下的功率趋于最佳值; 同时 P_B 对 $y = C_{wf}/C_H$ 也存在极值关系。求出 x_{opt} , y_{opt} 后有一定效率下的最佳功率

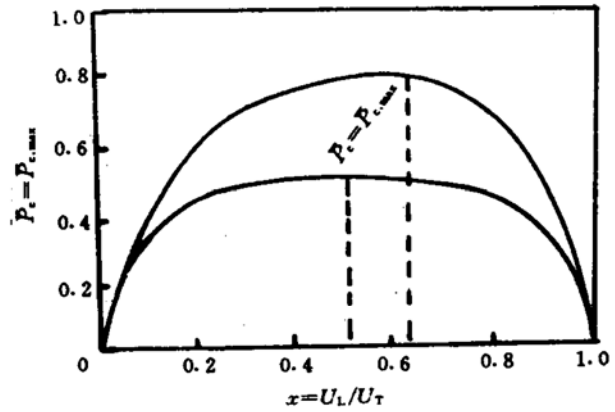


Fig. 2 Power versus $x = U_L/U_T$ characteristics for Carnot engine with $U_T/C_H = 10$

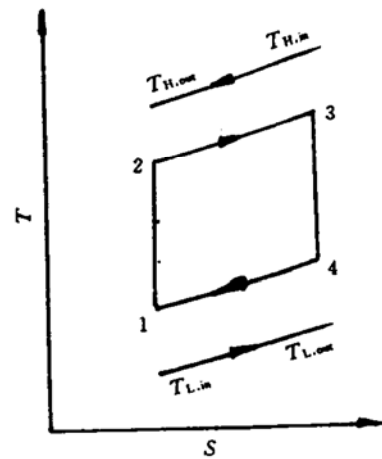


Fig. 3 Endoreversible Brayton engine coupled to variable-temperature heat reservoirs

P_{BO} 、 x_{opt} 、 y_{opt} 与 C_L/C_H 有关,一般情况下无解析解。但当 $C_L/C_H = 1$ 时,有 $x_{opt} = 0.5$, $y_{opt} = 1$, 一定效率下的最佳功率为

$$P_{BO} = [T_{H,in} - T_{L,in}/(1 - \eta)]\eta U_T/(4 + U_T/C_H) \quad (22)$$

y_{opt} 意味着工质与热源热容率的最佳匹配,这点与按经典热力学分析所得的循环工质与变温热源间的匹配准则^[11]是一致的。

当 $C_L/C_H \neq 1$ 时,由数值方法可计算出 x_{opt} 、 y_{opt} ,代入式(21)即得最佳功率 P_{BO} 与效率 η 关系。与卡诺热机一样,布雷顿热机的一般功率、最佳功率均对效率存在极值。当 $\eta = 1 - (T_{L,in}/T_{H,in})^{0.5} = \eta_{CA}$ ^[10] 时,有一般功率最大值

$$P_{B,max} = \frac{(T_{H,in}^{0.5} - T_{L,in}^{0.5})^2 C_{H,min} C_{L,min} E_{H1} E_{L1}}{C_{H,min} E_{H1} + C_{L,min} E_{L1} - C_{H,min} C_{L,min} E_{H1} E_{L1}/C_{wf}} \quad (23)$$

将 x_{opt} 、 y_{opt} 代入式(23)即得最佳功率最大值 $P_{BO,max}$ 。

4 两种变温热源定常态热机循环的比较

在相同的边界条件 ($T_{H,in}$, $T_{L,in}$, C_H , C_L , U_H , U_L) 下,一定效率下的布雷顿循环和卡诺循环的功率之比(也等于一般功率最大值之比)为

$$P_B/P_C = P_{B,max}/P_{C,max} = \frac{C_{H,min} C_{L,min} E_{H1} E_{L1} (E_H C_H + E_L C_L)}{C_H E_H E_L (C_{H,min} E_{H1} + C_{L,min} E_{L1} - C_{H,min} C_{L,min} E_{H1} E_{L1}/C_{wf})} \quad (24)$$

$P_B/P_C = P_{B,max}/P_{C,max}$ 与 C_L/C_H , C_{wf}/C_H , U_H 和 U_L 有关。当 $C_L/C_H = C_{wf}/C_H = 1$, $U_H = U_L = U_T/2$ (即 $C_{wf} = C_H = C_L$, $U_H = U_L$, $N_{H1} = N_{L1} = N_H = N_L$) 时,有 $P_B/P_C = P_{B,max}/P_{C,max}$ 最佳值:

$$\left(\frac{P_B}{P_C}\right)_0 = \frac{P_{BO}}{P_{CO}} = \left(\frac{P_{B,max}}{P_{C,max}}\right)_0 = \frac{P_{BO,max}}{P_{CO,max}} = \frac{2N_H \exp(N_H)}{(2 + N_H)[\exp(N_H) - 1]} \quad (25)$$

