

复合材料发动机壳体结构 分析与优化设计^{*}

张 铎 黄冬梅

(西北工业大学航天工程学院, 西安, 710072)

摘要: 研究缠绕复合材料发动机壳体在内压载荷作用下, 承受强度约束的优化设计方法。对强度约束采用 Tsai-Wn 失效准则, 使各铺层的强度比 R 都临界满足强度准则。从而导出最有利厚度的迭代公式。通过算例表明, 本文所提供的方法具有较高的效率, 结构重量稳定下降。一般经过 1~6 次迭代计算即可达到优化设计。

主题词: 火箭发动机壳体, 缠绕结构, 结构分析, 最优设计

分类号: V435.22, V258, TH213

STRUCTURAL ANALYSIS AND DESIGN OPTIMIZATION OF COMPOSITE MOTOR CASES

Zhang Duo Huang Dongmei

(Aerospace Engineering Inst. Northwestern Polytechnical Univ., Xi'an, 710072)

Abstract: Design optimization algorithm of winding composite motor cases under inner pressure and endure strength restrain is studied. Tsai-Wn Failure Criteria is taken in order that strength ratio of each layer can satisfy the strength criteria. Then the iteration formula of optimal thickness is derived. Examples show that the algorithm presented in this paper is efficient. Structural weight drop steadily. After 1~6 iteration computation, design optimization can be gotten.

Subject terms: Rocket engine case, Filament winding construction, Structural analysis, Optimum design

1 引言

复合材料结构的优化设计方法研究, 很多学者都进行了大量的工作^[1,2], 但都承受面内载荷。本文在前人工作的基础上, 着重讨论缠绕复合材料发动机壳体, 以壳体厚度为设计变量, 结构重量为目标函数, 在弯曲载荷作用下的结构分析和优化设计方法。

* 本文 1994 年 9 月 2 日收到

2 复合材料发动机壳体的结构分析

复合材料发动机壳体应用有限元法进行结构分析的过程与其它结构基本相同，这里主要介绍复合材料壳单元。

2.1 复合材料壳单元

固体火箭发动机壳体，通常是单曲或双曲的薄壳。进行有限元离散时，可以用矩形薄板单元组成的一个个单向或双向折板代替，如图1所示。这种单元（即壳单元）的应力状态为平面应力状态与弯扭应力状态的组合。壳单元在局部坐标系中节点*i*的位移分量和节点力分量，如图2所示。分别为

$$\begin{aligned}\{\delta_i\} &= [u_i \ v_i \ w_i \ \theta_{xi} \ \theta_{yi}]^T \\ \{F_i\} &= [U_i \ V_i \ W_i \ M_{xi} \ M_{yi}]^T\end{aligned}\quad (i, j, m, p) \quad (1)$$

记

$$\{\delta_i^p\} = \begin{Bmatrix} u_i \\ v_i \end{Bmatrix}, \quad \{F_i^p\} = \begin{Bmatrix} U_i \\ V_i \end{Bmatrix}$$

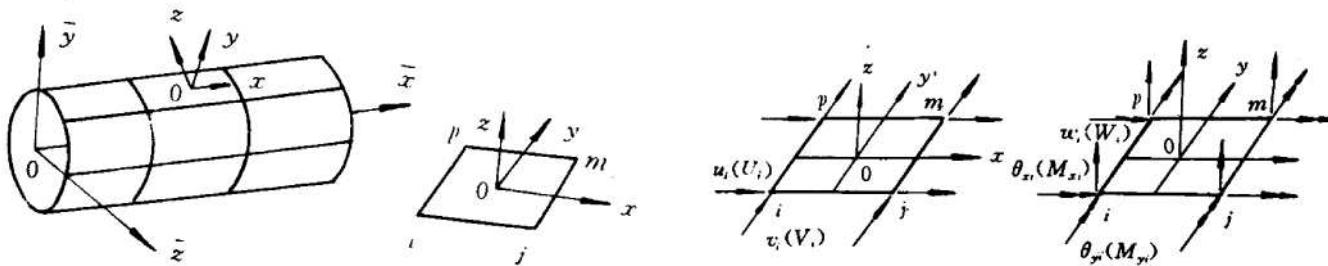


Fig. 1 Computing model of shell

Fig. 2 Nodal displacement and stress of shell element

为平面应力状态下节点*i*的节点位移与节点力，

$$\{\delta_i^p\} = \begin{Bmatrix} w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \end{Bmatrix}, \quad \{F_i^p\} = \begin{Bmatrix} W_i \\ M_{xi} \\ M_{yi} \end{Bmatrix}$$

