

# 圆管内不可压粘流的 分布式并行算法\*

周 旭 何洪庆 蔡体敏

(西北工业大学航天工程学院, 西安, 710072)

**摘要:** 用并行算法求解了圆柱通道内的不可压层流流动。采用有重叠的条形区域分裂法对计算域进行分区, 分别求解动量方程和压力校正方程, 对压力校正方程采用块修正法来加速线代数方程的收敛速度。计算结果表明有较好的并行加速比和并行效率。

**主题词:** 流场模拟, 粘性流, 计算机辅助设计, 分布式计算

**分类号:** V211.3, V430

## THE DISTRIBUTED PARALLEL CALCULATION METHOD OF INCOMPRESSIBLE VISCOUS FLOW IN CYLINDRICAL PASSAGE

Zhou Xu He Hongqing Cai Timin

(College of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, 710072)

**Abstract:** Authors use the parallel calculation method to solve the incompressible viscous laminar flow in cylindrical passage. The idea is that the all calculated area is divided into sub-ranges by the strip range split method with overlapping, and the momentum and pressure correction equations are distributedly parallelly solved in every sub-range respectively; For the pressure correction equation, the block correction method is used to quicken the convergent speed of linear algebraic equations.

The calculation aims at probing the road using parallel calculation method to calculate complex flow field. In order to popularize, the calculation is carried out on IBM-386 micro-computer outfitting TRANSPUTER boards. In the condition of the calculated example the area is divided into 4 sub-ranges, the parallel quickened ratio

\* 本文1993年12月25日收到

is 2.82, and the parallel efficiency is 70.5%. The practical calculated example states that the paralleled calculation method possesses a good prospect.

**Keywords:** Flow field simulation, Viscous flow, Computer aided design, Distributed computing

## 1 引言

传统串行计算机的运算速度已逐渐趋近极限。与串行机相比，并行计算机的运算速度快得多，存储量大得多，性能价格比高得多。并行计算机正在迅猛发展。专家们预测，90年代将是并行计算机和并行计算的年代。

并行处理技术，包括并行算法、语言和程序设计，对并行计算机工作性能的发挥有很大的影响。在并行计算中，由于软件的好坏对计算机性能的影响可能相差 50~100 倍，对于含有大量处理器的并行机，可能相差几个数量级。而串行机最多相差 5~10 倍。因此，在发展并行机的同时，必须开发并行处理技术。

本文仅对并行算法作一探索。在装有 TRANSPUTER 板的微机上进行，是为了使用更为普及。

## 2 方程及 SIMPLE 解法

在圆柱坐标系中，稳态不可压层流的连续和动量方程为

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho v)}{\partial r} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial(\rho u^2)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho uv)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\nu} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{r}{\nu} \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2)$$

$$\frac{\partial(\rho uv)}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r \rho v^2)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{\nu} \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{r}{\nu} \frac{\partial v}{\partial r} \right) - \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{2v}{\nu r^2} \quad (3)$$

采用交错网格，速度  $u$ 、 $v$  和标量  $p$ 、 $\rho$  的控制容积如图 1 (a)、(b)、(c) 所示。标量位于主控制容积的中心，速度  $u$ 、 $v$  位于主控制容积的侧面上。加上边界条件，便可对层流问题求解。

对任意控制体  $p$  积分，其中对流项采用迎风差分格式，扩散项采用中心差分格式。导得速度修正方程为

$$\alpha_e u'_{e} = \sum \alpha_{nb} u'_{nb} + (p'_{p} - p'_{E}) A_e \quad (4)$$

$$\alpha_n v'_{n} = \sum \alpha_{nb} v'_{nb} + (p'_{p} - p'_{N}) A_n \quad (5)$$

压力修正方程为

$$\alpha_p p'_{p} = \alpha_E p'_{E} + \alpha_w p'_{w} + \alpha_N p'_{N} + \alpha_S p'_{S} + b \quad (6)$$

