

星孔装药燃面退移图形显示研究*

陈步学 王凌燕 吴心平

(西北工业大学航天工程学院, 西安, 710072)

摘 要: 应用计算机图形学在 IBM-PC 机上开发了星孔装药燃面退移仿真的图形显示系统。该系统的功能包括: 参数曲线的图形显示, 装药横截面的二维及装药燃面的三维静态显示, 模拟燃面退移的二维动态显示。详细讨论了用直线和圆弧构成装药横截面的二维图形的显示方法及相应的参数和控制点的计算, 燃面上三维型值点的计算及图形显示方法, 利用三次均匀 B 样条和双三次均匀 B 样条构造曲线和曲面的方法。

主题词: 计算机仿真, 计算机图形学, 固体推进剂火箭发动机, 星孔药柱, 推进剂燃烧

分类号: V435.12

STUDY ON GRAPHIC DISPLAY OF BURNING SURFACE REGRESSION FOR STAR PERFORATION GRAIN

Chen Buxue Wang lingyan Wu Xinping

(Coll. of Astronautics, Northwestern Polytechnical Univ., Xi'an 710072)

Abstract: A graphic display system of emulation with the burning surface regression of the star perforation grain on IBM-PC/XT microcomputer is developed. This system has many functions including parametric curves' display, static displays of grain's 2-D cross section and 3-D burning surface, 2-D dynamic simulation display of the burning surface regression and so on. The methods for displaying the graphics of grain's 3-D burning surface and 2-D cross section consisting of lines and arcs are studied in detail. And the paper also gives the calculations of the relevant parameters and control points on the burning surfaces. The methods for constructing curves and curved surface, with cubic uniform B-spline and bicubic uniform B-spline are discussed.

Subject terms: Computer simulation, Computer graphics, Solid propellant rocket engine, Star grain, Propellant combustion

1 引 言

装药燃面退移过程的研究, 是固体火箭发动机工作过程仿真研究的重要内容之一。当发动机和装药的几何尺寸、推进剂的类型和燃速模型确定之后, 每一时刻装药燃面的形状, 可通过内弹道计算表征出来。然而计算的结果是一大堆繁琐的数据, 不便于直观分析。若能以图像形式给出装药燃面退移及其有关的性能参数, 则可生动, 形象地了解装药的燃烧过程。无疑这对进一步改进装药设计, 提高发动机内弹道性能有着重要的实际意义。

* 本文1995年11月13日收到, 修改稿1996年4月18日收到

2 星孔装药燃面图形的构成

2.1 燃面二维图形的构成

通用二维装药计算法认为,装药燃速沿周向不变,燃面仅沿其法线方向向内推进,同一截面上各点燃速相同,装药截面几何图形全部由直线和圆弧组成^[1,2]。为了编程方便,假定一个星角内每个时刻的燃面都是由 AB , BC , DE , FG , GH 五段圆弧和 CD , EF 两段直线构成,如图1、2所示。图中曲线 $ABCDEFGH$ 分别表示星尖圆弧消失前、星角圆弧消失后和星角直边消失前以及星角直边消失后一个星角内的燃面。 K 为星角消失点。图1中 D 、 E 两点重合,圆弧 DE 退化为一,图2中 C 、 D 、 E 、 F 四点重合,圆弧 DE 和直线段 $CDEF$ 退化为一。若定义如下参数:

$$\alpha = \frac{\pi}{n}; \beta = \frac{-\varepsilon\pi}{n}; l = \frac{D}{2} - (e_1 + r); e^* = \frac{l \sin \beta}{\cos \alpha} - \gamma$$

其中 n ——星角数, ε ——角度参数, e_1 ——药柱肉厚, γ ——过渡圆弧半径, e^* ——星角直边消失时的肉厚。则根据图中的几何关系分别求出 A , B , C , D , E , F , G 的极坐标,每段圆弧圆心的极坐标和半径,圆弧起始角和终止角,线段的起点和终点,这样就可画出任一时刻一个星角内的燃面图形,对于其他星角的燃面图形可用坐标旋转法求得。

