

# 布雷顿和卡诺热机循环性能比较

## (I) 定常态流恒温热源循环\*

陈林根 倪 宁 孙丰瑞

(海军工程学院, 武汉, 430033)

**摘要:** 研究定常态恒温热源热机循环性能, 导出内可逆卡诺热机和布雷顿热机的最佳功率、效率关系和最大功率及相应的效率界限, 并对这两种热机循环的最优性能进行了比较。理论分析表明, 只有当工质的热容率趋于无穷大时, 布雷顿循环才能达到卡诺循环的性能。数值计算显示, 当布雷顿循环的工质热容率为高、低温侧换热器的热导率总量的 1.5 倍时, 布雷顿循环的功率已为卡诺循环功率的 99% 以上。

**主题词:** 热机, 卡诺循环, 布雷顿循环, 最优方案

**分类号:** V231.11

## COMPARISON IN PERFORMANCES OF BRAYTON AND CARNOT THERMAL ENGINE CYCLES

### (I) STEADY FLOW CYCLES WITH INFINITE RESERVOIRS

Chen Lingen Ni Ning Sun Fengrui

(Naval Academy of Engineering, Wuhan, 430033)

**Abstract:** The performances of steady flow in Brayton and Carnot thermal engine cycles are studied for infinite thermal capacitance rates of heat reservoirs. The fundamental relations between power output and efficiency, the maximum power outputs and the corresponding efficiency bounds of the cycles are derived. A comparison of the characteristics of the two cycles under same boundary conditions (same heat source/sink temperatures and heat exchanger conductances) is presented. Theoretical analysis shows that the power output for Brayton cycle approaches as value as that for Carnot cycle when the factor (ratio of thermal capacitance rate of the working fluid to the total heat exchanger inventory) approaches infinity. Numerical calculation indicates that the power output for Brayton reaches higher than 99% of that for Carnot as the factor equals to 1.5.

**Subject terms:** Heat engine, Carnot cycle, Brayton cycle, Optimal plan

## 1 引 言

不同循环间的性能比较一直是动力循环理论与应用中研究、分析的主题之一。最近, 曾用经典的循环分析法讨论了理论和实际的布雷顿和朗肯循环间的性能关系<sup>[1,2]</sup>。自从将传热过程引入卡诺热机循环研究<sup>[3~5]</sup>, 开创有限时间热力学理论后, 有关进展已有综述<sup>[6~9]</sup>。因此,

\* 收稿日期: 19960610, 修回日期: 19961206

完全可以用这一新的学科理论来进行循环分析与比较。本文将以定常态连续流(闭式)恒温热源内可逆卡诺和布雷顿热机为研究对象,导出这两种热机循环的基本优化关系,在相同的边界条件下进行性能比较。

## 2 定常态恒温热源卡诺热机循环的优化

考虑工作于恒温热源  $T_H$ 、 $T_L$  ( $T_H > T_L$ ) 间的内可逆卡诺热机(图1),其从  $T_H$  热源吸热和向  $T_L$  热源放热的工作温度分别为  $T_{WH}$  和  $T_{WL}$ ,且有  $T_H > T_{WH} > T_{WL} > T_L$ 。设工质与热源间的传热服从牛顿定律,则吸、放热流率分别为: $\dot{Q}_H = U_H(T_H - T_{WH})$ , $\dot{Q}_L = U_L(T_{WL} - T_L)$ 。此外  $U_H$ 、 $U_L$  分别为工质与高、低温热源间的热导率。循环的功率和效率分别为

$$P = \dot{Q}_H - \dot{Q}_L \quad (1)$$

$$\eta = \rho/\dot{Q}_H = 1 - \dot{Q}_L/\dot{Q}_H = 1 - T_{WL}/T_{WH} \quad (2)$$

