

# 空腔倾向对泄漏影响的流动分析\*

黄守龙

(华中理工大学动力系, 武汉, 430074)

王祖尧 马大为

(南京理工大学机械学院, 南京, 210014)

**摘要:** 给出了前倾斜腔、矩形空腔和后倾斜腔三种结构的四空腔迷宫密封实验结果。通过数值求解非定常N-S方程, 预测了上述三种结构的单空腔迷宫通道的内部流动。计算结果表明: 后倾斜腔结构内部是稳态流动, 而对于前倾斜腔和矩形空腔结构, 流动表现为总体结构的基本稳定和局部结构的不稳定, 局部不稳定的强弱顺序依次是前倾斜腔、矩形空腔和后倾斜腔的迷宫结构。通过分析局部结构不稳定对减小泄漏的作用机制, 说明不稳定效应的强弱是造成密封效果优劣的重要原因之一。

**主题词:** 迷宫密封体, 数值计算, 流动稳定性

**分类号:** HT136

## FLOW ANALYSE INFLUENCE OF CAVITY INCLINATION ON LABYRINTH LEAKAGE

Huang Shoulong

(Dept. of Power Engineering, Huazhang Univ. of Science and Technolgy, Wuhan, 430074)

Wang Zuyao Ma Dawei

(Coll. of Mechanical Engineering, Nanjing Univ. of Science and Technology, Nanjing, 210014)

**Abstract:** Firstly, seal test results of four-cavity labyrinthines are presented for forward-inclined, rectangular and backward-inclined cavityes. Secondly, the unsteady N-S equations are solved to predict the single-cavity labyrinth internal flow for three cases mentioned above. The numerical results reveal that, for forward-in-

\* 本文1994年5月23日收到

clined and rectangular cases, the flows are in dynamic equilibrium which means between the essential stability of general structure and the instability of particular structure, while the flow is steady for the backward-inclined case. In sequence of instability from high to low they are forward-inclined, rectangular and backward-inclined cavityies. The effect of instability of particular structure on leakage decrease is discussed. It is indicated that the difference in instability intensity is the main cause of the difference in seal efficiency among the three types of cavityies.

**Subject terms:** Labyrinth seal, Numerical calculation, Flow instability.

## 1 引言

虽然人们对迷宫密封的热力学机理早已有共识，但因缺乏对其流体动力学机理的充分认识，一直制约着这类结构的设计水平。Morrison 和 Rhode 等<sup>[1~4]</sup>以航天主发动机为背景所开展的系列研究，大大加深了人们对迷宫通道内部流动的稳态特性的认识，但这些基于平均流动的数值计算和实验测量，不能解释和揭示许多与不稳定流动相关的现象及机理。空腔流动作为流体力学的基本问题，其流动不稳定性已被证实并日益为相关领域所关注。将流动不稳定性概念与迷宫通道内部流动相联系，有可能揭示迷宫密封内部流动的潜在机理。本文选用前倾斜腔、矩形空腔与后倾斜腔这三类结构，以数值预测手段捕获单空腔迷宫通道内部流动结构随时间演化的细节，通过分析流动不稳定对减小泄漏的作用机制，获得新的认识。

## 2 密封实验结果

对图 1 所示的结构，以空气为介质对前倾斜腔 ( $\theta=45^\circ$ )、矩形空腔 ( $\theta=0^\circ$ ) 和后倾斜腔 ( $\theta=-45^\circ$ ) 的四空腔迷宫进行了密封实验。结果表明：随下游与上游压力比  $p_e/p_0$  的下降，流量系数  $C_D$  开始增加较快，随后逐渐趋于定值  $C_D^*$ （称之为临界流量系数，作为评价密封效果优劣的主要依据），如图 2 所示，密封效果优劣顺序依次是前倾斜腔、矩形空腔和后倾斜腔的结构。为揭示不同结构密封效果差异的内在机理，本文数值预测了上述三类结构的单空腔迷宫通道的内部流动。

