

碱金属引射对尾流化学动力学 和电子密度的影响*

陈伟芳 曹登泰 吴其芬

(国防科技大学航天技术系,长沙,410073)

摘 要: 用把碱金属(Na)加入到空气尾流中进行数值模拟的方法,研究了碱金属引射对高超声速尾流化学动力学和电子密度的影响。采用的化学反应模型为包括 O_2 、 N_2 、 O 、 N 、 NO 、 NO^+ 、 Na^+ 、 Na 、 O_2^- 及 e^- 的 10 组元模型。计算结果表明,碱金属引射,使尾流电子数密度增加 1~3 个量级。计算结果与文献中的数据符合较好。

主题词: 高超声速流,尾流,化学反应动力学,电子密度,数值算法

分类号: V211.25

EFFECTS ON CHEMICAL KINETICS AND ELECTRON NUMBER DENSITY OF INJECTING ALKALINE METAL INTO WAKES

Chen Weifang Cao Dengtai Wu Qifen

(Dept. of Aerospace Technology, National Univ. of Defense Technology, Changsha, 410073)

Abstract: This paper studies the effects on chemical kinetics and electron number density of injecting alkaline metal into hypersonic wakes. These effects are obtained through numerically simulating populated airwake by sodium injection. A ten-specie model is used as chemical reaction model, including the species O_2 、 N_2 、 N 、 O 、 NO 、 Na 、 NO^+ 、 Na^+ 、 O_2^- and e^- . The simulated results show that the effect on electron number density of injecting sodium into wakes is significant, electron number density in wakes increases about 1~3 orders. The simulated results are good agreement with the results in references.

Subject terms: Hypersonic flow, Wake, chemical kinetics, Electron density, Numerical algorithm

1 引 言

飞行器以高超声速飞行时,产生高温,热保护层烧蚀产物进入尾流,使尾流的化学反应更加复杂。本文研究烧蚀产物 Na 及 Na^+ 对尾流电子数密度的影响。计算区域为 $x/D_B=10$ 后外激波与对称轴间的尾流场,如图 1 所示。 x 为飞行器尾流场中任一点到飞行器底部的距离, D_B 为飞行器底部直径。为了便于结果比较,计算初值采用文献[1]的结果。飞行器头部

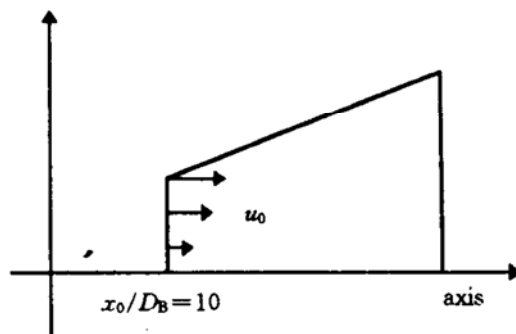


Fig. 1 Computation region

直径与底部直径之比 $D_N/D_B=0.06$, 来流气体压力 $p_\infty=20\text{kPa}$, 来流气体速度 $U_\infty=7010\text{m/s}$ 。

2 分析与数值求解的理论基础

由上述计算域可知, 域中气流已完成转折, 气流轴向速度 u 远大于横向速度 v , 流动具有主流特性, 尾流场可用抛物化 N-S 方程沿轴向空间步进求解。取坐标系 $o-sn$, 使得 os 轴与流场对称轴重合, on 与 os 轴构成右手正交坐标系, 则流场是以 os 方向流动为主流。忽略那些出现在 N-S 方程及组元扩散方程中高阶小量项, 最后得到数值求解远尾迹流无量纲控制方程。

连续方程:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial s} + \frac{\partial \rho v}{\partial n} + \frac{\rho v}{n} = 0 \quad (1)$$

os 向动量方程:

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial s} + \rho v \frac{\partial u}{\partial n} + \frac{\partial p}{\partial s} = \epsilon^2 \frac{\partial}{\partial n} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial n} \right) + \epsilon^2 \mu \frac{1}{n} \frac{\partial u}{\partial n} \quad (2)$$

on 向动量方程:

$$\rho u \frac{\partial v}{\partial s} + \rho v \frac{\partial v}{\partial n} + \frac{\partial p}{\partial n} = \epsilon^2 \frac{\partial}{\partial n} \left\{ \mu \left[2 \frac{\partial v}{\partial n} - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial v}{\partial n} + \frac{v}{n} + \frac{\partial u}{\partial s} \right) \right] \right\} + \epsilon^2 \frac{\partial}{\partial s} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial n} \right) + 2\epsilon^2 \frac{\mu}{n} \left(\frac{\partial v}{\partial n} - \frac{v}{n} \right) \quad (3)$$