为弯扭应力状态下节点*i*的节点位移与节点力。由于平面应力状态下的节点力 $\{F_i^p\}$ 与弯扭应力状态下的节点位移互不相关，而弯扭应力状态下的节点力 $\{F_i^b\}$ 与平面应力状态下的节点位移也不相关。因而由有限元法的单元分析得到的壳单元刚度矩阵 $[K]^e$ ，用子矩阵可表示成如下的形式^[3]

$$[K]_r^e = \left[\begin{array}{c|c} [K]_r^p & \cdots \\ \hline \cdots & [K]_r^b \end{array} \right] \quad (r = i, j, m, p) \quad (2)$$

式中， $[K]_r^p$ 及 $[K]_r^b$ 分别为平面应力状态及弯扭应力状态刚度矩阵的子矩阵。

2.2 复合材料壳单元刚度矩阵的计算

当缠绕复合材料发动机壳体为对称铺层，则复合材料壳单元的内力与应变关系为^[4]

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon^0 \\ K \end{Bmatrix} \quad (3)$$

式中 $\{N\} = [N_x \ N_y \ N_{xy}]^T$ 为面内力; $\{M\} = [M_x \ M_y \ M_{xy}]^T$ 为弯矩; $\{\epsilon^0\} = [\epsilon_x^0 \ \epsilon_y^0 \ r_{xy}^0]^T$ 为中面应变; $\{K\} = [K_x \ K_y \ K_{xy}]^T$ 为弯曲曲率; $[A]$ 为面内刚度; $[D]$ 为弯曲刚度。分别按下式计算

$$A_{ij} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \bar{Q}_{ij}^{(k)} dZ = \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{ij}^{(k)} (Z_k - Z_{k-1}) \quad (i, j = 1, 2, 6) \quad (4)$$

$$D_{ij} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \bar{Q}_{ij}^{(k)} Z^3 dZ = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^n \bar{Q}_{ij}^{(k)} (Z_k^3 - Z_{k-1}^3) \quad (i, j = 1, 2, 6) \quad (5)$$

根据有限元法单元刚度矩阵的一般表达式, 可以得出壳单元在平面应力状态下的刚度矩阵为

$$[K]_p^e = \iint [B]_p^T [A] [B]_p dxdy \quad (6)$$

而壳单元在弯扭应力状态下的刚度矩阵为

$$[K]_b^e = \iint [B]_b^T [D] [B]_b dxdy \quad (7)$$

在计算刚度矩阵 $[K]_p^e$ 及 $[K]_b^e$ 时, 应用高斯积分法, 得

$$[K]_p^e = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n H_i H_j [B]_p^T [A] [B]_p |J| \quad (8)$$

$$[K]_b^e = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n H_i H_j [B]_b^T [D] [B]_b |J| \quad (9)$$

式中, H_i , H_j 为高斯积分的权重, $|J|$ 为雅可比矩阵的行列式且为 $|J|=a \cdot b$, a , b 分别为壳单元的长和宽。(8) 式及 (9) 式中的面内几何矩阵 $[B]_p$ 及弯曲几何矩阵 $[B]_b$ 经推证得

