

固体火箭发动机有约束流场 推力特性计算*

方国尧 高山辉 孙哲禧 汤志东

(北京航空航天大学宇航学院, 北京, 100083)

摘 要: 为计算带约束流场的固体火箭发动机推力特性, 建立了一维准定常变截面的内弹道计算和约束流场流动的数学模型。计算结果表明, 约束流场使推力增加14%, 冲波进入喷管扩张段。与试验结果很接近, 表明计算模型正确, 可用于其它型号带约束流场的推力特性计算。

主题词: 固体推进剂火箭发动机, 内弹道计算, 气体-固体互作用, 流动分布

分类号: V435.1

THRUST CHARACTERISTICS OF SOLID ROCKET MOTOR WITH RESTRAINED FLOW FIELDS

Fang Guoyao Gao Shanhui Sun Zhexi Tang Zhidong

(School of Astronautics, Beijing Univ. of Aeronautics & Astronautics, Beijing, 100083)

Abstract: In order to compute the thrust characteristics of solid rocket motor with the restrained flow, this paper establishes an internal ballistic mathematical model by use of the steady one-dimensional flow equations in passage with changable cross-sections in restrained flow fields. The results show that the thrust increases by 14%, shock waves have entered the nozzle and the models developed are correct. The method is suitable for other solid rocket motors.

Subject terms: Solid propellant rocket engine, Interior ballistic calculation, Gas-solid interaction, Flow distribution

1 前 言

过去固体火箭发动机内弹道计算都在许多简化条件下进行, 常将实际工作过程上三维流动处理为零维问题。但随着发动机装药通道内燃气流速增加, 零维的简化条件已经十分粗糙。本研究采用一维准定常流动理论与二维装药计算方法相配合, 在计算过程中自动处理轴向计

* 本文1994年2月27日收到

算步长。流量以及燃速迭代计算,为一维准定常内弹道计算方法。

有约束流场发动机推力特性的计算是在一维准定常的内弹道计算的基础上进行的。一维准定常的内弹道计算提供了无约束流场的压强、推力特性、喷管流量、喷管出口截面压强等参数,为有约束流场推力计算提供较准确而可靠的数据,计算结果表明:有约束流发动机推力增加,冲波进入喷管扩张段约一半处。

2 一维准定常的内弹道计算

2.1 基本方程组和沿通道气流参数的变化

在求解非定常流动的偏微分方程组时,自变量有两个:时间(t)和距离(x)。即同一点气流参数随不同的时间而变化,而且同一时间随不同距离而变化。这样作很困难,很不方便。在固体火箭发动机中,对燃烧产物的很多特定情况,只要作出相应假设及误差估算后,就可以用定常运动方程来描写推进剂燃烧产物的运动,而又不产生大的误差。

只有当对时间 t 偏导数的量级远小于 x 坐标偏导数的量级时,才可以求得准定常的方程组。根据参考文献[4],当满足下列三项条件时, $v \ll a$ (燃气流速远小于声速), $\rho \ll \rho_p$ (燃气密度远小于推进剂密度), $\Delta A_p \ll A_p$ (通道面积的增量远小于通道面积),则方程组中诸参数对时间的偏导数可以略去不计。

当满足上述三项条件时,可以假设所有对时间的偏导数为零,并忽略向燃烧室壁的散热损失和摩擦损失,为具有通道面积变化的准定常一维等熵流动。

$$\text{质量方程} \quad \frac{d}{dx}(\rho v A_p) = r \rho_p \frac{dA_b}{dx} \quad (1)$$

$$\text{动量方程} \quad \frac{d}{dx}[(p + \rho v^2)A_p] = p \frac{dA_p}{dx} \quad (2)$$

$$\text{能量方程} \quad C_p + \frac{v^2}{2} = C_p T_0 \quad (3)$$

$$\text{状态方程} \quad p = \rho R' T \quad (4)$$

以上方程组是在理想气体一维绝热等熵条件下推导出来的,由于流动是绝热等熵的,所以:

$$T_0 = T_b$$

在上述4个方程中,待求参数 p 、 v 、 T 和 ρ 。式中几何参数 A_p 、 dA_p/dx 、 dA_b/dx 由装药设计提供, ρ_p 、 r 由推进剂提供, C_p 、 R' 、 T_b 或 T_0 由热力计算提供。在考虑侵蚀燃烧条件下,燃速按下列公式计算:

$$r = \epsilon a_1 p^n \quad (6)$$

$$\epsilon = 1 + K_\lambda (\lambda - \lambda^*) \delta_t \quad \begin{cases} \delta_t = 0 & \lambda < \lambda^* \\ \delta_t = 1 & \lambda > \lambda^* \end{cases} \quad (7)$$

为用计算机计算,需将方程(1)和(2)进行整理,可得下面的方程:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{\rho v^2}{A_p} \frac{a^2}{a^2 - v^2} \frac{dA_p}{dx} - \frac{\rho_p r s v}{A_p} \left[\frac{2a^2 + (k-1)v^2}{a^2 - v^2} \right] \quad (8)$$

$$\frac{dv}{dx} = \frac{\rho_p r s}{\rho A_p} \frac{a^2 + kv^2}{a^2 - v^2} - \frac{a^2 v}{A_p (a^2 - v^2)} \frac{dA_p}{dx} \quad (9)$$

基本方程由 (3) ~ (9) 共 7 个独立方程组成, 其中包含 p 、 v 、 T 、 ρ 及 T_0 、 r 、 ϵ 7 个未知参数, 故方程组可解。

2.2 微分方程组的边界条件

2.2.1 头部边界条件

对于头部端面包覆的装药, 或长细比较大可以忽略头部端面燃烧影响的装药, 头部的燃气流动速度近似为零, 装药头部的气流参数一直保持为滞止参数。

在装药的前端面, $x = 0$; $v(1, J) = 0$; $p(1, J) = p_0$;

$$T(1, J) = T_0; \rho(1, J) = \rho_0 = p_0 / RT_0$$

2.2.2 尾端边界条件

假设从装药尾端通道出口截面到喷管入口截面, 燃气的流动为绝热等熵流动, 则装药尾端通道出口截面积燃气的质量流量等于喷管喉部的质量流量。

在装药的尾端面, 即 $x_t = L$ 处

$$\rho_L V_L A_{pL} = \frac{\Gamma}{\sqrt{RT_0}} A_t p_{0L} \quad (10)$$

尾端边界条件是一个必须满足的条件, 准确地满足尾端边界条件要在流量迭代过程中达到。

2.3 燃烧室头部压强 p_{10} 的确定

为计算燃气压强沿轴向的分布, 必须要知道燃烧室头部压强 p_{10} 。在解微分方程之前, 首先要确定 p_{10} , 若头部压强确定比较准确, 可以减少流量迭代次数。相反若头部压强确定不够准确, 则流量迭代的次数就要增加, 但最后总能得到头部压强的精确值。

用考虑气体流动和侵蚀燃烧的平衡压强计算式, 作为燃烧室头部压强的假设值, 计算式如下:

$$p_{10} = \left[\rho_p C^* a_1 \frac{A_{b0}}{A_t} f(\lambda_{L0}) \epsilon \right]^{\frac{1}{1-\alpha}} \quad (11)$$

另外, 也可根据静止点火的试验结果来确定头部压强的假设值。

对于点火以后的各个燃烧瞬间, 因头部压强 p_{10} 是时间 t 的连续函数, 所以总是把前一瞬时 (t) 的头部压强, 作为后一瞬时 ($t + \Delta t$) 头部压强的初次假设值。

用解常微分方程的 Adams 预估-校正方法即可解出结果。

2.4 计算推力 F' 和喷管出口截面的压强 p_e

$$\text{推力系数} \quad C_F = \xi \Gamma \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left[1 - \left(\frac{p_e}{p_c} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} + \frac{A_e}{A_t} \left(\frac{p_e - p_a}{p_c} \right)$$

$$\text{推力} \quad F' = C_F p_c A_t$$

面积比

$$\frac{A_e}{A_t} = \frac{\Gamma^2}{\left(\frac{p_e}{p_c}\right)^{\frac{1}{k}} C_F^{\circ}}$$