能量方程:

$$\rho u c_p \frac{\partial T}{\partial s} + \rho v c_p \frac{\partial T}{\partial n} - u \frac{\partial p}{\partial s} - v \frac{\partial p}{\partial n} = \epsilon^2 \frac{\partial}{\partial n} \left(k \frac{\partial T}{\partial n} \right) + \epsilon^2 \frac{k}{n} \frac{\partial T}{\partial n} + \epsilon^2 \mu \left(\frac{\partial u}{\partial n} \right)^2 - \epsilon^2 \sum_{i=1}^{n_s} j_i C_{pi} \frac{\partial T}{\partial n} - \sum_{i=1}^{n_s} h_i \dot{w}_i \quad (4)$$

组元扩散方程:

$$\rho u \frac{\partial c_i}{\partial s} + \rho v \frac{\partial c_i}{\partial n} = \dot{w}_i - \epsilon^2 \frac{\partial j_i}{\partial n} - \epsilon^2 \frac{j_i}{n} \quad (5)$$

状态方程:

$$p = \rho RT \quad (6)$$

方程式(1)~(6)中采用的符号均为流体力学通用符号, 参阅文献[2]。

2.2 湍流模型

对于湍流, 采用文献[1]中稍加修正的 Wen 公式计算湍流粘性系数。

$$\mu_t = k \rho_e \delta (u_e - u_c) \quad (7)$$

其中: $k = \begin{cases} k_i + (k_T - k_i)(x - x_i)^2(3x_T - x_i - 2x)/(x_T - x_i)^3 & \text{转换区} \\ k_T & \text{湍流区} \end{cases}$

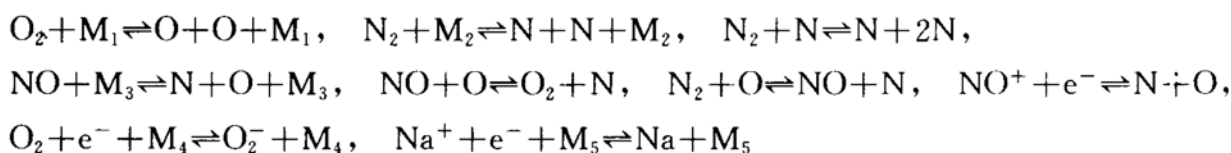
$$k_i = u/[\rho_e - u_c]$$

式中 δ 为尾流边界层厚度, 其值由 $(u - u_c)/(u_{sh} - u_c)$ 等于 0.99 时的 on 向坐标值决定。其中 u_c 为对称轴上尾流速度值, u_{sh} 为外激波后的轴向速度。在远尾迹区域, 外激波消失后 u_{sh} 就等于 u_∞ 。 ρ_e 、 u_e 分别为尾流边界层外缘气流密度和外缘轴向速度。由文献[1], $x_T = x_i + nD_B$, 其中 x_i 为尾流失稳起始点, x_T 为尾流转捩结束点。就本文研究的小钝头尾流而言, 流动转换一般发生在气流完成转折之后, 且转换区较长。在本文中, 取 $x_i = 10D_B$, $n = 90$ 。层流粘性系数采用 Sutherland 公式:

$$\mu_l = \mu_0 (T/T_0)^{3/2} (T_0 + 110)/(T + 110) \quad (8)$$

2.3 非平衡化学反应模型

高超声速尾流计算考虑十种组份, 包括 O_2 、 N_2 、 O 、 N 、 NO 、 NO^+ 、 O_2^- 、 Na 、 Na^+ 和 e^- , 以及如下 9 个化学反应:



在以上反应式中, M_1, M_2, M_3, M_4, M_5 表示不同的催化物, 它们可以是分子, 也可以是原子或离子。反应速率系数取自文献[1]及文献[3]。组份生成率 $\dot{w}_i$ 的表达式参见文献[2]。

2.4 定解条件

应用空间步进法数值求解尾流场的定解条件包括来流条件、计算起始剖面初值、激波关系式和轴线条件。在给定外激波初始位置及倾角后, 下一站的外激波位置由特征线上的相容关系式确定, 外激波后各流场参数由兰金-雨果纽关系式确定, 波后组份则采用冻结流条件。外激波消失后, 来流条件便成为计算的外边界条件。