$$[B]_p = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -\left(\frac{1}{a} - \frac{\eta}{a}\right) & 0 & \left(\frac{1}{a} - \frac{\eta}{a}\right) & 0 \\ 0 & -\left(\frac{1}{b} - \frac{\xi}{b}\right) & 0 & -\left(\frac{1}{b} + \frac{\xi}{b}\right) \\ -\left(\frac{1}{b} - \frac{\xi}{b}\right) & -\left(\frac{1}{a} - \frac{\eta}{a}\right) & -\left(\frac{1}{b} + \frac{\xi}{b}\right) & \left(\frac{1}{a} - \frac{\eta}{a}\right) \\ \left(\frac{1}{a} + \frac{\eta}{a}\right) & 0 & -\left(\frac{1}{a} + \frac{\eta}{a}\right) & 0 \\ 0 & \left(\frac{1}{b} + \frac{\xi}{b}\right) & 0 & \left(\frac{1}{b} - \frac{\xi}{b}\right) \\ \left(\frac{1}{b} + \frac{\xi}{b}\right) & \left(\frac{1}{a} + \frac{\eta}{a}\right) & \left(\frac{1}{b} - \frac{\xi}{b}\right) & -\left(\frac{1}{a} + \frac{\eta}{a}\right) \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$[B]_b = [B_1 \ B_2 \ B_3 \ B_4] \quad (11)$$

$$\begin{aligned}
 [B_1] &= \frac{1}{8} \begin{bmatrix} -\frac{6\xi}{a^2}(1-\eta) & 0 & -\frac{2}{a}(1-3\xi)(1-\eta) \\ -\frac{6\eta}{b^2}(1-\xi) & \frac{2}{b}(1-\xi)(1-3\eta) & 0 \\ -\frac{2}{ab}(4-3\xi^2-3\eta^2) & -\frac{2}{a}(1-\eta^2) & \frac{2}{b}(1-\xi^2) \end{bmatrix} \\
 [B_2] &= \frac{1}{8} \begin{bmatrix} -\frac{6\xi}{a^2}(1-\eta) & 0 & \frac{2}{a}(1+3\xi)(1-\eta) \\ -\frac{6\eta}{b^2}(1+\xi) & \frac{2}{b}(1+\xi)(1-3\eta) & 0 \\ -\frac{2}{ab}(4-3\xi^2-3\eta^2) & \frac{2}{a}(1-\eta^2) & \frac{2}{b}(1-5\xi^2) \end{bmatrix} \\
 [B_3] &= \frac{1}{8} \begin{bmatrix} \frac{6\xi}{a^2}(1+\eta) & 0 & \frac{2}{a}(1+3\xi)(1+\eta) \\ \frac{6\eta}{b^2}(1+\xi) & -\frac{2}{b}(1+\xi)(1+3\eta) & 0 \\ -\frac{2}{ab}(4-3\xi^2-3\eta^2) & \frac{2}{a}(1-5\eta^2) & -\frac{2}{b}(1-5\xi^2) \end{bmatrix} \\
 [B_4] &= \frac{1}{8} \begin{bmatrix} -\frac{6\xi}{a^2}(1+\eta) & 0 & -\frac{2}{a}(1-3\xi)(1+\eta) \\ \frac{6\eta}{b^2}(1-\xi) & -\frac{2}{b}(1-\xi)(1+3\eta) & 0 \\ \frac{2}{ab}(4-3\xi^2-3\eta^2) & -\frac{2}{a}(1-5\eta^2) & -\frac{2}{b}(1-\xi^2) \end{bmatrix} \quad (12)
 \end{aligned}$$

将 $[B]_p$ 及 $[B]_b$ 代入 (8) 式和 (9) 式中，并根据 (2) 式即求出复合材料壳单元的刚度矩阵。再按有限元法的分析过程对复合材料发动机壳体进行结构分析。

3 复合材料发动机壳体的优化设计

固体火箭发动机壳体在工作状态下发生破坏，往往是因强度不足引起的。因此本文讨论壳体优化时仅考虑强度约束。

3.1 强度准则与强度比方程

确定强度准则时应用了 Tsai-Wn 失效准则⁽⁴⁾，在对称铺层情况下，其失效准则为

$$F_{11}\sigma_1^2 + 2F_{12}\sigma_1\sigma_2 + F_{22}\sigma_2^2 + F_{66}\sigma_6^2 + F_1\sigma_1 + F_2\sigma_2 = 1 \quad (13)$$