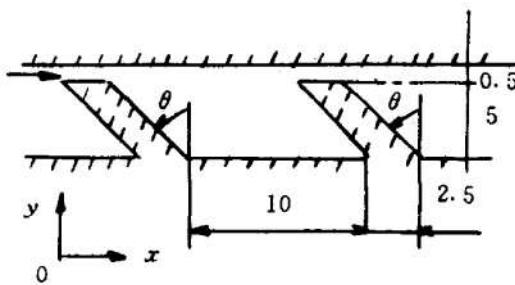


Fig. 1 Labyrinth configuration

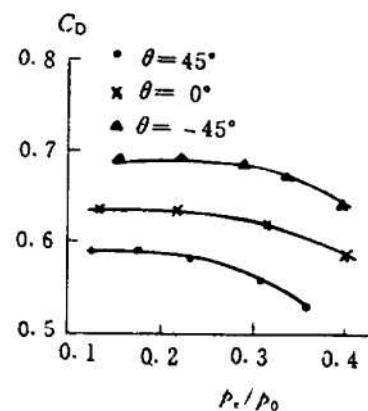


Fig. 2 Discharge coefficient versus pressure ratio

### 3 数值方法

采用非定常可压缩 Navier-Stokes 方程

$$\frac{\partial U_y}{\partial t} + \frac{\partial F_y}{\partial x} + \frac{\partial F_v y}{\partial x} + \frac{\partial G_v y}{\partial y} + H_y \quad (1)$$

其中

$$\begin{aligned} U &= [\rho, \rho u, \rho v, \rho e]^T \\ F &= [\rho u, \rho u^2 + p, \rho u v, \rho u(e + p/\rho)]^T \\ G &= [\rho v, \rho u v, \rho v^2 + p, \rho v(e + p/\rho)]^T \\ F_v &= \frac{1}{Re} \left[ 0, \tau_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{xx}u + \tau_{xy}v + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{\mu}{Pr} \frac{\partial T}{\partial x} \right]^T \\ G_v &= \frac{1}{Re} \left[ 0, \tau_{xx}, \tau_{yy}, \tau_{xy}u + \tau_{yy}v + \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{\mu}{Pr} \frac{\partial T}{\partial y} \right]^T \\ H &= \frac{1}{Re} [0, 0, (-\tau_{\theta\theta} + pRe)/y, 0]^T \\ \tau_{xx} &= 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \nabla \cdot \vec{V} \quad \tau_{xy} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \\ \tau_{yy} &= 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda \nabla \cdot \vec{V} \quad \tau_{\theta\theta} = 2\mu \frac{v}{y} + \lambda \nabla \cdot \vec{V} \\ \nabla \cdot \vec{V} &= \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) / y \quad e = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} + \frac{1}{2}(u^2 + v^2) \end{aligned}$$

式中  $\mu$  由 Sutherland 公式确定,  $\lambda = -\frac{2}{3}\mu$ ,  $\gamma = 1.4$ , 普朗特数  $Pr = 0.72$ 。

在由任意四边  $\Gamma_k$  ( $k = 1, 2, 3, 4$ ) 组成的有限单元  $\Omega_{ij}$  内积分方程 (1), 构造有限体积格式

$$U_{ij}^{n+1} = U_{ij}^n - \frac{\Delta t}{\tilde{S}_{ij}} \left[ \sum_{k=1}^4 (\bar{F}N_x + \bar{G}N_y)_{\Gamma_k}^n l_k - \sum_{k=1}^4 (\bar{F}_v N_x + \bar{G}_v N_y)_{\Gamma_k}^n l_k \right] + H_{ij}^n \Delta t \quad (2)$$

式中  $\tilde{S}_{ij} = \iint_{\Omega_{ij}} y d\sigma$ ,  $\tilde{l}_k = \int_{\Gamma_k} y dl$ ,  $N$  为单位外法向量,  $(\bar{F}N_x + \bar{G}N_y)_{\Gamma_k}^n$  和  $(\bar{F}_v N_x + \bar{G}_v N_y)_{\Gamma_k}^n$  分别为无粘项和粘性项在边界  $\Gamma_k$  的物理通量, 其中前者用 TVD 格式离散, 后者用二阶中心差分离散。下面以  $\bar{F}_{i+\frac{1}{2},j}$  为例讨论无粘项的算法(省去下标  $j$ )。

$$\begin{aligned} \bar{F}_{i+\frac{1}{2}} &= \frac{1}{2} \{ F(U_i) + F(U_{i+1}) - [F(U_{i+1}) - F(U_i)] \\ &\quad \times \frac{\Delta x_{i+1} - \Delta x_i}{\Delta x_{i+1} + \Delta x_i} - \sum_k^4 \beta_{i+\frac{1}{2}}^k R_{i+\frac{1}{2}}^k \} \end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned} \beta_{i+\frac{1}{2}}^k &= Q^k (a_{i+\frac{1}{2}}^k + \gamma_{i+\frac{1}{2}}^k) a_{i+\frac{1}{2}}^k - (g_i^k + g_{i+1}^k) \\ \alpha &= (a_{i+\frac{1}{2}}^1, a_{i+\frac{1}{2}}^2, a_{i+\frac{1}{2}}^3, a_{i+\frac{1}{2}}^4)^T \\ &= R_{i+\frac{1}{2}}^{-1} (U_{i+1} - U_i) \end{aligned}$$