2.2 燃面三维图形的构成

星孔装药燃面是一个空间曲面。为了获得空间曲面的图形,采用了双三次均匀 B 样条曲面法。实质上是从两个方向构造三次 B 样条曲线^[3~6]。而三次 B 样条曲线的构造是从已知的空间 N 个顶点矢量 $\bar{V}$ ($i=0, 1, 2, \dots, n$) 中取相邻的四个顶点,构造出一段四阶三次 B 样条曲线。当特征多边形的顶点超过四个时,每增加一个顶点,则相应地在样条曲线上增加一段曲线。且各段曲线在连结处保持二阶导数连续。

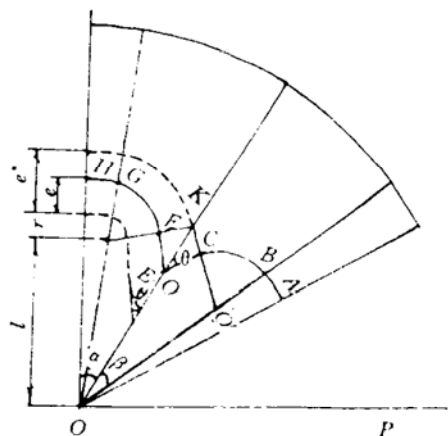


Fig. 1 Burning surface after circular arc of the star angle disappearance and before straight side of the star angle disappearance

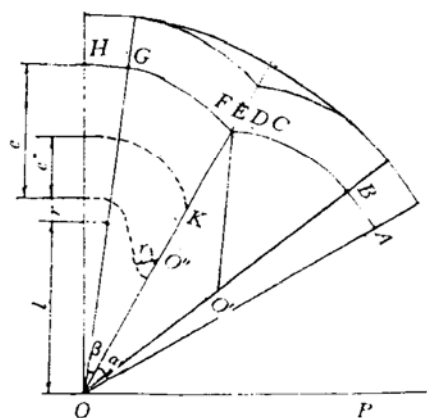


Fig. 2 Burning surface in a star angle after straight side of the star angle disappearance

若给定空间16个点的位置矢量 $[\bar{V}]$ [$i, j=0, 1, 2, 3$], 并按顺序排成一个四阶矩阵

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} V_{00} & V_{01} & V_{02} & V_{03} \\ V_{10} & V_{11} & V_{12} & V_{13} \\ V_{20} & V_{21} & V_{22} & V_{23} \\ V_{30} & V_{31} & V_{32} & V_{33} \end{bmatrix}$$

如图3所示沿参数 u 和 w 方向, 分别联成特征多边形构成特征网格。取方阵中每一列元素作为一个多边形的四个顶点。总共可以定义四条三次 B 样条曲线。对于 $[0, 1]$ 之间的每个 u 值, 上述四条线上可以得到四个相应的 $\bar{S}_0(u)$, $\bar{S}_1(u)$, $\bar{S}_2(u)$, $\bar{S}_3(u)$, 这四个点又构成了一个特征多边形。可以定义出一条关于参数 w 的三次 B 样条曲线。

$$\bar{r}(u, w) = [\bar{S}_0(u), \bar{S}_1(u), \bar{S}_2(u), \bar{S}_3(u)] \begin{bmatrix} N_{0,4}(w) \\ N_{1,4}(w) \\ N_{2,4}(w) \\ N_{3,4}(w) \end{bmatrix} = [1, u, u^2, u^3] M_B V M_B^T [1, w, w^2, w^3] \quad (1)$$

当参数 u 和 w 相互独立地在 $[0, 1]$ 中间变化, 则 (1) 式就构成了双三次 B 样条曲面片方程。

若给定 $(n+1)(m+1)$ 个空间顶点, 把它们排成一个 $(n+1)(m+1)$ 阶矩阵 $[\bar{V}_{ij}]$ ($i, j=0, 1, 2, \dots, n$) 则它们就构成了双三次均匀曲面的特征网格。相应的三次 B 样条曲面方程为:

$$\bar{r}_{ij}(u, w) = [1, u, u^2, u^3] M_B V M_B^T [1, w, w^2, w^3] \quad (2)$$

$(0 < u < 1; 0 < w < 1; i = 0, 1, 2, \dots, n-3; j = 0, 1, 2, \dots, n-3)$

上面是从已知特征多边形顶点矢量 $\bar{V}$ ($i=0, 1, 2, \dots, n+2$) 计算三次 B 样条曲线的节点称为正算。然而我们所遇到的问题是根据燃面图形中的几何关系。首先求得对燃面起控制作用的型值点列 $[\bar{P}_i]$ ($i=0, 1, 2, \dots, n$), 如图4所示。然后反推出三次均匀 B 样条特征多边形的顶点 $[\bar{V}_i]$ 。并拟合出过型值点列 $[\bar{P}_i]$ 的三次均匀 B 样条曲线。这一过程称为反算。

由特征多边形顶点的位置关系式可得

$$\frac{1}{6}(\bar{V}_{i-1} + 4\bar{V}_i + \bar{V}_{i+1}) = \bar{P}_i \quad (i = 0, 1, 2, \dots, n) \quad (3)$$

可见, 只要补充两个端点条件, 方程就有唯一的解。本文给出的边界条件是:

(1) 对于非周期曲线首末两点过 $\bar{P}_0$ 和 $\bar{P}_n$, 故有

$$\bar{V}_0 = \bar{P}_0; \bar{V}_n = \bar{P}_n$$

(2) 给定始点和终点的切矢量为 $\bar{P}'_0, \bar{P}'_n$, 则得

$$\frac{1}{2}(\bar{V}_1 - \bar{V}_{-1}) = \bar{P}'_0; \frac{1}{2}(\bar{V}_{n+1} - \bar{V}_{n-1}) = \bar{P}'_n \quad (4)$$

对于双三次均匀 B 样条曲面, 如图5所示, 首先对 u 向的 $n+1$ 个型值点, 按三次 B 样条曲线反推出各插值多边形的顶点。

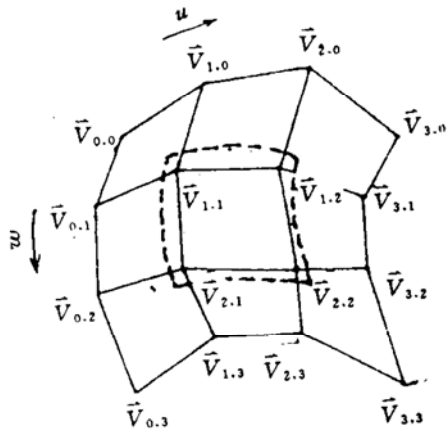


Fig. 3 Characteristic polygon along the line of parameter u and w

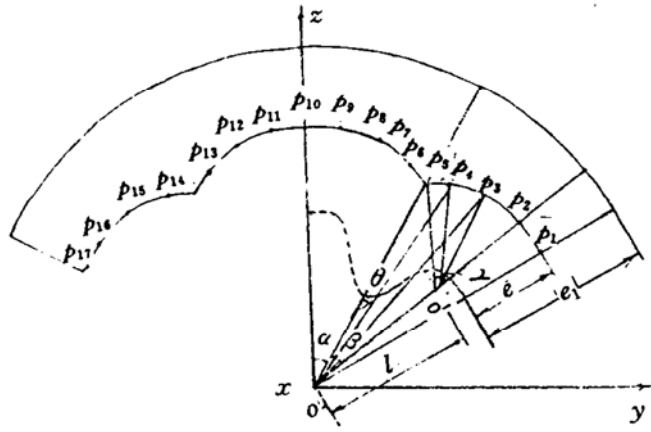


Fig. 4 Illustration after straight side of the star angle disappearance

$$\bar{Q}_{ij} = (i = -1, 0, 1, \dots, n+1) \quad j = 0, 1, 2, \dots, m)$$

然后把上面算出的 $\bar{Q}_{ij}$ 看面在 w 方向的 $m+1$ 个型值点。再按三次 B 样条曲线反算法得到

$$\bar{V}_{ij} = (i = -1, 0, 1, \dots, n+1; j = -1, 0, 1, \dots, m+1)$$

这批 $\bar{V}_{ij}$ 就是双三次均匀 B 样条曲面的特征网格点, 再用 (2) 式, 即可算出曲面上任意矢量。

从 $\bar{V}_{ij}$ 反算 $\bar{Q}_{ij}$ 及从反算 $\bar{V}_{ij}$ 所需端点条件。可根据曲面给定的边界条件 $\frac{\partial \bar{r}}{\partial u} (i=1, n; j=0, 1, \dots, m)$ $\frac{\partial \bar{r}}{\partial w} (i=0, 1, \dots, n; j=0, m)$ 及 $\frac{\partial \bar{r}}{\partial u \partial w} (i=0, n; j=0, m)$ 换算出来。

