

固体推进剂非稳态燃烧模型数值特性*

王峻晔

桑秉诚

(上海交通大学能源工程系, 上海, 200240)

(哈尔滨工程大学航天工程系, 哈尔滨, 150001)

摘 要: 在修改的 KTSS 燃烧模型的基础上, 研究了热波燃烧模型的数值特性。在大幅度改变压力变化速率参数(β)和热释放参数(H)下, 计算结果显示: 1) 在大 β 值时, 燃速并未发散溢出, 直到 $\beta = \infty$, 燃速仍然是一个有限值, 在一个峰值波动之后, 趋向于稳态燃速。2) 在增大 H 值时, 燃速的不稳定是逐渐增加的。当 $H < 1$ 时, 燃速振荡后最终回到稳态值; 当 $1 < H < 1.045$ 时, 燃速是一系列重复、有限的尖峰; 但当 $H \geq 1.045$ 时, 燃速发散。

主题词: 固体推进剂, 燃烧稳定性, 模型, 数值分析

分类号: V512

NUMERICAL CHARACTERISTICS OF A THERMAL-WAVE COMBUSTION MODEL FOR SOLID PROPELLANT

Wang Junye

(Dept. of Energy Engineering, Shanghai Jiao Tong Univ., Shanghai, 200240)

Sang Bingcheng

(Dept. of Aerospace Engineering, Harbin Engineering Univ., Harbin, 150001)

Abstract: To estimate possible dynamic effects, numerical solutions for a typical thermal-wave combustion model (a modified KTSS) are obtained for a series of example cases. One significant result is that the effect of a dynamic factor, related to the magnitude of dp/dt , do not generate an unstable burning rate response. Another interesting result is that the larger the heat release parameter (H) is, the larger the temperature or burning rate responses. Intrinsic burning rate instability can occur for relatively large values of H . A stable regime mathematically to this model was misleading because of numerical difficulty. Exact numerical solutions of the present model have confirmed that the burning rate amplitude increases with increasing H for $\beta = 1$ and $m = 6$. The burning rate with oscillation approaches ap^n when $H < 1.0$. However, when $1 < H < 1.045$, the state of burning rate is composed of repeated, amplitude spikes even though the numerical solution remains finite. When $H > 1.044$, an unstable burning rate response is generated.

Subject terms: Solid propellant, Combustion stability, Model, Numerical analysis

符 号 表

A —— $E(1 - T_{\infty}/T_{so})$ (无量纲)

R —— r/r_0 (无量纲)

C_s, C_g ——固、气相比热 E —— E_{so}/RT_{so} (无量纲) E_{so} ——表面活化能 H —— $\bar{Q}/C_s(T_{so}-T_\infty)$ (无量纲) k_s, k_g ——固、气相导热系数 m ——指数 n, n_s ——压力指数 p ——压强 P —— p/p_0 (无量纲) Δp ——无量纲压强差 q_g ——固气交界面热流 Q_s ——表面反应热释放 r ——瞬态燃速 $\bar{R}$ ——无量纲稳态燃速 t ——时间 T_{so} ——初表面温度 x ——距离坐标 α ——热扩散系数 β ——压力变化参数 θ —— $(T-T_\infty)/(T_{so}-T_\infty)$ (无量纲) ρ_s ——固相密度 η —— $x(r_0/\alpha)$ (无量纲) τ —— $t(r_0/\alpha)$ (无量纲) R ——通用气体常数

下标

0——初始条件

 ∞ ——无穷远值

g——气相

so——初表面值

s——固相

j——网格节点

1 引言

高性能固体火箭发动机在点火、熄火等非稳态状态下,瞬时燃速大大偏离对应压强下的稳态燃速。在过去的几十年,虽建立了预测非稳态燃速的各种理论模型^[1~3],但对这些模型的数值特性却很少有人研究。文献^[4,5]对热波燃烧模型的两个主要参数——表面热释放(H)和压力变化速率(β)进行数值计算分析,发现在大的 H 值或 β 值时,燃速并未发散溢出,与文献^[1]的结论相反。本文在前期研究基础上,采用了文献^[4]中的差分格式和节点取法,仍以KTSS燃烧模型为研究对象,研究了热波燃烧模型的数值特性,得到了一些新的计算结果。