由此可解得一定效率  $\eta$  下的功率为

$$P_c = [T_H - T_L/(1 - \eta)]\eta U_H U_L / (U_H + U_L) \quad (3)$$

在高、低温侧换热器的总热导率为常数,即  $U_T = U_H + U_L$  的约束条件下,求  $U_H$ 、 $U_L$  的最佳分配,即可得最佳  $P$ - $\eta$  关系。设  $x = U_L/U_T$ , 则有当  $x_{opt} = 0.5$ , 即  $U_H = U_L = U_T/2$  时, 有一定  $T_H$ 、 $T_L$ 、 $U_T$  和  $\eta$  下的最佳功率:

$$P_{co} = [T_H - T_L/(1 - \eta)]\eta U_T / 4 \quad (4)$$

此时功率与效率呈类似抛物线关系。当  $\eta = 1 - (T_L/T_H)^{0.5} = \eta_{CA}^{[3-5]}$  时, 有最大功率输出

$$P_{co,max} = (T_H^{0.5} - T_L^{0.5})^2 U_T / 4 \quad (5)$$

## 3 定常态恒温热源布雷顿热机循环的优化

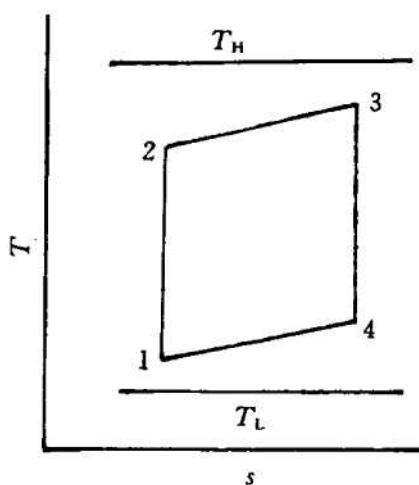


Fig. 2 Endoreversible Brayton engine coupled to constant-temperature heat reservoirs

考虑工作于  $T_H$ 、 $T_L$  热源间的定常态内可逆布雷顿热机循环(图2),过程2—3为从  $T_H$  热源吸热,4—1为向  $T_L$  热源放热,1—2和3—4为等熵绝热压缩和膨胀过程。设工质为理想气体,有恒热容率  $C_{wf}$ ,为质量流率  $\dot{m}$  和定压比热容之积。

由热源与工质间的传热、工质性质和换热器理论可有吸、放热流率为

$$\dot{Q}_H = U_H(T_3 - T_2)/\ln[(T_H - T_2)/(T_H - T_3)]$$

$$\dot{Q}_H = C_{wf}(T_3 - T_2)$$

$$\dot{Q}_H = C_{wf}E_H(T_H - T_3)$$

$$\dot{Q}_L = U_L(T_1 - T_4)/\ln[(T_1 - T_L)/(T_4 - T_L)]$$

$$\dot{Q}_L = C_{wf}(T_4 - T_1)$$

$$\dot{Q}_L = C_{wf}E_L(T_1 - T_L)$$

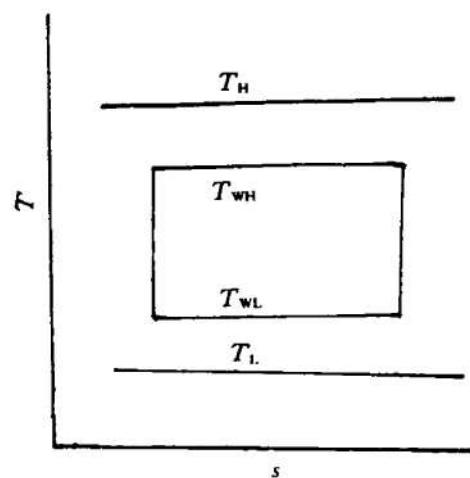


Fig. 1 Endoreversible Carnot engine coupled to constant-temperature heat reservoirs

式中  $E_H, E_L$  为高、低温侧换热器的有效度,  $E_H = 1 - \exp(-N_H)$ ,  $E_L = 1 - \exp(-N_L)$ ;  $N_H, N_L$  为传热单元数,  $N_H = U_H/C_{wf}$ ,  $N_L = U_L/C_{wf}$ 。

内可逆循环 4 个温度间的关系为:  $T_1 T_3 = T_2 T_4$ 。由式(1)、(2)和上述各式可解得一定效率下的功率为

$$P_B = [T_H - T_L/(1 - \eta)]\eta C_{wf} E_H E_L / (E_H + E_L - E_H E_L) \quad (6)$$

在  $U_T = U_H + U_L$  的约束条件下优化  $x = U_L/U_T$ , 可得当  $x_{opt} = 0.5$ , 即  $U_H = U_L = U_T/2$  时(与卡诺热机相同), 有一定  $T_H, T_L, U_T$  和  $\eta$  下的最佳功率

$$P_{BO} = [T_H - T_L/(1 - \eta)]\eta C_{wf} \{\exp[U_T/(2C_{wf})] - 1\} / \{\exp[U_T/(2C_{wf})] + 1\} \quad (7)$$