由面积比公式即可求出喷管出口截面的 p_e 。

3 有约束流动推力特性计算

导弹在发射容器内,一部分暴露在大气中,另一部分在发射容器内(见图1)。当发动机工作时,导弹外表面受到不同的压强作用,暴露在大气中的外表面受大气压强的作用,在发射容器中则受燃气压强的作用,由于发射容器中的燃气压强大于外界环境压强,因此导弹在发射容器内要产生一个附加推力,使发动机推力增加。

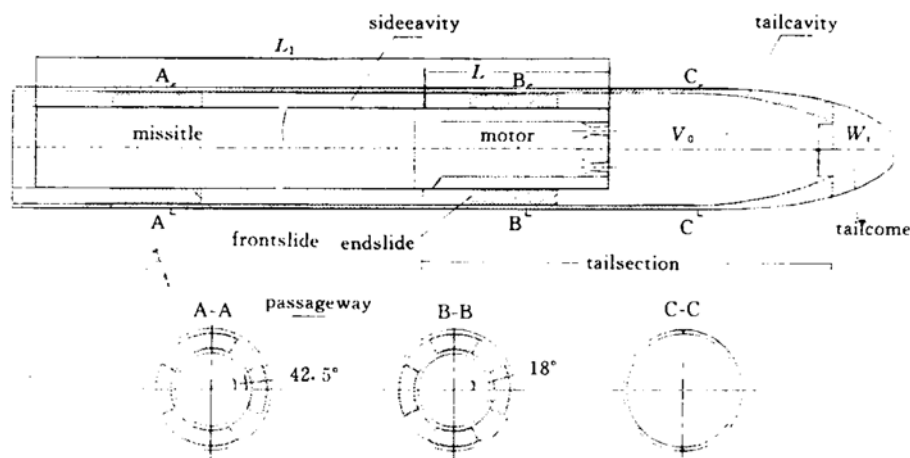


Fig. 1 Solid propellant rocket motor by the restraining

当发动机工作时,燃气流入尾腔形成一定压强,尾锥就会脱落,形成以 D 为直径的圆形通道。从图2可以看出,有约束流场的燃气流动可分为三个过程:由发动机燃烧室流至喷管出口,并由喷管出口流至尾腔,这是一个燃气充填过程,然后分为两股燃气流经过尾锥通道 D 和反喷通道流至外界。燃气由喷管出口流至尾腔作不完全膨胀,是不可逆过程,并有散热和摩擦损失,这一过程近似看作多变过程。由尾腔分为两股燃气流至外界,由于时间很短,近似看作绝热过程。

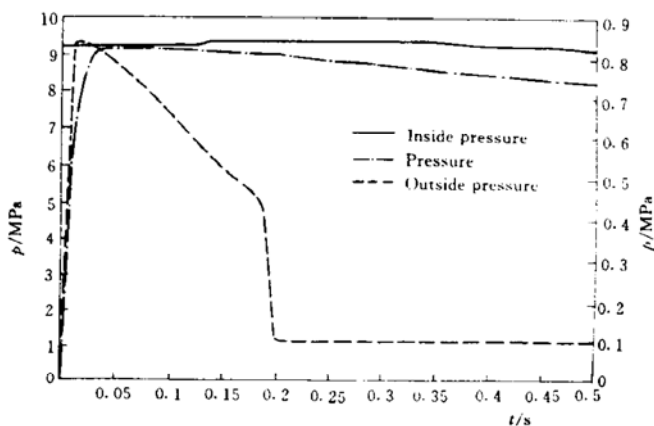


Fig. 2 Pressure-time

3.1 热力学参数计算

喷管出口截面燃气的热力学参数,由该截面的气流参数来决定。

$$C_p = \frac{v_e^2}{2(T_o - T_e)} \quad R' = \frac{v_e^2}{kT_e M_e^2}$$

3.1.1 尾腔内的质量方程

根据实际工程模型, 可以建立尾腔内的质量方程: $m = (\dot{m}_t - \dot{m}_{\text{出}})H$ (12)

