

固体火箭发动机寿命预估 的一种考虑*

朱智春 蔡 峰

(北京航空航天大学宇航学院, 北京, 100083)

摘要: 利用弹性-粘弹性对应原理, 分析长期贮存固体推进剂药柱由环境温度变化引起的热应力, 计算药柱损伤, 并对发动机寿命进行预估。理论分析和算法具有普遍性, 可供工程设计参考。

主题词: 固体火箭推进剂, 寿命预测, 粘弹性, 热应力, 累积损伤

分类号: V512.3

A METHOD FOR SOLID ROCKET MOTOR LIFE PREDICTION

Zhu Zhichun Cai E

(School of Astronautics, Beijing Univ. of Aeronautics and Astronautics, Beijing, 100083)

Abstract: An analysis on thermal stress of solid rocket motor grain in storage due to ambient temperature variation is presented according to elastic-viscoelastic correspondence principle, and the effects of ageing on mechanical properties of the propellant are included. The damage of grain is calculated and the motor life is predicted. The predicting theory and method can be referred in other related technical designs.

Subject terms: Solid rocket propellant, Life prediction, Viscoelasticity, Thermal stress, Cumulative damage

1 引言

固体火箭发动机在贮存过程中, 长期经受环境温度载荷的影响。由于壳体和推进剂的热膨胀系数不同, 温度变化将在药柱内部产生较大的热应力, 使药柱内孔表面产生裂纹, 壳体与药柱粘结处发生脱粘。本文利用弹性-粘弹性对应原理^[1], 考虑老化对推进剂力学性能的影响, 分析环境温度载荷在药柱内部引起的热应力, 计算由此引起的药柱损伤, 并对发动机寿命进行预估。

2 环境温度模型

精确描绘发动机经受的环境温度变化(外载状态), 是严格预估发动机损伤的第一步; 对环境温度变化的随机性, 可以采用傅利叶级数形式表示^[2]。若只考虑温度的季循环和日循环, 则发动机表面温度与平均温度 T_m 的关系模型简化为:

* 本文 1995 年 6 月 14 日收到, 修改稿 1996 年 1 月 26 日收到, 本课题系航空科学基金资助项目

$$T_s = T_m + f_a T_a \sin \omega_a t + f_d T_d \sin \omega_d t$$

式中 T_a 、 T_d ——年、日循环温度幅值；

ω_a 、 ω_d ——年、日循环频率； $\omega_a = 2\pi/(365 \times 24)$, $\omega_d = 2\pi/24$

f_a 、 f_d ——针对不同贮存条件考虑的调节系数。

3 应力分析

通过温度场分析计算可知，环境温度变化，在药柱内部引起的温度梯度很小，可以近似认为药柱内部为均匀温度场，应力是由温度差异引起的。假设药柱为一无限长厚壁圆筒，壳体为薄壁圆筒，药柱、壳体皆处于平面应变状态（如图1）。同时假设推进剂为各向同性、均质的线性粘弹性材料，推进剂泊松比为常数。

$$\text{平衡方程: } \frac{\partial \sigma_\gamma}{\partial \gamma} + \frac{\sigma_\gamma - \sigma_\theta}{\gamma} = 0$$

$$\text{几何方程: } \epsilon_\gamma = \frac{\partial u_\gamma}{\partial \gamma}; \quad \epsilon_\theta = \frac{u_\gamma}{\gamma}; \quad \gamma_{\gamma\theta} = 0$$

$$\begin{aligned} \text{物理方程: } \epsilon_\gamma &= \frac{1-\mu^2}{E}(\sigma_\gamma - \frac{\mu}{1-\mu}\sigma_\theta) + (1-\mu)\alpha \cdot \Delta T \\ \epsilon_\theta &= \frac{1-\mu^2}{E}(\sigma_\theta - \frac{\mu}{1-\mu}\sigma_\gamma) + (1-\mu)\alpha \cdot \Delta T \end{aligned}$$