与卡诺循环一样, 当  $\eta = \eta_{CA}$  时有最大功率, 为

$$P_{BO,max} = (T_H^{0.5} - T_L^{0.5})^2 C_{wf} \{\exp[U_T/(2C_{wf})] - 1\} / \{\exp[U_T/(2C_{wf})] + 1\} \quad (8)$$

#### 4 两种恒温热源定常态热机循环的比较

在相同的边界条件(热源温度  $T_H, T_L$ , 总热导率  $U_T$ )下, 任意效率下布雷顿热机和卡诺热机的最佳功率和最大功率之比为

$$\frac{P_{BO}}{P_{CO}} = \frac{P_{BO,max}}{P_{CO,max}} = \frac{4 \{\exp[U_T/(2C_{wf})] - 1\}}{(U_T/C_{wf}) \{\exp[U_T/(2C_{wf})] + 1\}} \quad (9)$$

$P_{BO}/P_{CO}$  和  $P_{BO,max}/P_{CO,max}$  与  $C_{wf}/U_T$  呈单调递增关系, 见图 3 所示。当  $C_{wf}/U_T = 0$  时,  $P_{BO}/P_{CO} = P_{BO,max}/P_{CO,max} = 0$ ; 当  $C_{wf}/U_T \rightarrow \infty$  时,  $P_{BO}/P_{CO} = P_{BO,max}/P_{CO,max} \rightarrow 1.0$ ; 即只有当工质的热导率趋于无穷大(质量流率  $m$  无穷大或定压比热容无穷大)时, 布雷顿热机循环才能达到卡诺循环性能。

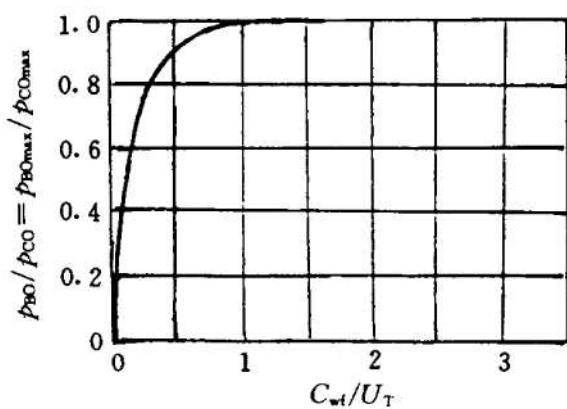


Fig. 3 Power comparison for Brayton and Carnot engines

计算表明, 当  $C_{wf}/U_T = 0.25, 0.5, 1.0, 1.5$  和  $5.0$  时,  $P_{BO}/P_{CO} = P_{BO,max}/P_{CO,max} = 0.7616, 0.9242, 0.9797, 0.9908$  和  $0.9991$ 。当  $C_{wf}/U_T$  从  $1.5$  增加到  $5.0$  时,  $P_{BO}/P_{CO}$  和  $P_{BO,max}/P_{CO,max}$  仅增加  $8\%$ , 而当  $C_{wf}/U_T = 1.5$  时, 布雷顿循环的最佳功率及其最大值已为卡诺循环最佳功率及其最大值的  $99\%$  以上。因此, 从实际工程看, 对定常态恒温热源布雷顿热机循环, 选择  $C_{wf} = 1.5U_T$ , 就可达到与卡诺热机循环非常接近的最优性能。当  $U_T = U_H + U_L$  一定(即工质与高、低温热源间的换热器性能一定)时, 合理选取工质的质量流率  $m$ , 并挑选合适的工质(挑选合适的  $C_p$  值), 使  $mC_p$  趋近于  $1.5U_T$ , 可得非常优良的布雷顿热机循环性能。因为卡诺热机循环是不可能实现的, 因此本文分析结果对实际热机循环的工质型式、工质流率和工作温度的选择有一定的指导意义。

#### 5 讨 论

(1) 本文讨论的布雷顿热机循环具有等熵压缩、膨胀过程, 与文献[1]类似。引入压缩和膨胀过程的效率  $\eta_c$  和  $\eta_t$ , 可分析实际循环过程, 并进行循环比较。