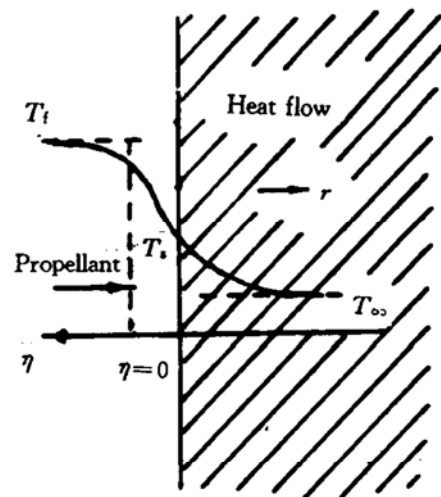


Fig. 1 Nonsteady combustion model of solid propellant

2 理论模型

按图1所示坐标系,可建立无量纲方程组^[1]:

$$\text{能量方程: } \theta_\tau + R\theta_\eta - \theta_{\eta\eta} = 0 \quad (-\infty < \eta \leq 0) \quad (1)$$

$$\text{初始条件: } \theta(\eta, \tau_0) = e^\eta \quad (2) \quad \text{边界条件: } \theta(-\infty, \tau) = 0 \quad (3)$$

$$\theta_\eta(0, \tau) = RH + [P^{2n}(P^{n/m} - H)]/R \quad (4)$$

$$\text{热解方程: } R = \theta_s'' \quad (5) \quad R = P^n \exp\left[\frac{A(\theta_s - 1)}{1 + \frac{A}{E}(\theta_s - 1)}\right] \quad (6)$$

$$\text{压强函数: } p(\tau) = 1.0 + \Delta p[1.0 - \exp(-\beta\tau)] \quad (7)$$

KTSS 模型中用(5)式替代 Arrhenius 公式。本文则用 Arrhenius 变形式(6)来表示热解过程,以增加研究结果的通用性。两者计算结果差别可参见文献[5]。

3 计算方法

3.1 差分方程

由于严重的非线性,方程(1)~(7)只能进行数值求解。若用上标 n 和 $n+1$ 分别表示现时刻和新时刻;下标 $j-1, j, j+1$ 表示任意网格点 j 和它的两个相邻点,并且用分段取点以保证精度。在 $-15 \leq \eta \leq 0$ 范围内取 231 个点,分为四段: $-0.01 \leq \eta \leq 0$, 21 点,间距 $\Delta\eta_A$; $-0.01 \leq \eta < -0.01$, 30 点,间距 $\Delta\eta_B$; $-2.00 \leq \eta < -0.10$, 50 点,间距 $\Delta\eta_C$; $-15.00 \leq \eta < -2.00$, 130 点,间距 $\Delta\eta_D$,则可得差分方程组:

$$-\frac{(R\Delta\eta_{j+1} + 2)\Delta\tau}{\Delta\eta_j(\Delta\eta_j + \Delta\eta_{j+1})}\theta_{j-1}^{n+1} + [1 + \frac{(2 + R(\Delta\eta_{j+1} - \Delta\eta_j))\Delta\tau}{\Delta\eta_j\Delta\eta_{j+1}}]\theta_j^{n+1} + \frac{(R\Delta\eta_j - 2)\Delta\tau}{\Delta\eta_{j+1}(\Delta\eta_j + \Delta\eta_{j+1})}\theta_{j+1}^{n+1} = \theta_j^n \quad (1 \leq j \leq 230) \quad (8)$$

初始条件:

$$\theta_j^0 = \begin{cases} \exp[-\Delta\eta_A(231 - j)] & (211 \leq j \leq 230) \\ \exp[-0.01 - \Delta\eta_B(210 - j)] & (181 \leq j \leq 210) \\ \exp[-0.1 - \Delta\eta_C(180 - j)] & (131 \leq j \leq 180) \\ \exp[-2.0 - \Delta\eta_D(130 - j)] & (2 \leq j \leq 130) \end{cases} \quad (9)$$

边界条件:

$$\theta_0^{n+1} = 0 \quad (10)$$

$$\theta_{231}^{n+1} - \theta_{230}^{n+1} = \{RH + [P^{2n}(P^{n/m} - H)]/R\}\Delta\eta_A \quad (11)$$