式(25)所示式子与 N_H 呈单调递增关系,当 $N_H = 0$ 时, $(P_B/P_C)_0 = (P_{B,max}/P_{C,max})_0 = 1$; 当 $N_H \rightarrow \infty$ 时, $(P_B/P_C)_0 = (P_{B,max}/P_{C,max})_0 = 2$ 。即当 $C_H = C_L = C_{wf}$, $U_H = U_L$ 时,在相同的边界条件下,变温热源布雷顿热机循环的功率总是高于变温热源卡诺热机循环的功率,在工质与热源间的热导率趋于无穷大极限时,前者的功率输出是后者的两倍,这一点与对劳伦斯循环和卡诺循环的有限时间热力学比较结果^[12] 相同。可见变温热源条件下两种热机循环的性能与恒温热源条件下的性能^[1] 有很大的改变。变温热源时布雷顿循环功率高于卡诺循环的根本原因是前者比后者更好地实现工质与变温热源间的热力学匹配。

当 $C_L/C_H \neq 1$ 时, P_B/P_C 也对 C_{wf}/C_H 存在极值。取 $U_H/C_H = U_L/C_L = 5$, $C_L/C_H = 5$ 及 2 和 1 时计算得到的结果见图 4。 $C_L/C_H = 5$ 和 2 时由式(24) 计算; $C_L/C_H = 1$ 时的最大值由式(25) 计算。式(25) 所示关系即为图 4 中 $C_{wf}/C_H = 1$ 时 $C_L/C_H = 1$ 的曲线峰值随 N_H 的变化关系,当 $N_H \rightarrow \infty$ 时为最高值 2。

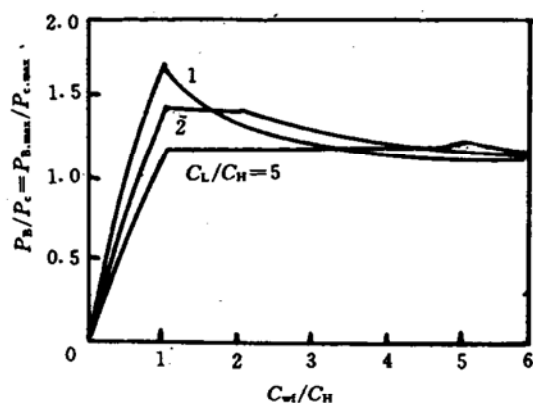


Fig. 4 Power comparison for Brayton and Carnot engines with $U_H/C_H = U_L/C_L = 5.0$

5 结 论

(1) 对恒温热源循环的讨论^[1]对变温热源循环依然适用, 即对变温循环, 依然可引入压缩、膨胀过程表证内不可逆性进行比较; 可优化面积分配代替优化热导率分配; 可推广到布雷顿循环与朗肯循环的性能比较。

(2) 循环的性能分析、比较有助于加深认识循环特性, 有限时间热力学方法用于循环比较能得到更符合工程实际的结果, 用于指导工程实践。

参 考 文 献

- 1 Ondrechen M J, Rubin M H, Band Y B. The generalized Carnot cycle: a working fluid operating in finite time between finite heat sources and sinks. *J Chem Phys*, 1983, 78(7): 421~427
- 2 陈林根, 孙丰瑞, 薛 蒙等. 热漏、有限热源对两源热机构型的影响. *燃气轮机技术*, 1996, 9(1): 4~7
- 3 Wu C. Engineering performance bound of an irreversible heat engine. *Energy Convers Mgmt*, 1988, 28(3): 207~209
- 4 Lee W Y, Kim S S. Finite-time optimization of a heat engine. *Energy The Int J*, 1990, 15(11): 979~985
- 5 Grazzini G. Work from irreversible heat engines. *Energy The Int J*, 1991, 16(4): 747~755
- 6 陈林根, 傀 宁, 孙丰瑞. 布雷顿和卡诺热机循环性能比较. I. 定常态流恒温热源循环. *推进技术*, 1997, 18(4)
- 7 Beans E W. Comparative thermodynamics for Brayton and Rankine cycles. *Trans ASME J Engng Gas Turbine Pow*, 1990, 112(1): 94~99
- 8 Woodward J B. Evaluation of Brayton and Rankine alternatives for Diesel waste heat exploitation. *Trans ASME J Engng Gas Turbine Pow*, 1994, 116(1): 39~45
- 9 Andresen B, Gordon J M. Optimal heating and cooling strategies for heat exchanger design. *J Appl Phys*, 1992, 71(1): 76~80
- 10 Curzon F L, Ahlborn B. Efficiency of a Carnot engine at maximum power output. *Am J Phys*, 1975, 43(1): 22~25
- 11 严晋跃, 吕灿仁, 马一太. 循环工质与变温热源匹配的热力学分析. *工程热物理学报*, 1987, 18(4): 314~316
- 12 Lec W Y, Kim S S. The maximum power from a finite reservoir for a Lorenzo cycle. *Energy The Int J*, 1992, 17(3): 275~281