

轴对称超临界粘性喷流的数值模拟*

崔 杰 董松野 张宝生

(航天工业总公司 31 所, 北京, 100074)

摘 要: 从雷诺平均的非定常 Navier-Stokes 方程出发, 利用时间相关法, 采用隐式的 Beam-Warming 格式中的矢通量分裂技术, 结合 Baldwin-Lomax 代数湍流模型, 数值模拟了收敛喷管的内流场和喷射流场。通过对超临界工况下喷管跨音速流场的数值计算, 表明本文的结果与试验结果是吻合的。

主题词: 纳维尔-斯托克斯方程, 喷管气流, 湍流射流, 流动分布, 数值模拟, 数值计算

分类号: V211.3, V434.11, V435.11

NUMERICAL SIMULATION OF AXISYMMETRICAL SUPERCRITICAL VISCOUS NOZZLE JET FLOW

Cui Jie Dong Songye Zhang Baosheng

(The 31st Research Institute, Beijing, 100074)

Abstract: The internal flow field and the flow jet field in a convergent nozzle are simulated based on Renolds-average unsteady Navier-Stokes equations, with time-dependent method, flux vector splitting technique in implicit Beam-Warming scheme and Baldwin-Lomax algebraical turbulent model. A transonic flow field in a nozzle under supercritical operation condition is numerically computed, which demonstrates that the results in this paper are in good agreement with experimental data.

Keywords: Navier-Stokes equation, Nozzle gas flow, Turbulent jet, Flow distribution, Numerical simulation, Numerical calculation

1 引 言

推力喷管在现代飞行器的设计中有着很广泛的应用。喷管的气动特性直接影响到飞行器

* 本文 1993 年 3 月 27 日收到

的性能, 诸如飞行器的速度、射程、准确性和有效载荷等。对于军用飞行器, 其喷管尾部的高温喷射流场是军用飞行器主要的红外探测源, 为了便于隐蔽以提高其生存能力, 对它的红外隐身性能的要求越来越高。为了满足设计上的这些要求, 准确预报喷管流动的结构及参数分布, 对提高设计水平、缩短设计周期具有十分重要的意义。

2 数值解法

本文的控制方程取雷诺平均的 Navier-Stokes 方程的轴对称形式。

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial z} + \frac{\partial G}{\partial r} = \frac{\partial V_1(U, U_z)}{\partial z} + \frac{\partial V_2(U, U_r)}{\partial z} + \frac{\partial W_1(U, U_z)}{\partial r} + \frac{\partial W_2(U, U_r)}{\partial r} + H \quad (2.1)$$

其中:

$$\begin{aligned} U &= \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ e \end{bmatrix} & F &= \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ (e + p)u \end{bmatrix} & G &= \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ (e + p)v \end{bmatrix} \\ V_1 &= \begin{bmatrix} 0 \\ (\lambda + 2\mu)u_z \\ \mu v_z \\ (\lambda + 2\mu)uu_z + \mu v v_z + KT_z \end{bmatrix} & V_2 &= \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda v_r + \lambda \frac{v}{r} \\ \mu u_r \\ \lambda uv_r + \lambda \frac{uv}{r} + \mu v u_r \end{bmatrix} \\ W_1 &= \begin{bmatrix} 0 \\ \mu v_z \\ \lambda u_z \\ \lambda v u_z + \mu u v_z \end{bmatrix} & W_2 &= \begin{bmatrix} 0 \\ \mu u_r \\ (\lambda + 2\mu)v_r + \lambda \frac{v}{r} \\ \mu u u_r + (\lambda + 2\mu)v v_r + \lambda \frac{v^2}{r} + KT_r \end{bmatrix} \\ H &= \frac{1}{r} \begin{bmatrix} -\rho v \\ -\rho uv + \mu(v^2 + u_r) \\ -\rho v^2 + 2\mu(v_r - \frac{v}{r}) \\ -ev + \lambda v u_z + \mu u v_z + \mu u u_r + (\lambda + 2\mu)v v_r + \lambda \frac{v^2}{r} + KT_r \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\text{状态方程为,} \quad p = (\gamma - 1) \left[e - \rho \frac{u^2 + v^2}{2} \right] \quad (2.3)$$