为了计算尾腔内的质量 m , 必须计算 $\dot{m}_t$ 、 $\dot{m}_{\text{出}}$ 。

(1) 喷管流量的计算

$$\dot{m}_t = C_D p_c A_t = \frac{\Gamma}{\sqrt{R'T_0}} A_t p_{\text{OL}} \quad (13)$$

式中 $p_{\text{OL}} = p_L / \pi(\lambda_L)$ $T_0 = T_L / \tau(\lambda_L)$

(2) 尾腔流至大气流量的计算

由喷管流至尾腔的流动接近于多变过程, 多变指数的取值范围: $1 < n_1 < 1.2$ 。

a) 尾腔内气流速度、压强、温度和密度计算

燃气在尾腔的流动, 假定为一维定常流动, 则

$$\text{能量方程: } dh + d\left(\frac{v^2}{2}\right) = 0$$

$$\text{即 } C_p(T_{\text{ee}} - T_e) = \frac{1}{2}(v_{\text{ee}}^2 - v_e^2) \quad (14)$$

$$\text{动量方程: } vdv = -\frac{1}{\rho}dp \quad \text{积分形式为}$$

$$\frac{1}{2}(v_{\text{ee}}^2 - v_e^2) + \int_e^{\text{ee}} \frac{dp}{\rho} = 0 \quad (15)$$

$$\text{过程方程: } p\left(\frac{1}{\rho}\right)^{n_1} = C \quad (16)$$

$$\text{状态方程: } p \frac{1}{\rho} = R'T \quad (17)$$

由 (15)、(16) 式得

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(v_{\text{ee}}^2 - v_e^2) &= -p_e^{\frac{1}{n_1}} \frac{1}{\rho_e} \int_e^{\text{ee}} \frac{dp}{p^{\frac{1}{n_1}}} = -p_e^{\frac{1}{n_1}} \frac{1}{\rho_e} \left[\frac{n_1}{n_1 - 1} \left(\frac{p_{\text{ee}}}{p_e} \right)^{\frac{n_1 - 1}{n_1}} - 1 \right] \\ &= -\frac{n_1}{n_1 - 1} R'T_e \left[\left(\frac{p_{\text{ee}}}{p_e} \right)^{\frac{n_1 - 1}{n_1}} - 1 \right] \end{aligned} \quad (18)$$

从上式可见, 由 (14) ~ (17) 4 个方程可求出尾腔内的速度 v_{ee} 、温度 T_{ee} 、压强 p_{ee} 和密度 ρ_{ee} 。

b) 尾腔流出流量的计算

气流由尾腔流至大气的过程近似为绝热过程, 则

$$\dot{m}_{\text{出}} = A_2 \sqrt{\frac{2k}{k-1} p_{\text{ee}} \rho_{\text{ee}} \left[\left(\frac{p_a}{p_{\text{ee}}} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_a}{p_{\text{ee}}} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]} \quad (19)$$

$$\text{式中 } A_2 = \frac{\pi}{4} D^2 + \varphi A_s$$

(3) 尾腔内气体质量的计算

由状态方程有

$$m = \frac{p_{ee}}{R'T_{ee}} V_{ee} \quad (20)$$

当导弹处于运动过程中, 尾腔容积 V_{ee} 在逐渐增大, 因此

$$V_{ee} = V_0 + \frac{\pi}{4} D_{\text{弹}}^2 \cdot \Delta L \quad (21)$$

ΔL 为导弹从点火开始 Δt 时刻的移动距离。

a) ΔL 的求法

在点火时, 导弹在发射容器所受的力为:

$$\Sigma F = F - f - M \cdot g \cdot \sin \theta$$

式中 g ——重力加速度;

$f=2000\text{N}$, 为摩擦力;

$M=590\text{kg}$, 为全弹质量;