$a_{i+1}^k$  是 Jacobi 矩阵  $A = \frac{\partial F}{\partial U}$  的特征值,  $R_{i+\frac{1}{2}}$  和  $R_{i+\frac{1}{2}}^{-1}$  是  $A$  的右特征向量矩阵及其逆。数值粘性项

$Q(z)$  函数为

$$Q(z) = \begin{cases} \frac{1}{2}(z^2/\delta + \delta) & |z| < \delta \\ z & |z| \geq \delta \end{cases}$$

$\delta$  为一选定小量,  $g_i^k$  定义为

$$\begin{cases} g_i^k = (1 + \omega^k \theta_i^k) \bar{g}_i^k \\ \bar{g}_i^k = S \cdot \max[0, \min(\sigma_{i+\frac{1}{2}}^k |\alpha_{i+\frac{1}{2}}|, S \cdot \sigma_{i+\frac{1}{2}}^k \alpha_{i+\frac{1}{2}}^k)] \\ \theta_i = |\alpha_{i+\frac{1}{2}} - \alpha_{i-\frac{1}{2}}| / (|\alpha_{i+\frac{1}{2}}| + |\alpha_{i-\frac{1}{2}}|) \\ \sigma_{i-\frac{1}{2}}^k = \sigma(\alpha_{i+\frac{1}{2}}^k), \sigma(z) = \frac{1}{2}Q(z), S = \text{sign}(\alpha_{i+\frac{1}{2}}^k), \omega^k = 1.5 \\ \gamma_{i+\frac{1}{2}}^k = \begin{cases} (\bar{g}_{i+1}^k - \bar{g}_i^k) / \alpha_{i+\frac{1}{2}}^k & \alpha_{i+\frac{1}{2}}^k \neq 0 \\ 0 & \alpha_{i+\frac{1}{2}}^k = 0 \end{cases} \end{cases}$$

