

摆动喷管结构分析的半解析法

韩 晓 明

(空军导弹学院, 陕西三原, 713800)

张 铎

(西北工业大学航天工程学院, 西安, 710072)

摘 要: 针对摆动喷管结构轴对称的特点, 采用半解析法, 选用精度较高的八结点等参数单元, 对缠绕复合材料旋转体在非轴对称载荷作用下建立了有限元方程, 在微机上采用 FORTRAN 语言编写了计算程序。通过算例, 验证了此种方法的正确性和可行性, 应用本文所提供的计算方法和程序, 对某型固体火箭发动机缠绕复合材料摆动喷管进行了静力分析, 从而给出了喷管静力分析的一种工程计算方法。

主题词: 火箭发动机喷管, 可动喷管, 缠绕结构, 静力学, 有限元法

分类号: V435.13

A QUASI-ANALYTIC FINITE ELEMENT METHOD OF THE STRUCTURE ANALYSIS FOR A MOVABLE NOZZLE

Han Xiaoming

(Air Force Missile Inst., Shanyuan, 713800)

Zhang Duo

(Coll. of Astronautics, Northwestern polytechnical Univ., Xi'an, 710072)

Abstract: In this paper, according to the characteristics of nozzle's axisymmetric structures, the quasi-analytic finite element method is used to establish the axisymmetric 8-node element finite equation of a laminated composite nozzle subjected to asymmetric loading. The computational program with FORTRAN is designed. The correctness and feasibility of the program is validated through some examples. Finally, the static computation of a solid rocket swing nozzle is accomplished by using the method and program. A engineering method of movable nozzle's static computation is presented.

Subject terms: Rocket engine nozzle, Movable nozzle, Filament wounding construction, Statics, Finite element method

1 引 言

当轴对称体上所用的外载荷为非轴对称时, 将产生非轴对称的位移、应变和应力的三维

问题,用有限元法进行静力分析,会使整个问题的求解变得复杂。如果针对轴对称结构这一特点,采用半解析法^[1,2],选用环元,对结构进行部分离散,就可将一个三维问题简化为 r 、 z 平面的若干个二维问题来处理,使问题简化,从而减少计算工作量,降低计算费用。固体火箭发动机的壳体和摆动喷管属于轴对称结构,但所受的外载荷除内压外还有操纵喷管摆动的非轴对称力。本文将采用半解析法,选用八节点等参数环元对其进行有限元分析,给出一种解决非轴对称载荷作用下摆动喷管的工程计算方法,为结构强度、刚度校核提供理论依据。

2 正、反对称载荷作用下的有限元方程

用半解析法处理问题时,通常采用圆柱坐标 (r, θ, z) ,将外载荷沿 θ 方向展开成 Fourier 级数,同时,将与外载荷对应的位移也展开为相应形式的 Fourier 级数,在 r - z 域内进行有限元的离散,然后建立其有限元方程^[3]。下面给出采用八结点等参环元推导出的单元刚度矩阵表达式。

(1) 轴对称单元刚度矩阵为

$$[k]_{8 \times 8} = 2\pi \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B]^T [D] [B] |J| r d\zeta d\eta \quad (1)$$

其中:几何矩阵 $[B] = [B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6, B_7, B_8]$

$$[B_i] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial r} & 0 & \frac{N_i}{r} & \frac{\partial N_i}{\partial z} \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial r} \end{bmatrix} \quad (2)$$

$[D]_{4 \times 4}$ 为轴对称时的弹性矩阵; $|J|$ 为雅可比矩阵行列式; r 为单元中任点的径向坐标; N_i 为第 i 个节点的形函数。

(2) 正对称单元刚度矩阵

$$[k']_{12 \times 12} = \int_{V_e} [B]^T [D] [B] |J| r d\theta d\zeta d\eta = \begin{bmatrix} k'_{11} & k'_{12} & k'_{13} & k'_{14} \\ k'_{21} & k'_{22} & k'_{23} & k'_{24} \\ k'_{31} & k'_{32} & k'_{33} & k'_{34} \\ k'_{41} & k'_{42} & k'_{43} & k'_{44} \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中 $[k'_{ij}]$ 是一个 3×3 阶的子矩阵,由下式计算

$$[k'_{ij}] = \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B'_i]^T [D] [B'_j] |J| r d\theta d\zeta d\eta \quad (i = 1, 2, \dots, 8 \quad j = 1, 2, \dots, 8) \quad (4)$$

其中: $[D]_{6 \times 6}$ 为非轴对称时的弹性矩阵;