热解方程:

$$R = \exp\left[\frac{A(\theta_{231}^{n+1} - 1)}{1 + \frac{A}{E}(\theta_{231}^{n+1} - 1)}\right] \quad (12)$$

$$R = (\theta_{231}^{n+1})^m \quad (13)$$

3.2 矩阵方程

差分方程(8)~(13)为一线性方程组,可进一步化为矩阵方程。若令:

$$A(0) = 0, B(0) = 1; \quad B(231) = 1, C(231) = -1; \quad \theta_0^n = 0$$

$$\theta_{231}^n \{RH + [P^{2n}(P^{n/m} - H)]/R\}\Delta\eta_A$$

$$\left. \begin{aligned} A(1) &= \frac{(R\Delta\eta_j - 2)\Delta\tau}{\Delta\eta_{j+1}(\Delta\eta_j + \Delta\eta_{j+1})} \\ B(1) &= 1 + \frac{[2 + R(\Delta\eta_{j+1} - \Delta\eta_j)]\Delta\tau}{\Delta\eta_j\Delta\eta_{j+1}} \\ C(1) &= -\frac{(R\Delta\eta_{j+1} + 2)\Delta\tau}{\Delta\eta_j(\Delta\eta_j + \Delta\eta_{j+1})} \end{aligned} \right\} \quad (1 \leq j \leq 230)$$

则可将方程(8)~(13)化为一三对角矩阵方程:

$$\begin{bmatrix} B(231) & C(231) & \cdots & 0 \\ A(230) & B(230) & C(230) & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ 0 & \cdots & & A(1) & B(1) & C(1) \\ 0 & \cdots & \cdots & A(0) & B(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{231}^{n+1} \\ \theta_{230}^{n+1} \\ \vdots \\ \theta_1^{n+1} \\ \theta_0^{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{231}^n \\ \theta_{230}^n \\ \vdots \\ \theta_1^n \\ \theta_0^n \end{bmatrix} \quad (14)$$

若用稳态燃速 $\bar{R}=P^n$ 作为一级近似,获得的新时刻表面温度代入方程(12)或(13)计算瞬时燃速 R ,再用 R 代入矩阵方程(14)和相应的初、边值条件,由此循环迭代,直到相邻两次 R 之差小于 10^{-8} 。所得 R 值即为新时刻的瞬时燃速。计算用典型固体推进剂参数为:

$H = 0.75(0.45 \sim 1.045)$, $m = 6$, $n = 0.5$, $\Delta p = 2.5$, $\beta = 1.0(0.5 \sim \infty)$, $E_s = 0.0628 \text{ MJ/mol}$, $\rho_s = 1.54 \text{ g/cm}^3$, $C_s = 1.55 \text{ J/g} \cdot \text{K}$, $R_s = 0.031 \text{ J/cm} \cdot \text{s} \cdot \text{K}$, $r_0 = 0.75 \text{ cm/s}$, $T_{s0} = 623^\circ \text{K}$, $T_\infty = 278^\circ \text{K}$

由 $\tau = (r_0^2/\alpha)t$ 和 $dp/d\tau = \Delta P \cdot \beta \exp(-\beta\tau)$ 可知,单位无量纲时间 τ 相当于 2.31 ms ,单位压强变化速率 β 相当于 $(\frac{dp}{dt})_0 = 400 \text{ MPa/s}$ 。

4 计算结果与讨论

图 2 是不同 β 下的燃速响应曲线。随着 β 值增大,气相热反馈随着增加,燃速的响应幅值也增大。另一方面,随着燃速的快速增加,突然暴露气相的低温固相的“热沉”作用也增加,使燃速响应幅值不可能到无限。两种作用的平衡结果,使得燃速响应为有限值,在达到一个峰值后,由于压强曲线趋于平坦,使燃速响应波动也快速减小,趋向于稳态值。当 $\beta > 50$ 时,燃速的响应峰值在 9.5 附近振荡,不再随着 β 的增加而增加。

图 3~5 是不同 H 值时的燃速响应曲线。图中明显地显示了随着 H 值增加,燃速响应幅值逐渐增加的情况。当 H 值较小时($H < 0.8$,图中未画出), $R \geq 1$,当 $H > 0.8$, R 值可能在部分区域小于 1,这指出控制燃速的热波并不是随着压强增加而立刻响应的。这是由于最大的燃速幅值最初是由表面热释放 RH 控制的。在达到最大燃面温度时,边界条件完全由固相热传导占优势,燃速也达到极大值。另一方面,突然暴露于气相的低温固相对热沉作用使燃速在达到峰值后减小。随着压强的增加,热释放的速率继续增加,一个新的动态循环开始。