式中 $\Delta T = T - T_0$, T 为环境温度, T_0 为零应力温度

$$\text{边界条件: } \sigma_\gamma|_{\gamma=a} = 0, \quad \sigma_\gamma^p|_{\gamma=b} = -p'$$

$$\sigma_\gamma^c|_{\gamma=b} = -p', \quad \sigma_\gamma^c|_{\gamma=d} = 0$$

$$u_\gamma^p|_{\gamma=b} = u_\gamma^c|_{\gamma=b}$$

p' 为药柱和壳体接触面上的接触压力, 上标 p 表示推进剂, c 表示壳体。

求解得到药柱应力弹性解

$$\sigma_\gamma^e(\gamma) = -\frac{\lambda^2 E \alpha_R \Delta T}{(1-2\mu)\lambda^2 + 1} \left(1 - \frac{a^2}{\gamma^2}\right) \quad \sigma_\theta^e(\gamma) = -\frac{\lambda^2 E \alpha_R \Delta T}{(1-2\mu)\lambda^2 + 1} \left(1 + \frac{a^2}{\gamma^2}\right)$$

$$\text{式中 } \lambda = b/a, \quad \alpha_R = \alpha - \frac{1+\mu_c}{1+\mu} \cdot \alpha_c$$

利用对应原理, 得到应力的粘弹性解

$$\sigma_\gamma^v(\gamma_1 t) = -\frac{\lambda^2 \alpha_R}{(1-2\mu)\lambda^2 + 1} \left(1 - \frac{a^2}{\gamma^2}\right) \int_0^t E(\xi - \xi') \frac{d\Delta T}{d\tau} d\tau$$

$$\sigma_\theta^v(\gamma_1 t) = -\frac{\lambda^2 \alpha_R}{(1-2\mu)\lambda^2 + 1} \left(1 + \frac{a^2}{\gamma^2}\right) \int_0^t E(\xi - \xi') \frac{d\Delta T}{d\tau} d\tau$$

$$\xi = \int_0^t \frac{d\tau}{\alpha_T}$$

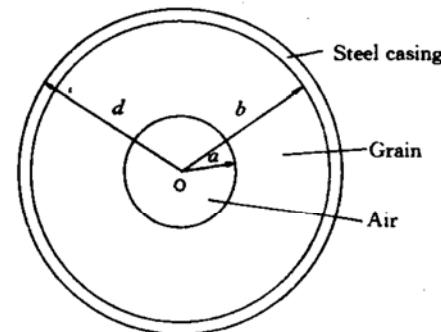


Fig. 1 The simplified model of grain

可见, 温度变化时, 药柱内环向应力始终大于径向应力; 径向应力最大值发生在外表面

(与壳体粘结面, 危及脱粘); 环向应力最大值发生在内孔表面(导致裂纹)。 t_n 时刻内孔环向应力为:

$$\sigma_\theta(a, t_n) = -\frac{2\lambda^2\alpha_R}{(1-2\mu)\lambda^2+1} \int_0^{t_n} E(\xi - \xi') \frac{d\Delta T}{d\tau} d\tau$$

式中积分项为温度、时间的复杂隐函数, 为使求解过程能在计算机上实现, 作如下数学处理: 令在每一时间间隔 $[t_{i-1}, t_i]$ 内, $\frac{d\Delta T}{d\tau} = k_i$

$$\int_0^{t_n} E(\xi - \xi') \frac{d\Delta T}{d\tau} d\tau = [E(\xi - \xi'(t_1)) + E(\xi - \xi'(0))]k_1 \cdot \frac{t_1 - 0}{2} +$$

$$[E(\xi - \xi'(t_2)) + E(\xi - \xi'(t_1))]k_2 \cdot \frac{t_2 - t_1}{2} + \dots +$$

$$[E(\xi - \xi'(t_n)) + E(\xi - \xi'(t_{n-1}))]k_n \cdot \frac{t_n - t_{n-1}}{2}$$

$$\text{式中 } \xi = \int_0^{t_n} \frac{d\tau}{\alpha_T} = \int_0^{t_1} \frac{d\tau}{\alpha_T} + \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\tau}{\alpha_T} + \dots + \int_{t_{n-1}}^{t_n} \frac{d\tau}{\alpha_T}$$

$$\int_{t_{i-1}}^{t_i} \frac{d\tau}{\alpha_T} = -\frac{c_1 c_2 \ln 10}{k_i} \cdot 10^{c_1} \left[e^{-y_{i-1}} \left(\frac{1}{y_{i-1}^2} - \frac{2}{y_{i-1}^3} \right) - e^{-y_i} \left(\frac{1}{y_i^2} - \frac{2}{y_i^3} \right) \right]$$

$$y_i = \frac{c_1 c_2 \ln 10}{c_2 + T(t_i) - T_f} \quad i = 1, 2, 3, \dots, n$$

4 破坏分析

按照损伤定义, 损伤值 $D = t/t_f$ 。 t 为载荷作用时间; t_f 为该载荷作用下达到破坏的时间。 $t \rightarrow t_f$ 即损伤值 $D \rightarrow 1$ 时发生破坏。