几何矩阵

$$[B_i'] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial r} \cos l\theta & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial z} \cos l\theta & 0 \\ \frac{N_i}{r} \cos l\theta & 0 & \frac{l}{r} N_i \cos l\theta \\ \frac{\partial N_i}{\partial z} \cos l\theta & \frac{\partial N_i}{\partial r} \cos l\theta & 0 \\ -\frac{1}{r} N_i \sin l\theta & 0 & (\frac{\partial N_i}{\partial r} - \frac{N_i}{r}) \sin l\theta \\ 0 & -\frac{1}{r} N_i \sin l\theta & \frac{\partial N_i}{\partial z} \sin l\theta \end{bmatrix} \quad (5)$$

l 为 Fourier 级数展开项数。

(3) 反对称时单元刚度阵与式 (3)、式 (4) 形式相同, 而几何矩阵把 (5) 式中 $\sin l\theta$ 变为 $\cos l\theta$, $\cos l\theta$ 变为 $\sin l\theta$ 即可。

由 (5) 式看出单元刚度阵 $[K]^e$ 除与单元的几何参数、材料特性有关外, 还与 Fourier 级数的展开项数有关。

(4) 轴对称、正对称及反对称载荷作用下的有限元方程形式都相同, 即:

$$[K]\{\delta\} = \{R\} \quad (6)$$

其中, $[K] = \sum_{e=1}^{N_e} [k]^e$, 不同之处在于不同性质的载荷作用时其单元刚度矩阵 $[k]^e$ 和结点载荷列阵不同, 轴对称情况时, 单元刚度矩阵 $[k]^e$ 由式 (1) 给出; 正、反对称情况时, 单元刚度矩阵 $[k]^e$ 由式 (3) 给出。

3 算例与摆动喷管扩张段的计算

3.1 薄壁圆筒受一对集中力作用

薄壁圆筒如图 1 所示, 两端为刚性隔板约束, 在圆筒中心受到一对数值相等、方向相反的集中力作用, 其中, $L=600$ mm, $R=300$ mm, $t=3.0$ mm, $E=3 \times 10^6$ MPa, $\gamma=0.3$, $P=1.0$ N。由于对称性, 只取 $\frac{L}{2}$ 进行计算。计算结果列于表 1 中, 误差在工程许可的范围内。

Table 1 The radial displacement at the loading point

The term of Fourier series development	The computational result of 4 node element (100 element)	The computational result of 8 node element (20 elements)	Analytic solution ^[5]
0	0.008127	0.001127	0.1852
2	0.01355	0.01552	
4	0.05955	0.06250	
6	0.1344	0.1335	
8	0.1817	0.1852	

3.2 某型固体火箭发动机复合材料缠绕摆动喷管的位移、应力分析

喷管结构示意图如图 2 所示。喷管在工作期间, 主要承受两方面的载荷, 其一为内压, 其二为两个操纵喷管摆动的力 P 。计算时简化成扩张段的根部为固支。选择了八种计算工况, 应用自行编写的计算软件, 计算结果经整理绘制成位移、应力变化图和摆动力作用处截面变形示意图 (图 3~5)。