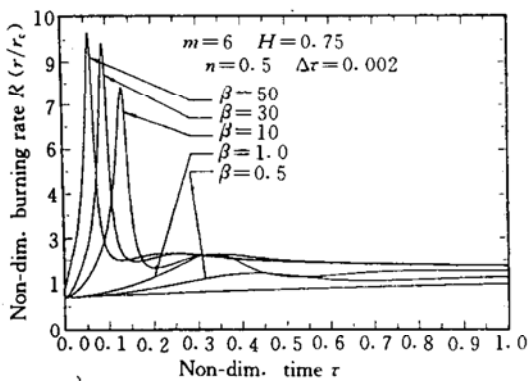


Fig. 2 Burning rate response: effect of varying β during compression

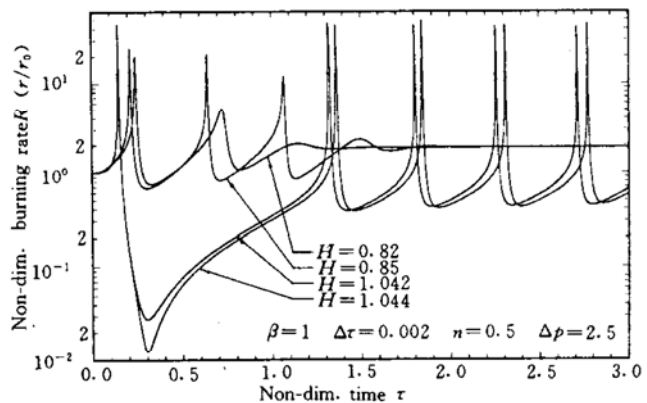


Fig. 3 Burning rate response: variation surface heat release parameter H

从图 3 可以看出,随着 H 的增加,燃速响应可分为 3 个区,当 $H < 1.0$ 时,燃速振荡是减幅的,随时间增大最终回到稳态值;当 $1.0 < H < 1.044$ 时,燃速振荡呈一系列有限的“尖峰”,且不随时间增大而幅值减小,称为过渡区;当 $H > 1.044$ 时,燃速响应进入不稳定区。本文通过用 2310 个节点代替 231 个节点计算表明,在 $H = 0.9, \beta = 1$ 时,燃速幅值处的偏差约为 10%。

图 6 通过改变时间步长 $\Delta\tau$,显示随着 $\Delta\tau$ 的减小,精度有明显的提高,但当 $\Delta\tau$ 达到一定值(如小于 0.002)时,进一步减小步长,精度提高已不明显。

5 结 论

通过计算,更正了文献[1,4]中的错误,发展和完善了热波理论模型。

(1)在 $\beta < 10$ 时,计算结果与文献[1]相同,在 $\beta \geq 10$ 时,燃速并未发散溢出,燃速在一个峰值响应后,趋向于稳态燃速。当 β 值为 $50 \sim \infty$ 时,燃速峰值在 9.5 附近波动。

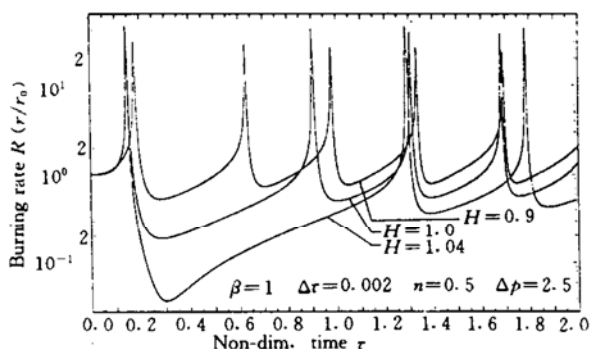


Fig. 4 Burning rate response: variation of surface heat release parameter H

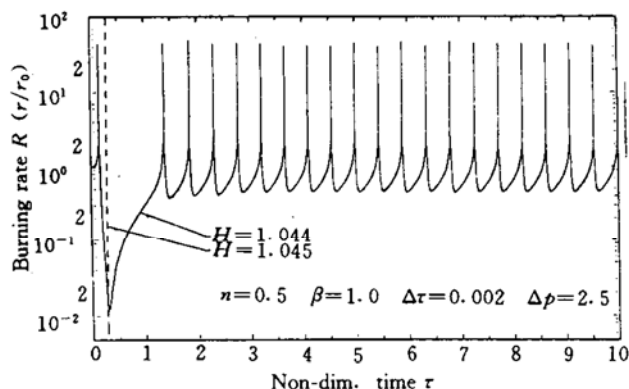


Fig. 5 Burning rate response: variation of surface heat release parameter H

(2)随着 H 值增加,燃速响应可分为 3 个区:当 $H < 1.0$ 时,为稳定区;当 $1.0 < H < 1.044$ 时,为稳定与不稳定的过渡区;当 $H > 1.044$ 时,燃速响应进入不稳定区。