其中

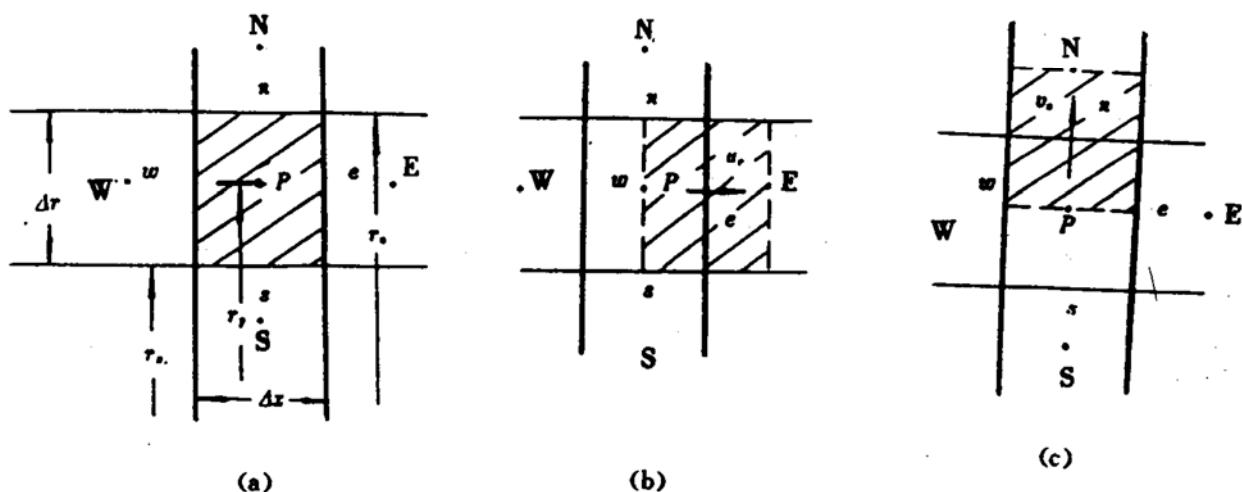


图 1 控制容积

$$\alpha_E = \rho_e d_e r_p \Delta r$$

$$\alpha_W = \rho_w d_w r_p \Delta r$$

$$\alpha_N = \rho_n d_n r_n \Delta x$$

$$\alpha_S = \rho_s d_s r_s \Delta x$$

$$b = [(\rho u^*)_w - (\rho u^*)_e] r_p \Delta r + [r_s (\rho v^*)_s - r_n (\rho v^*)_n] \Delta x$$

所求解的问题的是非线性的。线性化后，对动量方程和压力修正方程采用交替方向的 ADI 方法迭代求解。在每一层次的迭代上，对  $p'$  场作 3 次扫瞄，而对  $u$ 、 $v$  只需 1 次扫瞄。

### 3 分布式并行算法

并行体系由 IBM-386 微机和多个 T-800 芯片构成 TRANSPUTER 网络。网络中的各个芯片可以并行地执行各自的进程，进程间的同步与信息交换是通过各个 T-800 间的硬连接（物理链路）和软连接（逻辑连接）来实现的。通讯是点到点，不存在总线竞争和负载等问题。

在这种分布式并行机上算法的实现是将任务划分为各个子任务分配到各个处理器上。程序设计要保证：1) 负载平衡；2) 较少的信息交换量；3) 用效率较高的并行算法。

本文采用有重叠的条形区域分裂法。由于区域的重叠和网格的交错，导致有额外的速度和压力要求解，增加了计算时间。但随着网格数的增加，这种额外计算量的比例减小。

基于 SIMPLE 算法的并行求解顺序如下：

- (1) 在各个子域内同时计算  $x$  方向的动量方程系数，用交替方向的 ADI 法求解各自的  $u$  速度场，然后与相邻域交换内边界信息，重复求解，重复次数自定。
- (2) 同样求解  $y$  方向的动量方程和压力修正方程。
- (3) 计算各个区域内的残余误差，并对全区累加，然后传给 ROOT 处理器，判别是否收敛。若不收敛，则重复以上计算过程。