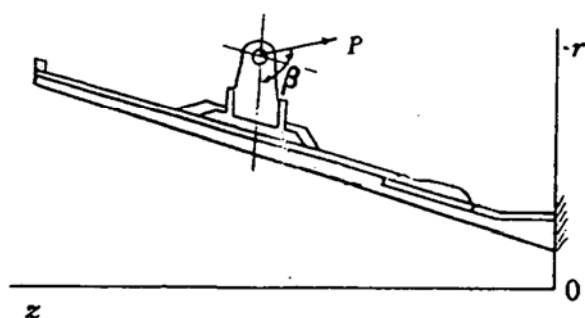


Fig. 2 The sketch of nozzle

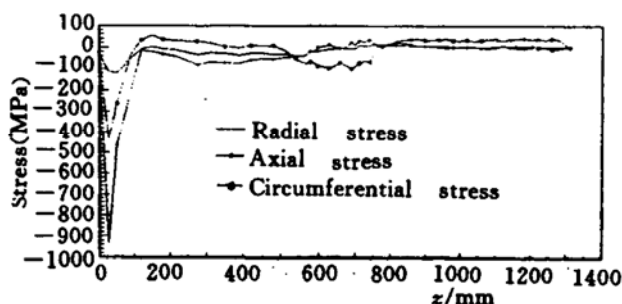


Fig. 4 The stress diagram of nozzle

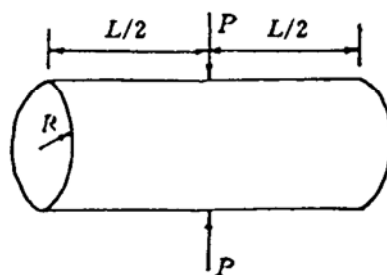


Fig. 1 A thin walled cylinder under a pair of concentrated forces

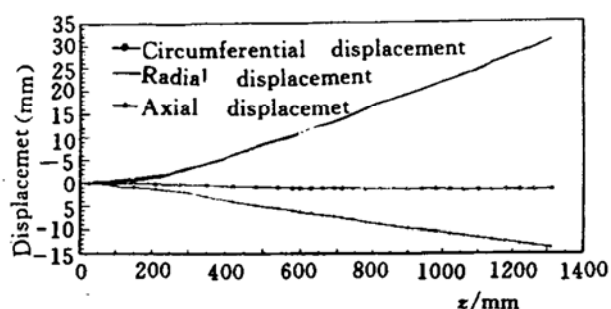


Fig. 3 The displacement diagram of nozzle

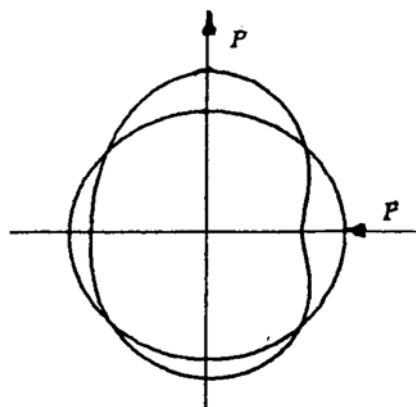


Fig. 5 The section deformation sketch at the swing forces point

4 结束语

- (1) 由算例可知, 采用半解析法对喷管进行静力计算是可行的, 喷管扩张段的位移、应力的变化规律与理论分析相吻合。
 - (2) 通过例题以及与文献 [4] 提出的用三角形环元法相比较可知: 八结点等参环元的精度明显高于三角形环元。
 - (3) Fourier 级数的展开项数一般只需取 1~8 项。而且, 随着壁厚与半径比的进一步增大, Fourier 级数的展开项数还可以进一步减少。对于厚壁圆筒, Fourier 级数的展开项一般只需取 1~3 项, 计算结果即收敛。
- 固体火箭发动机喷管的结构和实际工作环境是比较复杂的, 本文仅进行了静力计算, 其分析结果及计算程序对工程设计具有很好的参考价值。

(下转第 63 页)

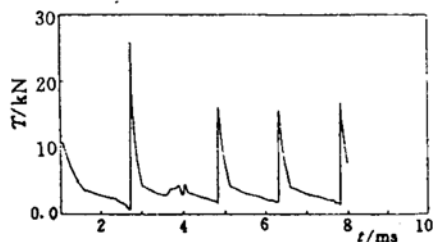


Fig. 14 Instantaneous thrust history

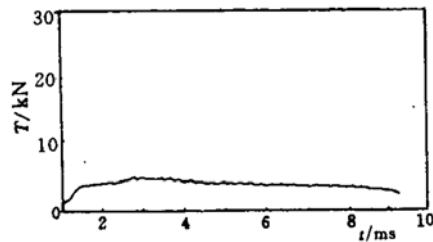


Fig. 15 Average thrust history

图 12 表示爆震室闭端静压随时间的变化。最初压力为 3 MPa, 以后迅速降到 0.6 MPa, 当爆震波离开爆震室时, 压力进一步下降, 在 0.1 MPa 上下摆动, 从而显示出清除燃烧产物和吸气的过程。图 13 表示 PDE 中理想推力随时间变化曲线, 图 14 表示瞬时推力曲线, 图 15 表示平均推力曲线。

参 考 文 献

- 1 Nicholls J A, Wilkinsomn H R, Morrison R B. Intermitten detonation as a thrust-producing mechanism. *Jet Propulsion*, 1957, 27: 534~541
- 2 Helman D, Shreeve R P, Eidelman S. Detonation pulse engine. AIAA 86-1683
- 3 Eidelman S, Grossmann W, Lottati I. Review of propulsion applications and numerical simulations of the pulsed detonation engine concept. *Jet Propulsion*, 1991, 7 (6)
- 4 Bussing J, Pappas G. An introduction to pulse detonation engines. AIAA 94-0263
- 5 Williams F A. Combustion theory. The Benjamin/Cummings Publishing Company Inc, 1985

(上接第 39 页)

参 考 文 献

- 1 Pandovan J. Quasi-Analytical finite element procedures for axisymmetric anisotropic shells and solids. *Computer & Structures*, 1974, 14: 467~483
- 2 Upadhy A R, Arund H M. Analysis of axisymmetric laminated composite shells subjected to asymmetric loading. AD A87-25868
- 3 王勋成, 邵敏. 有限元基本原理与数值方法. 北京: 清华大学出版社, 1988
- 4 严聪. 缠绕复合材料喷管静力分析: [硕士论文]. 西安: 西北工业大学, 1990
- 5 Ericsson A. On a thin shell element for non-linear analysis, based on the isoparametric concept. *Computer & Structures*, 1992, 42