在流场对称轴上, 采用流场参数在轴线上满足的极限方程做为轴线条件。将流场各参量按其奇偶性在轴线附近泰勒展开, 然后将各参量的泰勒展开式代入计算尾流的控制方程(1)~(5)中, 并在方程两边取极限, 便可得流场参数在轴线上满足的极限方程为:

$$\text{轴线连续方程: } \frac{\partial \rho u}{\partial s} + 2\rho \frac{\partial v}{\partial n} = 0 \quad (10) \quad \text{轴线 } os \text{ 向动量方程: } \rho u \frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial p}{\partial s} = 2\epsilon^2 u \frac{\partial^2 u}{\partial n^2} \quad (11)$$

$$\text{轴线 } on \text{ 向动量方程: } v = 0 \quad (12) \quad \text{轴线能量方程: } \rho u c_p \frac{\partial T}{\partial s} - u \frac{\partial p}{\partial s} = 2\epsilon^2 k \frac{\partial^2 T}{\partial n^2} - \sum_{i=1}^{n_s} h_i \dot{w}_i \quad (13)$$

$$\text{轴线组元扩散方程: } \rho u \frac{\partial c_i}{\partial s} = \dot{w}_i + 2\epsilon^2 \frac{u}{p_i} L_{ei} \frac{\partial^2 C_i}{\partial n^2} \quad (14)$$

2.5 尾流场的数值求解方法

数值求解尾流场的总体方案是: 由双曲抛物型的控制方程(1)~(5)、状态方程(6)和对应的定解条件出发, 应用沿轴向变步长空间推进方法求解。控制方程组采用串联迭代方法求解, 解连续方程(1)求流场密度 ρ , 由 os 方向动量方程(2)求流动轴向速度 u , 由 on 方向动量方程(3)求流动径向速度 v , 由能量方程(4)求流场温度 T , 由组元扩散方程(5)求各组元浓度 C_i , 由状态方程(6)求流场压力 p 。串联迭代的优点在于差分方程是三对角线的, 可用追赶法求解。

本文采用的差分方法为

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial s} = \frac{\bar{U}_n^m - \bar{U}_{n-1}^{m-1}}{\Delta s} \quad (15) \quad \frac{\partial \bar{U}}{\partial n} = \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{U}_{n+1}^{m-1} - \bar{U}_n^{m-1}}{\Delta n} + \frac{\bar{U}_n^m - \bar{U}_{n-1}^m}{\Delta n} \right) \quad (16)$$

$$\frac{\partial^2 \bar{U}}{\partial n^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{U}_{n+1}^{m-1} - 2\bar{U}_n^{m-1} + \bar{U}_{n-1}^{m-1}}{\Delta n^2} + \frac{\bar{U}_{n+1}^m - 2\bar{U}_n^m + \bar{U}_{n-1}^m}{\Delta n^2} \right) \quad (17)$$

$$\bar{U} = \frac{1}{2} (\bar{U}_n^m + \bar{U}_{n-1}^{m-1}) \quad (18)$$

式中 $\bar{U} = (u, v, p, T, \rho, C_i)$ 。

3 计算结果与结论

尾流起算截面上轴向速度 u 、温度 T 沿径向的分布分别如图 2a 和图 2b 所示, 起算截面上的气体组份由前苏联科学院的高温气体表查出。为便于与文献中的结果进行比较, 本文采用与文献[1]同样的初始计算条件。图 3、图 4 给出了本文计算结果与文献中结果的比较, 由本文给出的尾流截面上电子数密度沿轴线分布更接近实验值, 可以认为本文提出的计算高超声速尾流的模型与方法合理的。

图 5 给出的是纯空气尾流的 $N_e D_p$ 值 ($N_e D_p = 2 \int_0^{\delta^*} n_e dn$, 其中 δ^* 是计算外边界到轴线的距离, n_e 为电子数密度) 与有

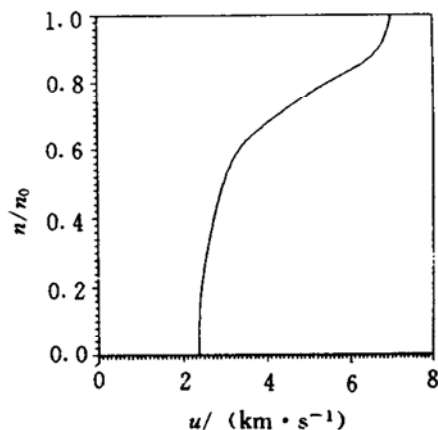


Fig. 2a Initial Value of u and T

碱金属钠的初始含量为 100×10^{-6} 。由图看出,两种情况下的 $N_e D_p$ 值沿轴线的变化是基本平行的,在有碱金属钠引射时尾流中的 $N_e D_p$ 值比纯空气尾流的 $N_e D_p$ 值大 1~3 个量级。