需要说明的是，由于压力修正方程不是一个独立的方程， $p'$  只是一个相对值，求解时不需要显式的压力边界条件。但是由于分区的影响，出现了内边界。从物理意义上讲，在一个子域的一个边界内，压力参考点的选取必须是唯一的。因此，如果在一个子域的一个边界内自动搜索出了一个压力参考点，那么在与之相邻的第二个子域的相邻边界必须接受该值。计算

中，在不同的迭代次数下，使用不同的压力参考点。由于  $p'$  收敛时趋近于零，对最终结果影响不大，但是降低了收敛速度。另外，由于压力修正方程是椭圆方程，收敛速度比动量方程慢得多。为了弥补上述不足，对压力修正方程采用块修正法来加速线性代数方程组的收敛速度。

块修正是从行和列两个方向进行修正。在进行列修正时，每个处理器分别计算校正方程各列的系数。然后传给单个处理器，利用 TDMA 法串行求得各块的修正值，再传给各个处理器，分别计算各区域内的压力修正值。对行修正同样如此。

## 4 计算结果

图 2 是入口流速均匀的圆柱形通道内的不可压层流流场，出口充分发展。在流动方向上均匀划分为四个区。网格数为  $32 \times 15$ 。流场速矢如图 3 所示。

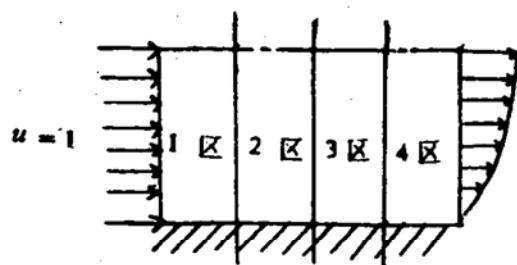


图 2 圆柱形通道内层流流场

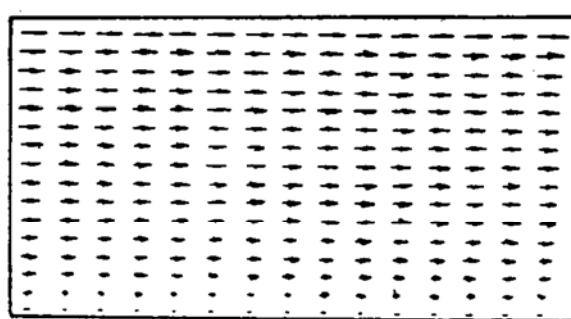


图 3 流场速度矢量图

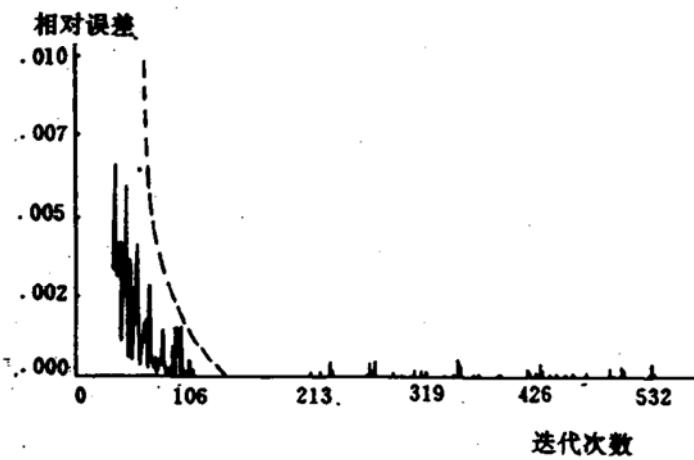


图 4 计算的相对误差

各分区信息交换及区域重叠增加了额外的计算时间。

总之，用简单流场来探索并行算法的工作是成功的，获得了有希望的加速比，为复杂的流场计算探了路。使用微机配以 T-800 芯片是为了易于普及。

## 参 考 文 献

- [1] Braaten M E. Solution of Viscous Fluid Flow on Distributed Memory Concurrent Computer. Int J Numer Methods Fluids, 1990. 10: 889~905
- [2] 李小梅, 任兵, 宋君强. 并行计算与偏微分方程数值解. 北京: 国防科学出版社