3 图形显示处理

要将三维空间的某一物体, 显示到屏幕上, 首先要用透视或平行投影的方法, 将其投影到某一观察平面上, 然后再将观察平面上的投影图形, 变换到显示屏的视区。^[7~10] 为此就要建立定义原始图形几何尺寸的物体坐标系; 以视点为中心的目坐标系; 观察平面坐标系和屏幕坐标系。如图6所示。

设三维对象上某一点 P 在物坐标系中的坐标为 (x, y, z) , 变换到目坐标系中的坐标为 (x_e, y_e, z_e) 这种变换的齐次表达式为

$$(x_e, y_e, z_e) = [x, y, z, 1]E \quad (5)$$

其中 E 为观察变换矩阵

点 (X_e, Y_e, Z_e) 经透视投影后在观察平面上得到象点 $P' (u, v)$ 其坐标

$$u = \frac{DY_e}{Z_e} \quad v = \frac{DY_e}{Z_e}$$

其中 D 为观察平面离视点的距离。 P' 点经视区变换, 得到一个以屏坐标表示的显示点 $P'' (x_s, y_s)$, 其坐标

$$X_s = u'V + us_{cx}; Y_s = u'V + us_{cy}$$

其中 $v_c (v_{cx}, v_{cy})$ 为屏坐标系中视区中点的坐标, V 为视区半长。

这便是三维对象经一系列变换后的最终结果, 如果将变换后的所有点按一定的规律联起

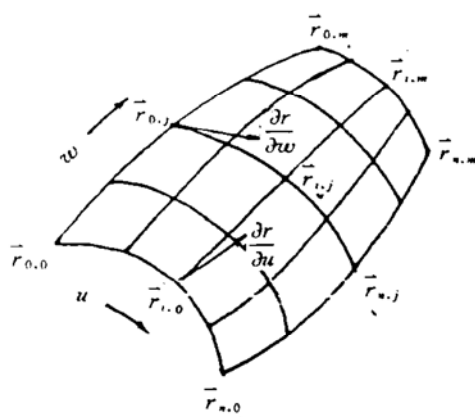


Fig. 5 Reverse calculating the top of the interpolating polygon proceed from control point

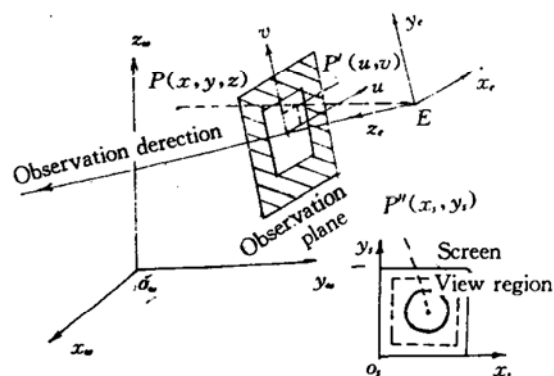


Fig. 6 Coordinat of the object, the observation plane and the screen

来, 就得到了一个三维对象的透视图。

利用上述方法和计算程序, 对某发动机工作过程中燃面退移进行了计算和图形显示, 该发动机为星孔装药的复合推进剂。其几何尺寸和有关参数如表1所示。图7~10为部分显示图形。