θ ——发射角, 计算时取 $\theta^\circ=30^\circ$

导弹加速度为: $a = \frac{\Sigma F}{M}$

设发动机点火至计算的时间间隔步长为 Δt , 则

$$\Delta L = \frac{1}{2} a \Delta t^2 \quad (22)$$

3.1.2 尾腔容积增大时的气体压强的计算

由 (12)、(13) 和 (19) 式可得:

$$m = \left[\frac{\Gamma}{\sqrt{R'T_0}} A_1 p_{OL} - A_2 \sqrt{\frac{2k}{k-1} p_{ee} \rho_{ee} \left[\left(\frac{p_a}{p_{ee}} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_a}{p_{ee}} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right]} \right] H = AAA \quad (23)$$

又由 (20) 式、(21) 式和 (22) 式可得:

$$m = \frac{p_{ee}}{R'T_{ee}} \left(v_0 + \frac{1}{4} \pi D_{\text{弹}}^2 \Delta L \right) = \frac{p_{ee}}{R'T_e \left(\frac{p_e}{p_{ee}} \right)^{\frac{1-n_1}{n_1}}} \left(v_0 + \frac{1}{8} \pi D_{\text{弹}}^2 a \Delta t^2 \right) = BBB \quad (24)$$

(23) 式应等于 (24) 式, 即:

$$AAA = BBB \quad (25)$$

在 (25) 式中, 除 p_{ee} 外, 其余均为已知量, 试验值或满足以 p_{ee} 为变量的函数关系的变量, 采用迭代法, 令

$$p_{ee} = p_a + I \cdot 0.05 p_a \quad (26)$$

整型变量 $I=1,300$, 根据 (26) 式, 总有一个 p_{ee} 满足

$$AAA - BBB \leq de | T_{Ab} (\text{迭代误差})$$

通过以上步骤计算, 即可求出尾腔内压强。

3.2 有约束流场的推力计算

导弹在发射容器内, 发动机工作时, 导弹所受推力应分为两部分, 即

$$F = F_1 + F_2$$

$$F_1 = F_{\text{动}} + A_e(p_e - p_{ee}) = \dot{m}v_e + A_e(p_e - p_{ee})$$

F_1 相当于整个导弹均处于压力为 p_{ee} 的环境中, 实际上导弹一部分在容腔内, 一部分在大气中, 因此, 存在较大的压差, 导致 F_2 的产生。

$$F_2 = \left(\frac{1}{4}\pi D_{\text{星}}^2 - A_e\right)(p_{ee} - p_a)$$

所以有约束流场推力计算公式为:

$$F = \dot{m}v_e + A_e(p_e - p_{ee}) + \left(\frac{1}{4}\pi D_{\text{星}}^2 - A_e\right)(p_{ee} - p_a) \quad (26)$$

4 输入输出结果分析

4.1 输入参数

以八角星孔型装药为算例, 已知装药长度为 1000mm, 装药外半径为 160mm, 星根圆角半径 $R=5\text{mm}$, 装药肉厚 $e_1=43\text{mm}$, 星尖圆角半径 $A_t=5\text{mm}$, 星边夹角: $\alpha=0.4025$, 星角系数: $\beta=0.5321$ 。已知推进剂的热力参数和物理参数: 推进剂比重: $\gamma_p=1.78\text{g/cm}^3$, 燃气比热: $k=1.25$, 燃烧温度: $T_0=3850\text{K}$, 压力指数: $n=0.315$, 燃速系数: $a=0.6011\text{cm/s}$, 发动机外径: $D_c=380\text{mm}$, 喷管喉径: $D_T=100\text{mm}$, 膨胀比: $\epsilon=4.876$, 燃气比热: $C_p=0.3261$, 特征速度: $C^*=1670\text{m/s}$, 扩张半角: $\alpha=6^\circ$, 外界大气压: $p_a=0.101\text{MPa}$ 。

4.2 计算结果分析

将原始参数代入上述计算公式, 进行计算后即可得到压力 p 与时间 t 关系曲线, 并进行计算值与试验值比较, 尾腔压强(背压)与时间 t 关系曲线, 如图 3 中虚线所示。推力 F 与时间 t 关系曲线, 并进行了计算值与试验值比较, 如图 4 所示。