图 6 表明,在有碱金属钠引射时,尾流中 NO^+ 离子浓度比 Na^+ 离子浓度要低 1~2 个量级。这就是说在纯空气尾流中,产生电子的主要反应 $\text{N} + \text{O} \rightleftharpoons \text{NO}^+ + \text{e}^-$ 在有碱金属钠引射的尾流中下降到不重要的地位。

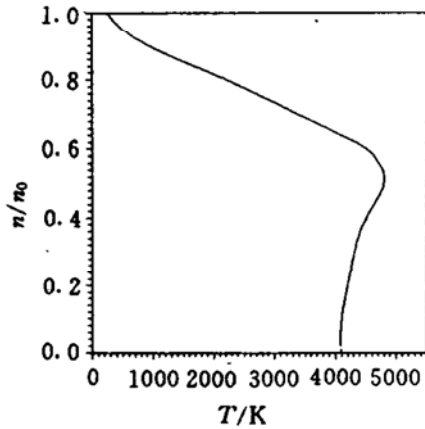


Fig. 2b Initial temperature value

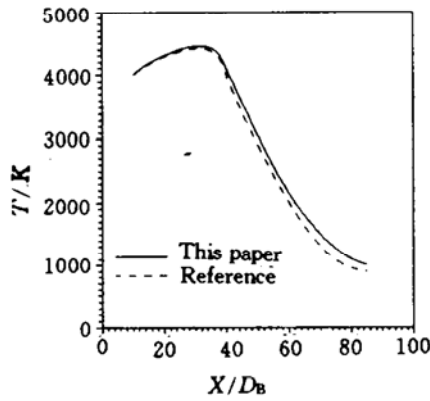


Fig. 3 Temperature distribution along axis

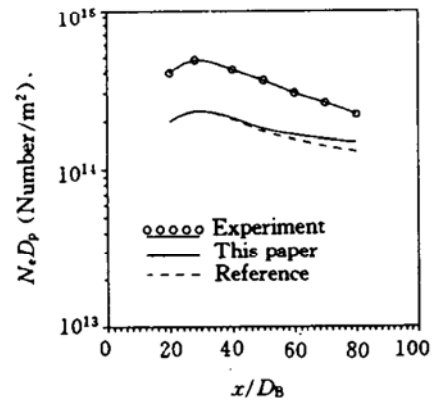


Fig. 4 $N_e D_p$ along axis

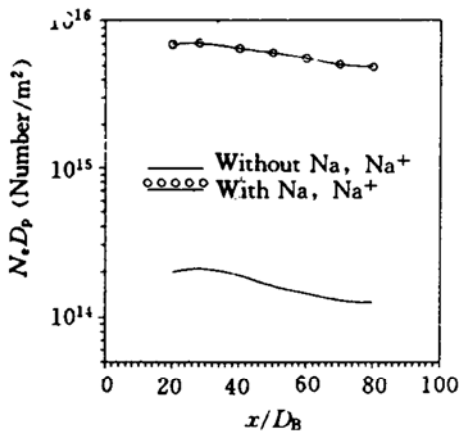


Fig. 5 $N_e D_p$ along axis

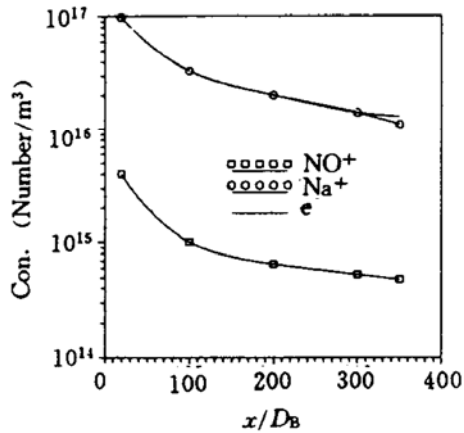


Fig. 6 Species Concentration along axis

参 考 文 献

- 1 Wen K S et al. An eddy diffusion model for predicting rapid wake ionization decay behind hypersonic cones. AIAA paper 67-21
- 2 Miner E W, Clark H Lewis. Hypersonic ionizing air viscous shock-layer flows over nonanalytic blunt bodies. NASA CR-2550, 1975
- 3 Langan W T, Cresswell J D et al. Effects of ablation products on ionization in hypersonic wakes. AIAA paper 65-54