采用 Bills 提出的线性累积损伤模型^[3]:

$$D = \frac{\int_0^t \frac{(\sigma_t - \sigma_{cr})^B}{\alpha_T} dt}{Pt_0(\sigma_{t_0} - \sigma_{cr})^B}$$

式中 σ_t —— 施加于试件的真实应力; α_T —— 时间-温度移位因子;

σ_{t_0} —— t_0 时间内破坏所需应力; B —— 损伤指数;

σ_{cr} —— 试件不发生损坏的临界应力; P —— 多次破坏试验测得的概率分布函数。

考虑老化影响, 选用如下半经验公式:

$$\sigma(T, t) = \sigma_0 [1 - k(T) \lg t]$$

$$k(T) = A \cdot e^{-B/T} \text{ 为温度 } T \text{ 下的老化速率}$$

式中 σ_0 —— 强度初始值 T —— 绝对温度

$\sigma(T, t)$ —— 强度现状(老化)值 t —— 贮存时间; A, B 均为常数

5 算 例

以某小型固体火箭发动机为例, 以药柱环向应力引起的内孔裂纹作为发动机失效模式, 进

行寿命预估。

5.1 原始数据

(1) 发动机几何尺寸参数 (如图 1)。

药柱内半径 $a=0.023 \text{ m}$; 药柱外半径 $b=0.062 \text{ m}$;

壳体厚度 $h=d-b=0.0015 \text{ m}$ 。

(2) 推进剂、壳体性能参数

	推进剂	壳体
弹性模量 (Pa)	见图 2	2.068×10^{11}
泊松比	0.499	0.3
热膨胀系数 ($1/\epsilon$)	0.97×10^{-4}	1.08×10^{-5}

推进剂时间-温度移位因子:

$$\lg \alpha_T = \frac{-6.857(T - 24)}{146.43 + T - 24} \quad (T: ^\circ\text{C})$$

(3) 环境温度参数

零应力温度 $T_0=80^\circ\text{C}$; 固化冷却速率 $k=5^\circ\text{C}/\text{h}$;

年平均温度 $T_m=15^\circ\text{C}$ 。贮存条件调节系数 $f_a=0.667$ $f_d=0.4$

年、日温度幅值 T_a 、 T_d 分别由某地区年、日温度幅值累积密度函数产生。

(4) 推进剂老化参数 (温度: K)

强度老化 $A=1.15 \times 10^{10}$ $B=8.53 \times 10^3$ 模量老化 $A=4.1 \times 10^5$ $B=4.85 \times 10^3$