式中:

z 为轴向坐标, r 为径向坐标,
 ρ 为密度, u 为轴向速度,
 v 为径向速度, p 为压力,
 e 为单位体积的内能, γ 为绝热指数,
 λ, μ 为粘性系数 (本文中取 $\lambda = -\frac{2}{3}\mu$), T 为温度。

将方程 (2.1) 无量纲化。长度的无量纲化参数取为喷管出口截面半径 L , 其余各量的无量纲化参数取为相应的临界参数。各参数的无量纲量为:

$$\begin{aligned}
 \bar{z} &= z/L, \quad \bar{r} = r/L, \quad \bar{t} = t/(L/v_{cr}), \quad \bar{u} = u/v_{cr}, \quad \bar{v} = v/v_{cr}, \\
 \bar{\rho} &= \rho/\rho_{cr}, \quad \bar{p} = p/(\rho_{cr}v_{cr}^2), \quad \bar{T} = T/T_{cr}, \quad \bar{e} = e/(\rho_{cr}v_{cr}^2), \\
 \bar{\mu} &= \mu/(Re_{cr} \cdot \mu_{cr}), \text{ 其中 } Re_{cr} = p_{cr}v_{cr}L/\mu_{cr}
 \end{aligned} \quad (2.4)$$

经过无量纲化后, 得到的方程形式与 (2.1) 仍保持一致, 为简略下文省略上标 “—”。

由于方程 (2.1) 本身是不封闭的, 为了封闭该方程, 本文采用的是工程上广泛使用的 Baldwin-Lomax 代数湍流模型^[1]。采用代数网格生成法将物理平面变换到计算平面 (ξ, η) 内, 图 1 给出了计算平面局部网格图。

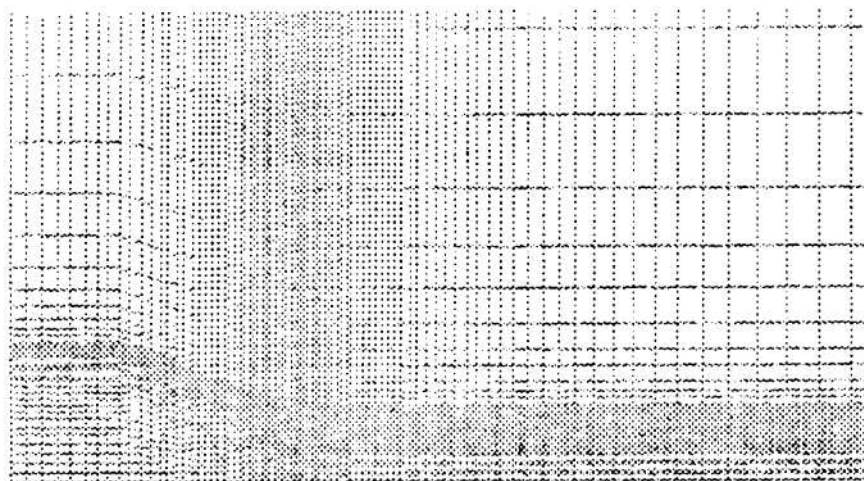


图 1 计算平面局部网格图

喷管的流动是比较复杂的, 不仅流场是亚、跨、超音混合型的, 而且在出口处的内流和外流存在着强烈的相互作用, 形成复杂波系, 使数值计算不易稳定。所以, 为解决这类问题, 本文采取了特殊的处理和修正, 以加快迭代速度、提高收敛精度、增强求解的稳定性。

2.1 矢量通量分裂格式

对特征值为正号的运动方程用一侧后差格式求解, 得到的解是稳定的, 而对特征值为负号的运动方程, 用一侧前差格式求解可得稳定解。当特征值有正有负时, 如果只用某一种一侧差分格式, 则在时间推进求解时, 总要出现数值不稳定。