Table1 Partial parameter of motor and grain

Grain length L	0.707m	Propellant density ρ_p	1669kg/m ³
Outside dimeter of grain D	0.063m	Characterictic velocity C^*	145×10 ³ m/s
Characteristic length of star hole l	0.0158m	Specific heat ratio k	1.21
Star angle number n_s	6	Specific heat at constant pressure c_p	1.8266kJ/kg·K
Transitional circular arc raius r	0.002m	Average molecular weight of gas $\bar{\mu}$	38.414kg/kg·mol
Circular arc raius of star angle r_1	0.602m	+20°C burninig rate of strand-burner m/s $r_0 = 0.1257 p^{0.2248}$ (Pressure, p /Pa)	
Angle included between starside	60°		
Angular positiom coefficient ϵ	0.8		
Throat dimeter d_t	0.2m		

6 结 论

(1) 将计算机图形学应用于固体火箭发动机星孔装药工作过程, 燃面退移图形显示的结果表明: 本文所采用的数值计算, 燃面型值点的计算, 曲面的构造及图形显示方法是正确的。

(2) 将数值计算与图形显示分成两部分, 这不仅可提高图形显示的速度, 而且可节省内存。因而增加了在 IBM-PC 机实现图形显示的可能性。但由于微机内存容量, 计算速度, 绘图速度和屏幕分辨力的限制, 图形显示质量、速度都受到了一定影响, 三维剪取和三维消隐也无法考虑。