经过对试验所获得的参数进行综合分析, 可以看出, 流出喷管的燃气由于受到尾腔的约束, 使容腔内压强(即背压)高于外界大气压力, 使冲波进入喷管的扩张段, 并随背压的逐步降低而冲波在扩张段的位置逐渐向外移动, 直到冲波移至喷管出口处, 此时, 背压等于外界大气压, 发动机才达到正常工作状态。基于这样的实际工作过程, 经过对多变指数 n_1 和流量分配系数 φ 的调整, 得出了符合实际工作过程的计算结果。

从计算结果可以得出以下结论:

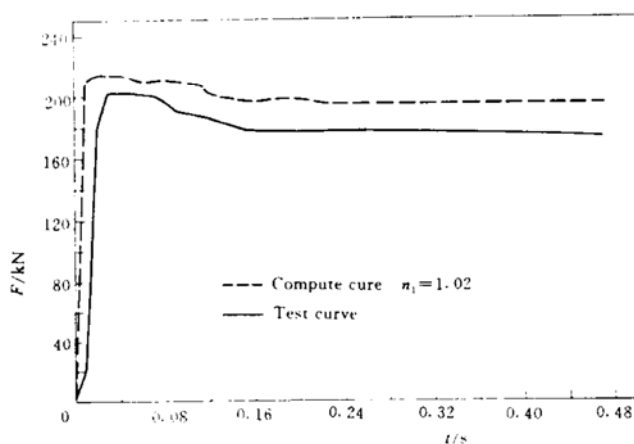


Fig. 3 Thrust-time

(1) 有发射容器的约束,使得发动机推力增加,当发动机工作时间 $t=0.0125\text{s}$ 时,推力增加最大为 14.43%,以后由导弹在发射容器内运动,使得尾腔容积增加,背压下降,使发动机推力有所降低,当 $t=0.1881\text{s}$ 时,推力增加最小为 8.45%。当导弹飞出发射容器后, $t=0.2007\text{s}$ 时,推力不再增加,等于无约束情况下的推力。

(2) 由于燃气受到尾腔的约束,燃气分为两部分流出尾腔,一部分从尾锥通道流出,与燃气流方向相同,另一部分从反喷通道流出,与燃气流方向相反。尾腔内两股燃气流量之比为 9/1,此时的计算结果与试验数据相符,计算结果参看图 3 的背压与时间曲线。

(3) 当发动机刚开始工作时,背压最大,冲波进入喷管扩张段的距离最大,然后随着背压降低,冲波逐渐后移,直至移出喷管。这一计算结果与实际工作过程相符。冲波距喷管出口位置计算结果如右表。

Time (s)	Distance (mm)	Time (s)	Distance (mm)
0.0125	212.47	0.1129	124.95
0.0250	208.72	0.1255	106.88
0.0375	202.50	0.1379	87.87
0.0500	194.62	0.1503	66.58
0.0626	183.77	0.1629	50.85
0.0751	171.48	0.1755	29.56
0.0877	157.10	0.1881	4.61
0.1003	141.63	0.2007	0.00

(4) 由图 2 和图 3 可以看出, $p \sim t$ 和 $F \sim t$ 的试验曲线和计算曲线都比较接近,相对误差不大,说明计算结果是正确的可用的。

参 考 文 献

- [1] Steinberg R. Solid Motor Performance Analysis Prediction. NASA-8039
- [2] Coats D E. A Computer Program for the Prediction of Solid Propellant Rocket Motor Performane. AD-A015140
- [3] Zucrow Maurice J, Hoffman Joe D. Gas Dynamics, 1976, 1
- [4] 维尼茨基 A M 著, 俞金康译. 固体火箭发动机. 北京: 国防工业出版社, 1981
- [5] 王信, 张中钦. 二维装药通用计算方法及程序. 推进技术, 1982 (3)
- [6] 李宜敏等. 固体火箭发动机原理. 北京: 国防工业出版社, 1985