式中， σ_1 、 σ_2 、 σ_6 为正轴应力。根据该式可以判断复合材料在某个应力状态下是否失效，但不能定量地指明在失效时材料的安全裕度，为此引入了强度比

$$R = \frac{\sigma_i(\alpha)}{\sigma_i} \quad (14)$$

式中, σ_i 为作用的应力分量; $\sigma_i(\alpha)$ 为对应于 σ_i 的极限应力分量。将 $\sigma_i(\alpha) = R\sigma_i$ 代入 (13) 式中得

$$(F_i\sigma_i)\sigma_j R^2 + (F_i\sigma_j)R - 1 = 0 \quad (15)$$

上式即为强度比方程, 解出的 R 的两个根是对应于材料拉伸和压缩状态下的两个强度比。当 $R < 1$ 材料破坏, $R > 1$ 表示材料还有安全裕度。因此, 从结构设计要求来说, 复合材料发动机壳体优化时应使 $R \geq 1$ 。

3.2 复合材料发动机壳体的优化设计

根据等强度优化方法和修改齿形法^[5], 复合材料发动机壳体的优化设计步骤如下

- (1) 对复合材料发动机壳体进行结构分析
- (2) 求第 i 个单元第 j 铺层的强度比 R_{ij}
- (3) 确定第 i 个单元各铺层中的最大强度比

$$R_{i\max} = \max(R_{ij})$$

- (4) 为提高最优解的精度, 将强度比做如下修正

$$\xi = 1 - \lambda \left(\frac{R_{ij}}{R_{i\max}} \right) \quad (16)$$

式中, λ 为修正因子, 用来改变步长, 取值为 1.5。由该式构成设计变量的迭代式

$$t_{ij}^{\gamma+1} = \xi^\alpha t_{ij}^\gamma \quad (17)$$

式中, γ 为迭代次数, α 为超松弛因子, 一般取大于 1 的值, t_{ij} 为第 i 个单元第 j 铺层的厚度。

- (5) 根据 (17) 式, 第 i 个单元厚度为

$$T_i^{\gamma+1} = \sum_{j=1}^m t_{ij}^\gamma \quad (18)$$

- (6) 返回 (1) ~ (5), 直到满足收敛准则

$$\eta = \frac{W^{\gamma+1} - W^\gamma}{W^\gamma} \leq \epsilon \quad (19)$$

式中, $W^{\gamma+1}$: 第 $\gamma+1$ 次迭代后结构重量;

W^γ : 第 γ 次迭代后结构重量。

4 算例

应用本文给出的壳单元和优化方法, 对某型号空-空导弹固体火箭发动机壳体进行优化设计。原始数据见表 1。利用结构和载荷的对称性, 进行结构分析的计算模型如图 3 所示。

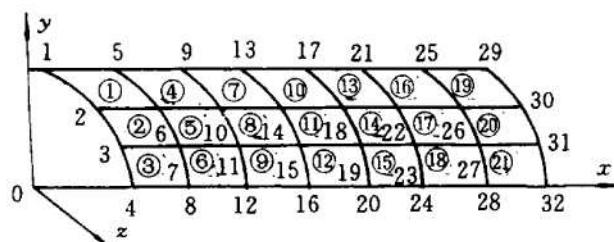


Fig. 3 Computing model of the engine shell

Table 1 Initial data for calculation

Shell length L	0.82 m	Poisson's ratio μ_{TL}	0.31
Shell diameter D	0.20 m	Shear modulus G_{ST}	5.20 GPa
Filament winding angle θ	75°	Density ρ	1613 kg/m ³
Longitudinal modulus of elasticity E_L	98.07 GPa	Internal pressure p	10 MPa
Traverse modulus of elasticity E_T	8.83 GPa	Initial thickness of composite materials	0.004 m