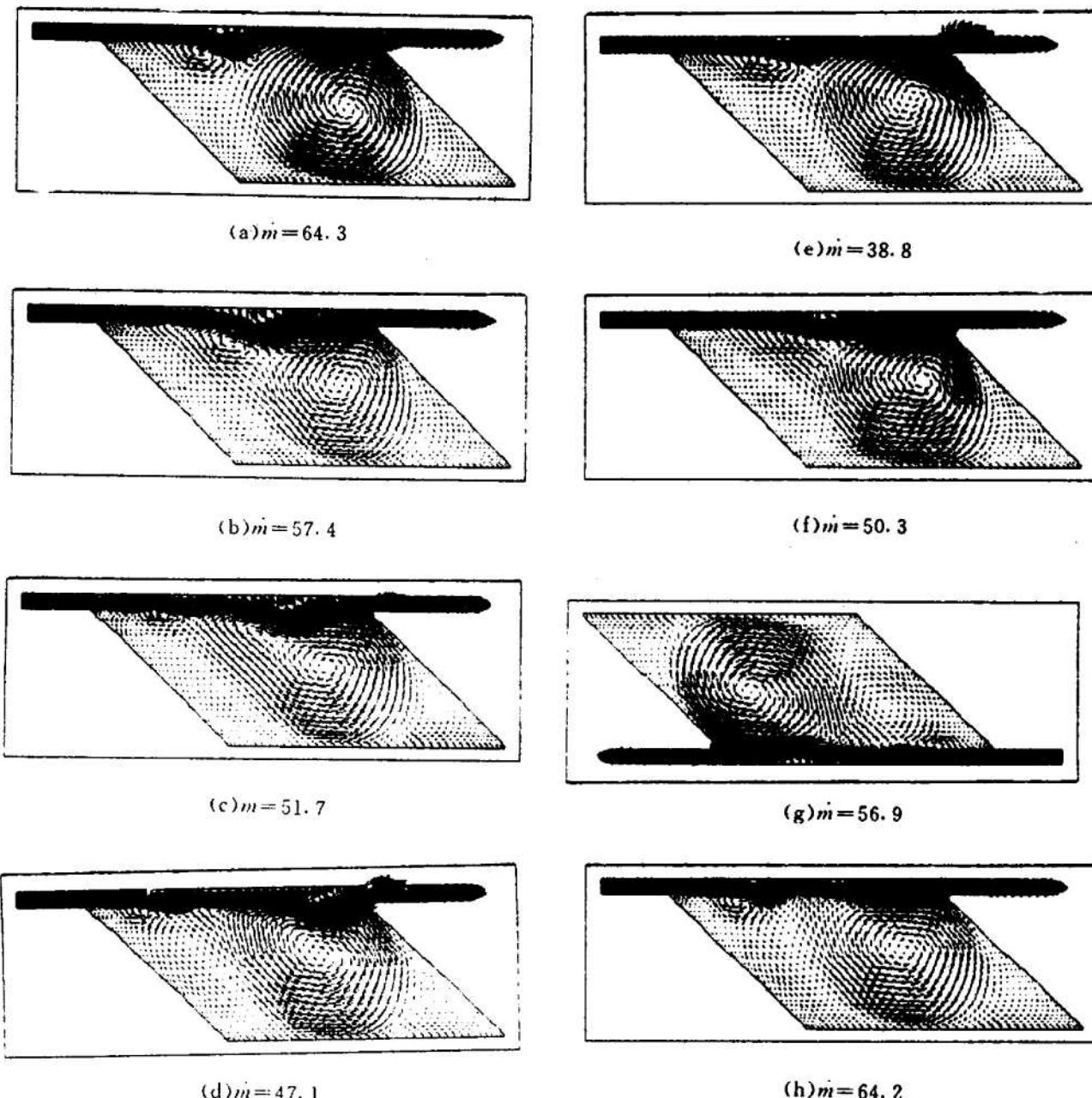
边界条件: 入口给定; 出口给定反压, 其余参数外推; 壁面为无滑移条件、绝热, 压力用反射条件近似。

#### 4 计算结果分析

计算了  $\theta$  分别为  $45^\circ$ 、 $0^\circ$  和  $-45^\circ$  的单空腔迷宫通道的内部流动, 计算条件为: 下游与上游压力比为 0.32,  $Re_c = 2.0 \times 10^4$ , 结构尺寸如图 1 所示。

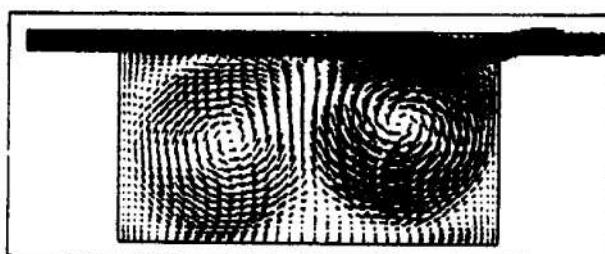
先重点分析前倾斜腔 ( $\theta=45^\circ$ ) 迷宫通道的流动。计算表明流动是随时间周期性振荡的准定态, 图 3 显示了复杂涡系结构的演化过程, 不难发现, 流动具有两个重要特征, 即总体结构的基本稳定和局部结构的不稳定。一方面, 在演化过程中, 流场中以主旋涡和射流为主导的包含有强剪切、分离和其它涡结构的总体结构基本不变, 这种基本稳定的总体结构的能量耗散是迷宫结构减小泄漏的一个重要因素, 另一方面, 射流强剪切层中局部小旋涡的形成、迁移及其与主旋涡的合并, 带来上壁面分离泡的形成及向右迁移, 引起射流的弯曲及其对空腔前壁的冲击, 这种过程的不断重复, 构成了流动的振荡, 此即为局部结构的不稳定。图 3(a) 为某一时刻的流场结构, 射流剪切层出现小旋涡, 与之相应的上壁面小分离泡造成射流在中部下凹, 但射流在空腔出口处几乎平直穿透, 对应的出口泄漏量为最大值  $\dot{m}_{max} = 64.3$  ( $\dot{m}$  为无量纲量)。随着涡运动与分离泡的右移和扩大, 射流的弯曲位置右移、弯曲程度加剧, 流通阻力不断增强, 出口泄漏量逐渐下降。当分离泡移至空腔出口处时, 下弯的射流冲击在空腔前壁, 冲击直接造成射流的动能损失并形成射流分支, 分支结构又带来双重效应, 一部分介质向下折转增强主旋涡而增加能耗, 另一部分介质向上折转加剧了出口通道的断面收缩, 这些由射流冲击所产生的多种综合效应使得出口泄漏量急剧下降到最低值  $\dot{m}_{min} = 38.8$ 。之后, 主旋涡处的压力又将射流抬起逐渐恢复至平直穿透状态, 出口泄漏量也随之上升。流动振荡每经历一个循环, 就造成一次出口泄漏量的急剧下降, 最终导致宏观上平均泄漏量的下降。可见, 局部结构不稳定产生的附加能量耗散对减小泄漏起重要作用。我们用泄漏量下降幅度  $\Delta\dot{m} = \dot{m}_{max} - \dot{m}_{min}$  来表征局部不稳定的强度, 它体现了局部不稳定对减小泄漏的贡献。

