

固体火箭发动机内弹道平衡段的 计算机随机模拟*

朱燕堂 王命宇 戎海武 赵选民

(西北工业大学应用数学系, 西安, 710072)

摘 要: 介绍计算机随机模拟固体火箭发动机内弹道平衡段压力的方法。文中视各个性能参数为随机变量, 使用 EDF 检验等方法, 确定了它们的统计分布。根据这些性能参数的统计分布, 通过随机抽样, 得到了它们的模拟样本值, 进而计算出压力值。

主题词: 固体推进剂火箭发动机, 内弹道计算, 随机取样, 计算机模拟

分类号: V435.11, V435.6

COMPUTER SIMULATION OF THE PRESSURE IN EQUIPOLLENCE ZONE OF INTERNAL BALLISTICS IN SOLID ROCKET MOTOR

Zhu Yantang Wang Mingyu Rong Haiwu Zhao Xuanmin

(Department of Applied Mathematics, Northwestern
Polytechnical University, Xi'an 710072)

Abstract: This paper presents a new method of computer simulation of the pressure in equipollence zone of internal ballistics in solid rocket motor. Some characteristic parameters of the solid motor are considered as random variables, their distribution functions are determined by the EDF (empirical distribution function) test method. According to the distribution functions of the characteristic parameters, random sampling are used to compute the simulation value of the pressure. Simulation results shows that the new method is valid.

Keywords: Solid propellant rocket engine, Interior ballistic calculation, Random sampling, Computerized simulation

* 本文 1993 年 3 月 1 日收到, 1993 年 6 月 11 日收到修改稿

1 前 言

评定固体火箭发动机可靠性所需的数据通常由地面试车测得。而固体火箭发动机是一次性使用产品,其不可能进行大量的地面试车。利用积累的试验数据及某种型号发动机的少量试验结果,以精确评估这种型号固体火箭发动机的可靠性指标,是一项既有理论意义又有实际意义的课题。为此,采用了小样本统计检验及随机模拟的方法,对某种型号的固体火箭发动机平衡段压力进行了随机仿真,计算结果与实测结果吻合。说明本文的方法是有效的,能利用计算机随机仿真代替部分地面试车,从而既可减少试验次数,又能评定出产品的固有可靠性水平。

固体火箭发动机的平衡段压力由 6 个参数所决定^[1]:

$$p_c = (a\rho C^* A_b / A_t)^{1/(1-n)} \quad (1)$$

式中: a ——燃烧系数; n ——压力指数; ρ ——推进剂密度;
 A_b ——燃烧面积; A_t ——喉部面积; C^* ——特征速度,

其中 A_t , A_b 均可视为时间的函数,通过插值可以得到。因此,首先将 a 、 n 、 ρ 和 C^* 这 4 个参数视为随机变量。根据小样本的实际情况,采用 EDF 检验等方法,确定它们的统计分布。从而可用统计的方法产生这 4 个参数的随机数,同时也为计算可靠性概率提供了理论依据。其次,通过随机抽样,得到了这些参数的模拟样本值,进而计算出压力值。

2 基本方法

2.1 分布拟合优度检验

将 a 、 n 、 ρ 和 C^* 这 4 个参数作为随机变量,则所给的数据可视为这些随机变量的一组观测值。根据这组观测值,对这 4 个参数的分布进行拟合优度检验,以寻求合适的分布类型。

分布拟合优度检验通常采用 X^2 检验和 K-S 检验等方法。由于数据较少,上述两种检验方法的效都比较低,检验效果较差。因此必须采用有针对性的效较高的检验方法。文献 [2] 指出,EDF 检验在一大类对应假设范围内比 X^2 检验更有效;同时,EDF 检验中的 A_2 和 W^2 检验比 K-S 检验的效更高。所以我们主要采用 A^2 和 W^2 检验进行检验。同时为了综合比较,还采用了概率图检验方法。

2.1.1 样本观察数据

下列数据是在不影响统计性质的基础上,经过适当的线性变换后得到的,变换后的数据范围均在 $[1, 10]$ 的区间内。

燃烧系数 a 有 8 个数据,按顺序排列为:

1.44876, 1.45268, 1.45441, 1.46569, 1.46571, 1.47418, 1.48603, 1.48936。

压力指数 n 有 11 个数据,按顺序排列为:

2.46, 2.50, 2.55, 2.56, 2.59, 2.64, 2.65, 2.66, 2.71, 2.74, 2.75。

推进剂密度 ρ 有 10 个数据,按顺序排列为:

1.749, 1.753, 1.754, 1.754, 1.755, 1.757, 1.757, 1.757, 1.760, 1.761。

特征速度 C^* 有 7 个数据,按顺序排列为:

1.5230, 1.5240, 1.5312, 1.5383, 1.5445, 1.5687, 1.5858。

2.1.2 概率图方法

设 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 是总体 $F(x)$ 的一组独立样本值, 将其按从小到大的顺序排列得 $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}$, 设 $F^{-1}(x)$ 为 $F(x)$ 的反函数, 则

$$\left(x_{(i)}, F^{-1}\left(\frac{i-0.5}{n}\right) \right), \quad i = 1, 2, \dots, n$$

组成概率图。若这些点沿一条直线分布, 不论其截矩和斜率是多少, 都认为数据大致属于所选理论分布 $F(x)$; 否则, 应拒绝所选理论分布, 重新进行选择。这就是概率图法^[3]。

用概率图法对上述 4 个参数进行检验。对每个参数, 总体理论分布 $F(x)$ 分别取正态分布, 对数正态分布、威布尔分布和极值 I 型分布。结果为: 当总体分布取为对数正态分布、威布尔分布和极值 I 型分布时, 4 个参数的概率图均明显不是直线; 当总体分布取为正态分布时, 4 个参数的概率图均可近似为直线。即 4 个参数均拒绝对数正态分布、威布尔分布和极值 I 型分布; 4 个参数均不明显拒绝正态分布。

2.1.3 EDF 检验^[2,4~6]

对上述提供的数据, 用 EDF 检验 (包括 A^2 、 W^2 和 K-S 检验) 分别进行正态分布、对数正态分布、威布尔分布和极值 I 型分布的拟合优度检验。结果表明, 这些参数均拒绝对数正态分布、威布尔分布和极值 I 型分布, 而均不拒绝正态分布。所以下面仅列出正态分布检验的计算结果。

原假设 $H_0: X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 其密度函数为:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < x < +\infty \quad (2)$$

其中 μ 、 σ^2 为未知参数。

采用 EDF 检验中的 A^2 、 W^2 和 K-S 检验, 计算结果示于表 1。

表 1 参数的正态分布检验表

	参数估计值		统计量 观察值		显著性 水平 α	临界值	结 论
	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$					
a	1.4671	0.0152	A^*	0.3221	0.05	0.752	接受 H_0
			W^*	0.0455	0.05	0.126	接受 H_0
			D^*	0.5410	0.05	0.895	接受 H_0
n	2.6191	0.0958	A^*	0.3240	0.05	0.752	接受 H_0
			W^*	0.0379	0.05	0.126	接受 H_0
			D^*	0.5040	0.05	0.895	接受 H_0
ρ	1.7557	0.0035	A^*	0.2805	0.05	0.752	接受 H_0
			W^*	0.0440	0.05	0.126	接受 H_0
			D^*	0.5304	0.05	0.895	接受 H_0
C^*	1.5451	0.0238	A^*	0.4557	0.05	0.752	接受 H_0
			W^*	0.0742	0.05	0.126	接受 H_0
			D^*	0.6620	0.05	0.895	接受 H_0

表中 A^* 、 W^* 和 D^* 分别为 A^2 、 W^2 和 K-S 检验的检验统计量。

上述检验结果表明, 4 个参数的分布均为正态分布, 所以在以下的模拟中, 均可视为服从正态分布。

2.2 随机数的产生和参数的模拟

确定了这 4 个参数的分布之后, 就可以在计算机上产生这些分布的随机数。产生任何分布随机数的基础是 $[0, 1]$ 上均匀分布随机数的产生。因为均匀分布的随机变量有这样一个性质: 如果 ξ 服从 $[0, 1]$ 上的均匀分布, 对给定分布函数 $F(x)$, 则 $Y = F^{-1}(\xi)$ 就是服从分布 $F(x)$ 的随机变量^[7]。即有了 $[0, 1]$ 上的均匀分布随机数, 所需各种分布的随机数都可以通过这个性质得到。这个方法称为反变换法。因为我们所涉及的 4 个参数的分布均为正态分布, 所以下面仅介绍均匀分布随机数的产生、正态分布随机数的产生以及参数的模拟。

2.2.1 均匀分布随机数的产生

产生均匀分布随机数的方法很多, 因此应当选择适当的产生随机数的方法, 使得能产生统计性质良好的均匀分布随机数, 并能产生多组相互独立的 $[0, 1]$ 上均匀分布的随机数。前者是不言而喻的, 后者是为了保证能多次进行随机抽样, 以及能产生多个相互独立的不同分布的随机数。经过对比研究, 选择用线性同余法产生 $[0, 1]$ 上均匀分布的随机数, 其公式为

$$x_i = 16807x_{i-1}(\text{mod } 2^{31} - 1) \quad (3)$$

其初值可多达 30 个, 即可以产生 30 组相互独立的均匀分布随机数^[3]。

$[0, 1]$ 上均匀分布随机数产生后, 对其进行了严格的检验, 包括独立性检验 (相关系数检验、游程检验)、均匀性检验 (X^2 检验、K-S 检验以及序列检验)、参数检验及扑克检验和正负链检验等。结果表明, 用上述方法所产生的 $[0, 1]$ 上的均匀分布随机数的统计性质是良好的。