由于跨音速问题是一个混合型问题, 在超音速区特征值全为正, 在亚音速区特征值有正有负。若只采用前差 (或后差), 这样有可能在抑制某一特征值相对应的误差时, 会破坏与另一特征值相对应的误差的收敛性, 引起不稳定。本文采用的方法是利用矢量通量分裂技术^[2], 即按特征值的正负号分裂。对正的特征值分裂项用一侧后差格式, 对负的特征值分裂项用一侧

前差格式,各自抑制相应的误差以提高稳定性。这样,采用什么样的格式决定于特征值的正负而不决定于超音区或亚音区。而且无论在超音区还是亚音区都使用一侧差分格式而不是中心差分格式。同时,也将原来 Beam-Warming 格式中的块三对角方程化为一个上三角矩阵和一个下三角矩阵相乘的形式,简化了计算过程并节省了时间。具体求解过程为:

将特征值按正负号分解,

$$\Lambda^\pm = (\lambda + |\lambda|)/2 \quad (2.5)$$

$$(I + h\nabla_\xi A^+)^\eta \Delta U^{n-3/4} = h[\delta_\xi(-F + V_1 + V_2) + \delta_\eta(-G + W_1 + W_2) + H] \quad (2.6a)$$

$$(I + h\Delta_\xi A^-)^\eta \Delta U^{n-1/2} = \Delta U^{n-3/4} \quad (2.6b)$$

$$(I + h\nabla_\eta B^+)^\eta \Delta U^{n-1/4} = \Delta U^{n-1/2} \quad (2.6c)$$

$$(I + h\Delta_\eta B^-)^\eta \Delta U^n = \Delta U^{n-1/4} \quad (2.6d)$$

其中: Δ , ∇ 分别为前差的后差, h 为时间步长。

$$A^\pm = T_\xi(\Lambda_\xi^\pm \pm \nu_1 I)T_\xi^{-1} \quad (2.7a)$$

$$B^\pm = T_\eta(\Lambda_\eta^\pm \pm \nu_2 I)T_\eta^{-1} \quad (2.7b)$$

$$\nu_1 \approx 2\mu(\xi_z^2 + \xi_r^2)/(\rho \cdot Re \cdot \Delta\xi) \quad (2.8a)$$

$$\nu_2 \approx 2\mu(\eta_z^2 + \eta_r^2)/(\rho \cdot Re \cdot \Delta\eta) \quad (2.8b)$$

这里为导出对角阵用 ν_1 和 ν_2 近似代替方程左端的粘性效应。 A 、 B 、 T 的形式参见文献 [3]。

为提高稳定性, Δ , ∇ 采用三点格式, 即

$$\nabla_\xi \lambda_{\xi i}^+ = (\lambda_{\xi i-2}^+ - 8\lambda_{\xi i-1}^+ + 7\lambda_{\xi i}^+)/ (6 \cdot \Delta\xi) + O(\Delta\xi) \quad (2.9a)$$

$$\Delta_\xi \lambda_{\xi i}^- = (-7\lambda_{\xi i}^- + 8\lambda_{\xi i+1}^- - \lambda_{\xi i+2}^-)/ (6 \cdot \Delta\xi) + O(\Delta\xi) \quad (2.9b)$$

相应的中心差分为

$$\delta_\xi F_i = (-F_{i+2} + 8F_{i+1} - 8F_{i-1} + F_{i-2})/ (12\Delta\xi) + O(\Delta\xi^4) \quad (2.10)$$

2.2 局部时间步长

在流场计算中,一般在物理量变化比较大的区域网格取得比较密,而在物理量变化不太剧烈的区域网格则相对稀疏。如果在求解过程中在全流场采用同一时间步长,无疑将在大网格区造成一定程度的浪费。本文采用的办法是取局部时间步长,即在大风格区采用大步长,小网格区采用小步长,使大网格区先达到稳定解,从而促使小网格区加速收敛。使整体运动速度加快,就好象在分子粘性运动中,走得快的分子带动走得慢的分子,最大限度地传播信息,加快收敛速度。本文采用半经验公式给出时间步长,

$$\Delta t_c = CFL/[\lceil u\xi_z + v\xi_r \rceil + a(\xi_z^2 + \xi_r^2)^{1/2}] \quad (2.11a)$$

$$\Delta t_\eta = CFL/[\lceil u\eta_z + v\eta_r \rceil + a(\eta_z^2 + \eta_r^2)^{1/2}] \quad (2.11b)$$

$$\Delta t = \min(\Delta t_{\xi}, \Delta t_{\eta})$$

(2.11c)