(3)计算精度随时间步长的减小而增加,但当步长减小到 0.002 时,继续减小步长,精度增加很少。

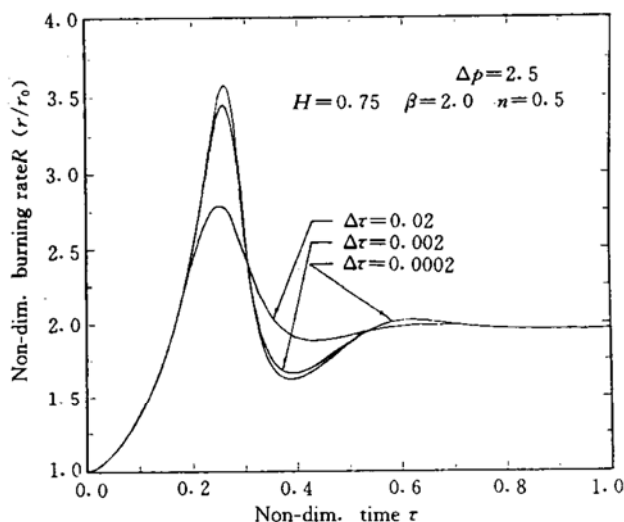


Fig. 6 Burning rate response: effect of varying time step during compression

参 考 文 献

- 1 Krier H, Tien J S, Sirignano W A, et al. Nonsteady burning phenomena of solid propellants: theory and experiments. AIAA J, 1968, 8(12): 2200~2207
- 2 Culick F E C. Some recent results for nonlinear acoustics in combustion chambers. AIAA J, 1994, 32(1): 146~169
- 3 De Luca L. Nonlinear burning stability theory of heterogeneous thin flames. Eighteenth Symposium on Combustion Proceedings, 1981: 1439~1450
- 4 Kooker D E, Nelson C W. Numerical solution of solid propellant transient combustion. ASME J of Heat Transfer, 1979, 101: 359~364
- 5 王峻晔, 张佳心, 桑秉诚. 压力变化速率对固体推进剂燃烧的影响. 兵工学报, 1991(3): 84~89

(上接第 81 页)

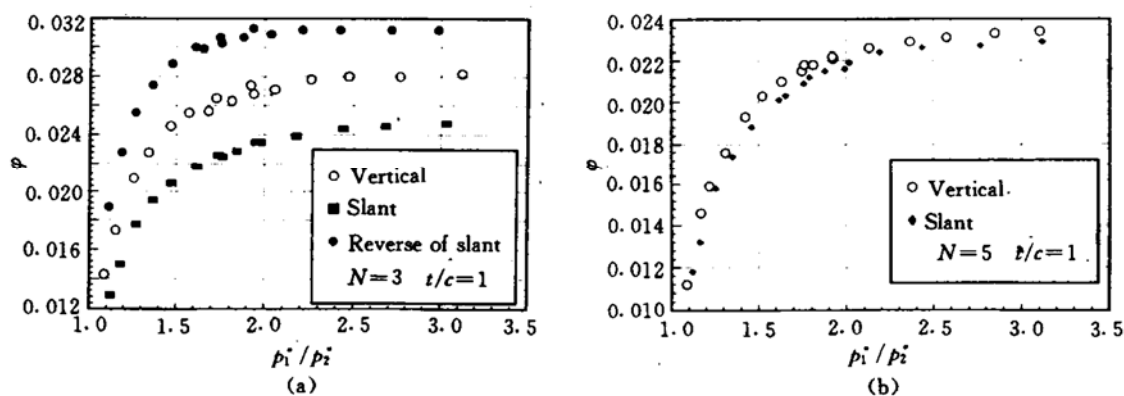


Fig. 5 Effect of Shape and direction

a. Vertical b. Slant

$$\varphi = k \cdot \left(\frac{t}{c}\right)^{-0.1} \cdot \sqrt{\frac{1}{1 - a(N-1)/N}} \cdot \sqrt{\frac{1 - (p_1^*/p_2^*)^{-2}}{N + \ln(p_1^*/p_2^*)}} \quad (2)$$

直齿: $k=0.053, a=0.33, N \leq 9$; 斜齿: $k=0.039, a=0.7, N \leq 7$

公式(2)的计算结果,与实验数据的符合程度令人满意。

参 考 文 献

- 1 Stocker H L. Determining and improving labyrinth seal performance in current and advanced high performance gas turbines. AGARD CP-237, Seal Technology in Gas Turbine Engines, 1987
- 2 塔鲁达纳夫斯基 K. 非接触密封. 北京:机械工业出版社, 1986