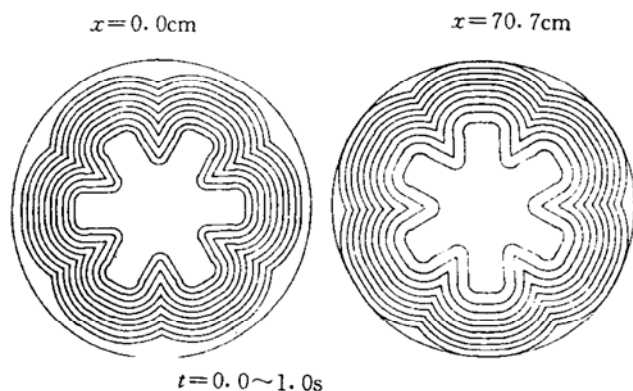


Fig. 7 Burning surface regression process of head and tail grain

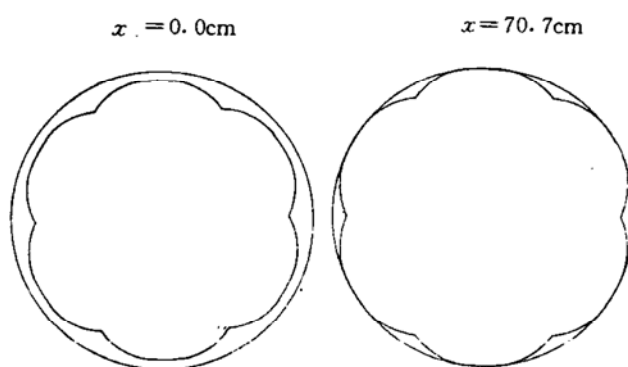


Fig. 8 Sectional view of head and tail remain grain

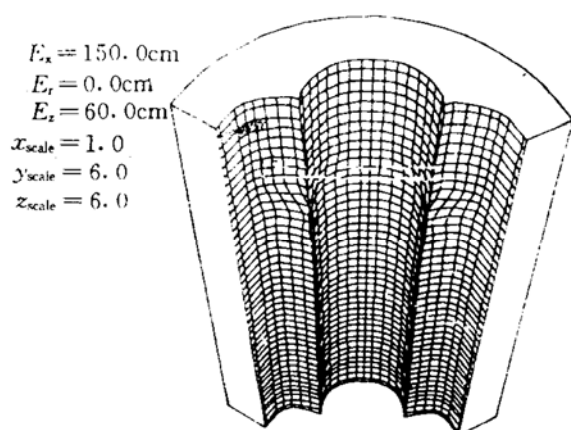


Fig. 9 $t=0.4\text{s}$, perspective drawing of the burning surface

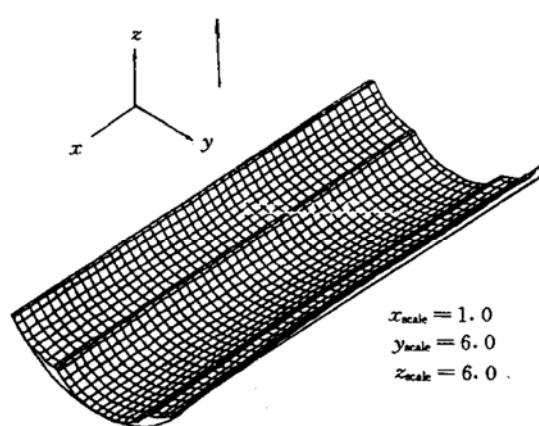


Fig. 10 Axonometric drawing of remain grain

参 考 文 献

- 1 Jacques L, Roux J. Computer aided preliminary design of solid rocket motors. AIAA83-1254
- 2 王晓, 陈步学, 吴心平. 侵蚀燃速辨识. 推进技术, 1986(2)
- 3 Peng Q S. An algorithm for finding the intersection line between two B-spline surfaces. 浙江大学学报, 计算几何专辑, 1984
- 4 Newman W M, Sproll R F. Principles of interactive computer graphics. Ind Mc Graw Hill, New Youk, 1979
- 5 Vicki K Grisp, John J Rehder, James L Schwing. Intersection of three-dimensional geometric surfaces. NASA TP-2454-1985
- 6 (美)帕失利迪斯. T. 计算机图形显示和图象处理的算法. 北京: 科学技术出版社, 1987. 7
- 7 (美)罗杰斯 D F. 计算机图形学的算法基础. 北京: 科学出版社: 1987. 11
- 8 Donald Hearn, Baker M Pauline 著, 郭晓鸥译. 微计算机图形处理. 陕西电子编辑部
- 9 杨彭基. 交互式计算机图形显示学. 西安: 西北工业大学, 1985. 12
- 10 袁奇荪. 计算几何造型学基础. 北京: 航空工业出版社, 1987. 4

求解可压缩 N-S 方程的 无粘-粘性分数步法*

赵一鹄 余少志

(南京航空航天大学动力工程系, 南京, 210016)

摘 要: 用按物理过程作时间分裂的无粘-粘性分数步法求解可压缩 N-S 方程, 无粘步用高效欧拉算法解欧拉方程, 粘性步用全隐格式解抛物方程; 并采取了有效措施消除由分步法产生的时间和空间不相容性, 文中给出了轴对称喷管内外流场的数值模拟结果。

主题词: 发动机喷管, 喷管气流, 流动分布, 数值模拟

分类号: V430

IRVISCIOUS-VISCOUS FRACTIONAL METHOD TO SOLVE N-S EQUATION SET FOR COMPRESSIBLE FLUID

Zhao yi'e Yu Shaozhi

(Dept. of Power Engineering, Nanjing Univ. of Aeronautics and Astronautics, Nanjing, 210016)

Abstract: An insteady compressible N-S equation set is solved with irviscous-viscous fractional method which splits the equations according to its physical process. In the irviscous-step, the Euler equations is solved with Efficient Euler Solver, and in the viscous-step the parabolic equation is solved with a whole implicit scheme. In order to remove both temporal and spatial inconsistencies resulted from the fractional, some efficient measure is taken. Simulated flowfields of inside and outside an axial symmetry nozzle are given by using irviscous-viscous fractional method.

Subject terms: Engine nozzle, Nozzle gas flow, Flow distribution, Numerical simulation

1 引 言

无粘-粘性分数步法把 N-S 方程组按照物理过程分步, 无粘步只涉及对流项, 为 Euler 方程, 粘性步只涉及扩散项, 为抛物方程。采用分数步法^[1,2], 可以利用现有的高效快速的 Euler 无粘算法, 还可以在粘性步采用绝对稳定的格式, 使时间步长只受限于无粘步, 达到加速收敛的目的。分数步法分步往往不能实现整步相容, 其中时间不相容性来自分步本身, 空间不相容性来自边界条件的处理^[3]。本文采用无粘步显格式、粘性步隐格式的做法消除了时间不相容性, 又对边界点格式作了修改, 以消除空间不相容性。用无粘-粘性分数步法模拟了轴对称收缩喷管内外流动的跨音流场。

* 本文1995年11月30日收到, 修改稿1996年4月20日收到