优化时以每次迭代后的 T 最大值作为整个壳体的新厚度, 以满足强度条件。下面给出优化结果。

Table 2 Shell thickness according to iterated times (10^{-3} m)

Iterated times	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Shell thickness	4.0	3.3	3.257	3.22	3.20	3.193	3.189	3.187	3.186	3.185

Table 3 Strength ratios R of some elements after optimization

Element codes	3	6	9	12	15	18	21
Strength ratios	1.169	1.158	1.16	1.159	1.158	1.087	1.078

Table 4 Structure weight according to iterated times (kg)

Iterated times	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Structure weight	3.22	2.68	2.62	2.59	2.58	2.571	2.567	2.566	2.565	2.564

减重效果

$$\xi = \frac{W_0 - W}{W_0} = \frac{31.59 - 25.14}{31.59} = 20.4\%$$

5 优化结果分析与结论

从表 2~4 可以看出:

(1) 优化后结构重量稳定下降。原金属材料发动机壳体壁厚是 2mm, 结构重量 8kg, 采用复合材料壳体初始壁厚 4mm, 结构重量 3.22kg, 优化后厚度为 3.185mm, 结构重量 2.564kg。可见优化效果是明显的。

(2) 优化后每个单元的强度比 $R \geq 1$, 因而复合材料发动机壳体满足强度准则。

由上所述, 本文给出的复合材料发动机壳体结构分析和优化方法是正确的, 适用于复合材料发动机壳体优化设计。

(下转第 84 页)

3.3 输入输出系统

它是人机接口部分，由键盘显示、报警、参数打印系统组成。16个功能键可方便操作。显示报警系统由数码管、蜂鸣器等组成，可实时显示过程参数和命令等输入信号，并以声光报警。打印系统采用超小型打印机及其控制板组成，可打印检测的过程参数及是否合格的结果参数。

4 改进的意义和作用

气密性检测仪是一种智能化检查仪器，其原理虽然也是压降法，但大大提高了测试的可靠性和自动化程度。其特点是：

(1) 考虑了温度的影响增加了可靠性

改进前采用的压降法，是在一定温度下进行的。但实际上充气过程是一个压缩过程，气体温度必然升高。稳压过程，由于气体温度下降，压力也下降，这对高压系统尤为明显。现在压力容器充入 20MPa 气体为例，容器内温度可达 40°C，而停放检查过程中，气体温度，最终下降到 20°C。容器即使不漏气，按理想气体定容过程计算，则此时 (20°C) 容器系统即使不漏气，气体压力也只有 18.7MPa 左右，显然大于允许压力降。

而改进后则解决了此问题。根据理想气体定容过程气体状态方程：

$$p_2 = \frac{T_2}{T_1} p_1$$

T_1 、 p_1 是容器系统内某一时刻（气密检查前）的温度和压力， T_2 、 p_2 是另一时刻（气密性检查停放后）的温度和压力。

比较实测压力值 p'_2 ，如果 $p'_2 = p_2$ 则系统是密封的，否则系统漏气。由于考虑了温度变化，使可靠性增加。

(2) 具有自动检查功能，缩短了测试时间

改进后的设备仪器由于是自动检查、自动判断、具有合格指示、漏气声光报警、参数打印等功能，因此，它不但减轻了操作测试人员的劳动强度，放宽了对测试人员的技术水平的要求，同时避免了使用指针式压力表时易出现读数不一的问题，大大提高了设备的自动化程度。

（上接第 60 页）

参 考 文 献

- [1] 刘方龙等. 复合材料层板等强度最优化设计方法. 航空学报, 1984, 5 (2)
- [2] 李为吉. 复合材料结构的多级优化设计方法. 西北工业大学, 1988
- [3] 华东水利学院. 弹性力学问题的有限单元法. 北京: 水利电力出版社, 1975
- [4] 航空航天工业部科学技术研究院. 复合材料手册. 北京: 航空工业出版社, 1990
- [5] Knot N S. Computer Program (OPTCOMP) for Optimization of Composite Structures for Minimum Weight Design. AFFDL-TR-76-149, 1977