(2) 在求高、低温侧换热器热导率的最优分配时设总热导率为常数。另一种方法是设总面

积为常数,对卡诺循环,当  $f = f_a = (k_L/k_H)^{0.5}$  时有最佳功率

$$P_{CO} = [T_H - T_L/(1 - \eta)]\eta k_H F_T / [1 + (k_L/k_H)^{0.5}]^2 \quad (10)$$

而对布雷顿循环,当  $f = f_a$  满足下式时

$$k_H \{\exp \left[ \frac{k_L F_T}{C_{wf}(1 + f_a)} \right] - 1\} = k_L \{\exp \left[ \frac{k_H F_T f_a}{C_{wf}(1 + f_a)} \right] - 1\} \quad (11)$$

有最佳功率

$$P_{BO} = [T_H - T_L/(1 - \eta)]\eta k_H C_{wf} [\exp(N_{La}) - 1]^2 / \{k_L [\exp(N_a) - 1]\} \quad (12)$$

式中  $N_{La} = k_L F_T / [C_{wf}(1 + f_a)]$ ,  $N_a = F_T (k_H f_a + k_L) / [C_{wf}(1 + f_a)]$ 。比较式(4)、(10)和式(7)、(12)可知,两种不同约束条件下一定效率时的最佳功率和最大功率均是不同的。

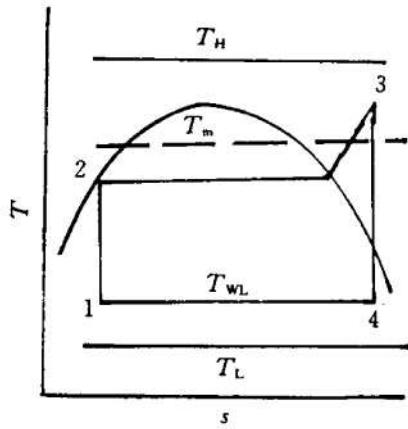


Fig. 4 Endoreversible Rankine engine coupled to constant-temperature heat reservoirs

肯循环比较。

(3) 本文与文献[1]的最大区别在于考虑了循环中的热阻损失,两种循环比较的前提是相同的边界条件,而不是相同的循环工质最高、最低工作温度。对后者,边界条件要发生变化,比较的前提是不一致的。显然,将传热与热力学相结合的有限时间热力学方法能提供更准确的指导作用。

(4) 对图4所示的内可逆朗肯循环,按照热力学分析中常用的方法取当量加热温度  $T_m = (h_3 - h_2)/(s_3 - s_2)$ ,式中  $h$  为焓,  $s$  为熵,则  $T_m$  相当于图1中所示内可逆卡诺循环的  $T_{WH}$ 。因此本文分析得到的布雷顿与卡诺循环的比较结论,完全适用于文献[1]中分析的布雷顿与朗肯循环比较。

## 参 考 文 献

- Beans E W. Comparative thermodynamics for Brayton and Rankine cycles. Trans. ASME J Engng Gas Turbines Pow, 1990, 112 (1): 94~99
- Woodward J B. Evaluation of Brayton and Rankine alternatives for Diesel waste heat exploitation. Trans. ASME J Engng Gas Turbines Pow, 1994, 116 (1): 39~45
- Novikov I I. The efficiency of atomic power stations (A review). Atommaya Energiya 3, 1957 (11): 409
- Chambadal P. Les centrales nucleaires. Paris: Armand Colin, 1957: 41~58
- Curzon F L, Ahlbom B. Efficiency of a Carnot engine at maximum power output. Am J phys, 1975, 43 (1): 22~24
- Andresen B, Salamon P, Berry R S. Thermodynamics in finite time. Phys Today, 1984: 62~70
- 陈林根, 孙丰瑞, 陈文振. 能量系统有限时间热力学的现状和展望. 力学进展, 1992, 22 (4): 479~488
- Sieniutycz S, Shiner J S. Thermodynamics of irreversible processes and its relation to chemical engineering: Second law analyses and finite time thermodynamics. J Non-Equilib Thermodyn, 1994, 19 (4): 303~348
- Bejan A. Entropy generation minimization: the new thermodynamics of finite-size devices and finite-time processes. J Appl Phys, 1996, 79 (3): 1191~1218