2.2.2 正态分布随机数的产生和参数的模拟

在上述产生 $[0, 1]$ 上均匀分布随机数之后, 首先用反变换法产生标准正态的随机数, 其公式为:

设 r_1 、 r_2 为相互独立的 $[0, 1]$ 上均匀分布随机数, 则

$$x_1 = \sqrt{-2\ln r_1} \cos(2\pi r_2) \quad (4)$$

$$x_2 = \sqrt{-2\ln r_2} \sin(2\pi r_2) \quad (5)$$

为相互独立的标准正态 $N(0, 1)$ 的随机数^[3,9]。

标准正态分布随机数产生后, 再对其进行检验, 包括独立性检验、EDF 检验, 证实了所产生的随机数确定服从标准正态分布 $N(0, 1)$ 。

由于 4 个参数均服从正态分布, 只是均值和标准差不同, 所以对标准正态分布随机数分别做线性变换即可得到所需正态分布的随机数。从而可得到各个参数的模拟值。

2.3 随机抽样、计算 p_c 及其平均值

由于 p_c 随时间变化, 所以需每隔一定的时间间隔 (0.1~1s) 进行一次抽样计算。对某种型号的固体火箭发动机, 根据其各个参数的样本观察值, 计算出各个参数的均值、标准差, 然

后根据上述方法产生这种均值、标准差的正态分布随机数,每组个数均在10000个以上。根据这些数据,可相应地算出若干个(如1000个以上) p_c 值,从而可算出在每一时刻的 p_c 的模拟均值和方差。将不同时刻所得的 p_c 的模拟均值连起来,就得到了一条模拟曲线。如果容许模拟曲线在 $\pm\sigma$ (或 $\pm 2.7\sigma$)范围内变化,就得到了一条模拟曲线带。对于模拟曲线,每隔一定的时间间隔(0.1~1s)取一个 p_c 值,再进行平均,就得到了某种型号固体火箭发动机的平均压力。模拟计算结果与试车实测值吻合很好^[10]。

3 结束语

根据本文的研究方法,只要有了少量地面试车数据,就可以确定各个参数的统计分布,并很快地在计算机上产生大量的同样规律的数据。由于计算结果合理并符合实际,因此可以代替部分地面试车,从而节省研制经费,缩短研制周期。同时从理论上确定的固体火箭发动机各主要性能分量的统计分布,为固体火箭发动机性能可靠性评定提供了理论依据。上述研究方法均已编制成软件。

需要指出的是,文中为方便起见将 a 、 n 、 ρ 和 C^* 作为独立变量处理,而实际上它们是相关的,而且文中也没有考虑侵蚀。虽然目前的模拟结果与实际吻合良好,为严格起见,今后还应考虑“相关”和“侵蚀”的作用。当然,本文的基本思想和方法在考虑“相关”和“侵蚀”作用下仍然有效。

参 考 文 献

- [1] 科尼利斯 J W, 斯科耶尔 H F R, 韦克 K F 著. 杨炳尉, 冯振兴译. 火箭推进与航天动力学. 北京: 宇航出版社, 1986. 9
- [2] 费鹤良. 分布拟合优度检验方法综述. 上海师范学院学报(自然科学版), 1982 (2)
- [3] 方再根. 计算机模拟与蒙特卡洛方法. 北京: 北京工业学院出版社, 1988. 6
- [4] Stephens M A. Asymptotic Results for Goodness-of-Fit Statistics with Unknown Parameters. Ann. Statist, 1976 (1): 357~369
- [5] 方开泰, 许建仑. 统计分布. 北京: 科学出版社, 1987. 9
- [6] 朱燕堂, 王命宇, 戎海武. 小样本统计推断. 中国运筹学会西北地区第三届运筹学术会议, 1991. 9
- [7] 朱燕堂. 应用概率统计方法. 西安: 西北工业大学出版社, 1986. 4
- [8] 蔡体敏. 固体火箭发动机工作过程的数值分析. 西安: 西北工业大学出版社, 1991. 4
- [9] 裴鹿成. 计算机随机模拟. 长沙: 湖南科学技术出版社, 1989. 12
- [10] 朱燕堂, 王命宇. 固体火箭发动机内弹道平衡段压强计算机随机模拟研究报告. 西北工业大学, 1991. 10