(5) 药柱操作模型参数

$$\sigma_{t_0} = 109.904 \times 10^4 \text{ Pa}$$

$$\sigma_{cr} = 0 \quad B = 7.0$$

试件破坏概率分布函数 P 如图 3。

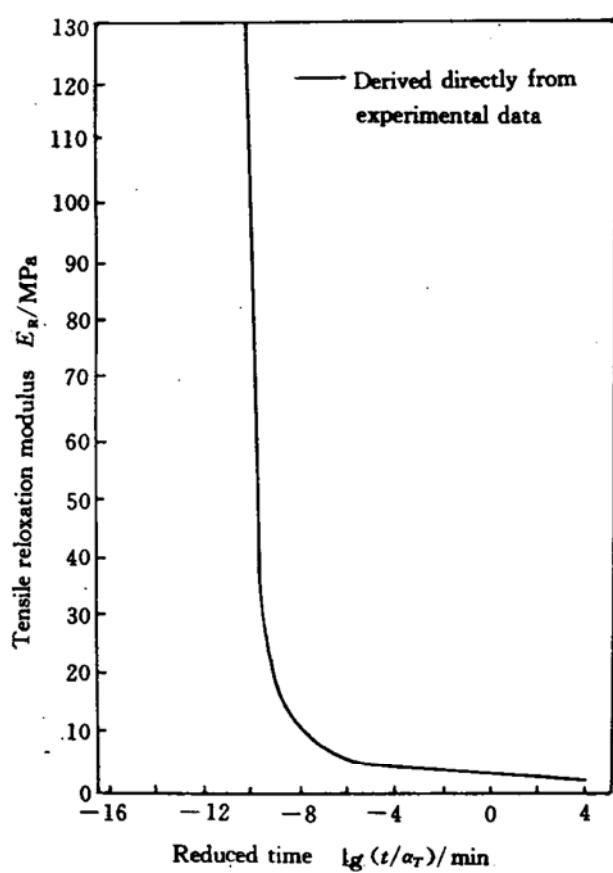


Fig. 2 Tensile relaxation modulus of propellant

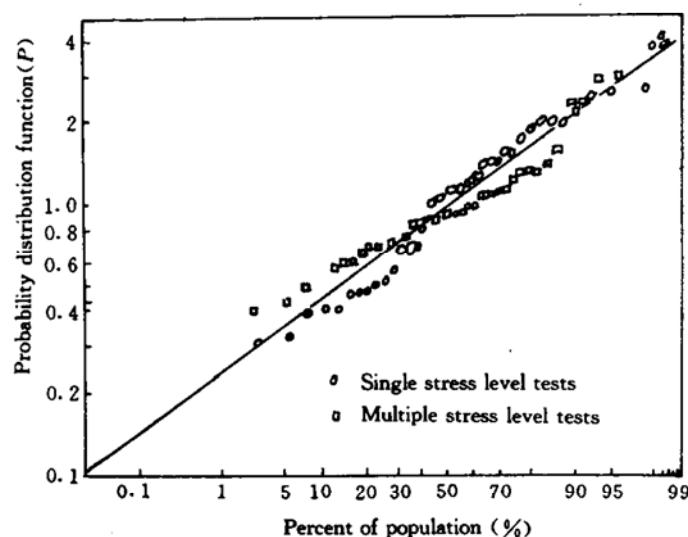


Fig. 3 Probability distribution function of specimen failures

(下转第 16 页)

Table 2 Particle size of Al₂O₃ for some solid rocket motors

SPRM type	S-1	S-2	S-3	S-4	S-5	S-6	S-7
p_c/MPa	3.92	6.37	4.27	5.88	4.51	5.55	5.88
D_t/mm	83	64	151	140	190	227	292
$D_{43}/\mu\text{m}$	3.93	4.10	5.41	5.82	6.15	7.20	8.30

参 考 文 献

- 1 何洪庆, 张振鹏. 固体火箭发动机的气体动力学. 西安: 西北工业大学出版社, 1988
 - 2 方丁酉. 两相流动力学. 长沙: 国防科技大学出版社, 1988
 - 3 Hersem R W. Aluminium oxide particle size for solid rocket motor performance prediction. AIAA 81-0035
 - 4 Sabnis J S, Dejong F J, Gibeling H J. Calculation of particle trajectories in solid rocket motors with arbitrary acceleration. AIAA 91-3392
- ~~~~~

(上接第 13 页)

5.2 寿命预估

贮存过程温度变化比较平缓, 累积损伤呈线性增大趋势。试件破坏概率分布函数 P 取 1, 计算发动机贮存 10 年累积损伤为 29%。据此预测, 如果认为累积损伤达到 1.0 时发动机失效, 则发动机平均贮存寿命约为 30 年。即发动机贮存 30 年, 失效概率为 50%。根据试件破坏概率分布曲线(图 3)分析, 取 $P=0.42$, 对应失效概率为 10%, 计算得发动机贮存寿命为 15 年; 取 $P=0.24$, 对应失效概率为 1%, 计算得发动机贮存寿命为 8 年。

同时, 计算结果表明, 应力、损伤随环境温度升高而降低, 随温度下降而增大。由此可见, 若贮存地区年平均温度较低, 则发动机贮存寿命较短。

参 考 文 献

- 1 蔡峨. 粘弹性力学基础. 北京: 北京航空航天大学出版社, 1989
- 2 Derbalian G, et al. Probabilistic environmental model for solid rocket motor life prediction. NTR-6030, 1982
- 3 Bills K W, et al. Solid propellant cumulative damage program-final report. AFRPL-TR-68-131
- 4 Zibdeh H S, et al. The use of the first passage method in service life prediction for rocket motors. AIAA-86-1416