矩形空腔 ( $\theta=0^\circ$ ) 迷宫通道的流动。计算结果表明, 流动同样具有总体结构的基本

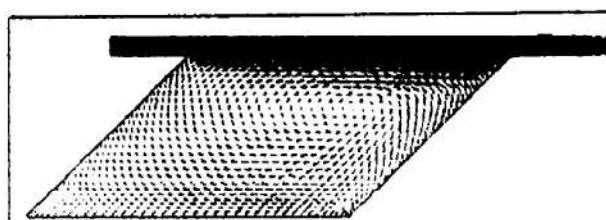


**Fig. 3 Development of flow pattern and leakage rate for geometry of  $\theta = 45^\circ$**

稳定和局部结构不稳定的特征。与前倾斜腔的情形对比，所不同的是：空腔中有两个大小相当的反转的主漩涡，上壁面分离泡较小，射流的弯曲程度较轻（如图 4 所示某一时刻的流场结构），局部不稳定所造成的出口泄漏量下降幅度较小 ( $\Delta\dot{m} = 7$ )。



**Fig. 4 Flow pattern for geometry of  $\theta = 0^\circ$**



**Fig. 5 Flow pattern for geometry of  $\theta = -45^\circ$**

后倾斜腔 ( $\theta = -45^\circ$ ) 迷宫通道的流动。计算结果表明这种情形是稳态流动，不存在上述

两种情形的局部不稳定效应所造成的附加能耗,射流在空腔出口处几乎平直穿透,且空腔中的主旋涡很弱,因而密封效果明显劣于前两种结构,图5显示了后倾斜腔迷宫通道的流动结构。

表1对比了上述三类结构的实验和计算结果,计算获得的空腔倾向对迷宫结构密封效果的影响趋势与实验一致,平均泄漏量 $\bar{m}$ 与 $\Delta m$ 的一一对应关系显示,局部结构不稳定对减小泄漏的贡献是造成三类结构密封效果差异的原因之一。

**Table 1 Comparison of test and numerical results for three types of cavity**

Cavity inclination $\theta$	Test result for 4-cavity cases $C_D$	Numerical result for single-cavity cases	
		$\bar{m}$	$\Delta m$
45°	0.59	51.0	25.5
0°	0.63	57.0	7
-45°	0.68	65.8	0

## 5 结束语

通过对不同空腔倾向的迷宫通道内部流动的数值预测及细致分析,可以得出如下结论:在一定条件下,迷宫通道内部流动表现为总体结构的基本稳定和局部结构不稳定的统一,以主旋涡为主导的基本稳定的总体结构是减小泄漏的一个重要因素,流场中局部结构不稳定所产生的相关效应同样是减小泄漏的一个重要因素。

## 参 考 文 献

- [1] Rhode D L, Demko J A, Traigner U K et al. The Prediction of Incompressible Flow in Labyrinth Seals. Journal of Fluids Engineering, 1986, 108 (1): 19~25
- [2] Demko J A, Morrison G L, Rhode D L. The Prediction and Measurement of Incompressible Flow in a Labyrinth Seal. AIAA Paper 88-0190
- [3] Morrison G L, Johnson M C, Tatterson G B. Experimental Verification of a Secondary Recirculation Zone in a Labyrinth Seal. ASME Paper 88-3692
- [4] Ha T W, Morrison G L, Childs D W. Friction-Factor Characteristics for Narrow Channels with Honeycomb Surfaces. Journal of Tribology, 1992, 114 (4): 714~721