式中: a 为当地音速, CFL 是 Courant 数。

2.3 人工粘性

为了提高求解的精度和稳定性, 并抑制激波被抹平或激波解的振荡, 本文在人工粘性的处理上采用二阶加四阶的人工粘性。

四阶人工粘性项使解在间断点附近产生振荡, 同时又把解抹平 (参见图 2)。而二阶的人工粘性能真实地模拟间断解的特性。在激波附近采用二阶人工粘性, 而在其它地方为提高精度, 采用四阶人工粘性, 有助于提高激波的捕捉能力以及求解的精度和稳定性。通过一个二阶和四阶人工粘性的转换开关, 来实现这一想法。^[4]

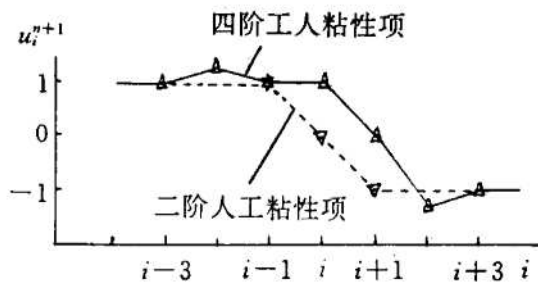


图 2 人工粘性处理示意图

原转换开关是压力的二阶导数形式, 它是针对抑制激波区的振荡提出来的, 然而对切向间断边界问题不是很有效。因为在切向间断附近压力变化平缓, 而其它的参量变化剧烈, 以压力的二阶导数为因子的人工粘性项不能有效地反映切向间断流场参数变化的特点。所以, 为了有效地处理切向间断问题 (如射流边界, 其压力连续, 切向速度、密度、熵等物理量间断), 本文针对切向间断的特点, 对原人工粘性形式做了修正, 将其修改为密度的二阶导数形式。在射流边界附近, 密度项是很敏感的, 它能更好地反映参数变化的情况, 从而能有效的抑制波动。

2.4 区域分裂

在出口边缘附近, 由于边缘的奇异性, 本文采用区域分裂技术。即在出口边缘区域和其它区域各自按自己的稳定性要求选取时间步长, 分别迭代求解, 然后再将二者“匹配”起来。这样, 既可以避免在全场取小步长而使收敛时间过长, 又可防止物理量剧烈变化区域的数值振荡, 保证求解过程的顺利进行。

3 计算与试验结果的比较

尾喷管的主要作用是将燃气的热能和位能转变为排气流的动能以产生推力。对于喷管来说, 一个非常重要的参数是落压比 Π_p , 它是喷管进口截面上气流总压与外界大气压力的比值 (以下简称落压比)。收敛喷管因其结构简单、重量轻, 并在落压比 1.0~5.0 的范围内维持较好的性能, 对于不要求做超音速远航的飞行器, 仍有广泛的应用。本文的算例选取的是收敛喷管。

当喷管处于完全膨胀状态, 出口压力恰好等于大气压力, 排气速度为当地音速时的落压比, 称为临界落压比, 记为 Π_{per} , 它只决定于工质。

$$\Pi_{per} = \left[\frac{K+1}{2} \right]^{\frac{K}{K-1}}$$

当 $\Pi_p < \Pi_{pcr}$ 时, 喷管处于亚临界工况。

当 $\Pi_p > \Pi_{pcr}$ 时, 喷管处于超临界工况。

本文的算例选取的是超临界工况下的算例。其试验数据取自文献 [5]。轴对称收敛喷管进口直径 $D_2=200\text{mm}$, 出口直径 $D_e=100\text{mm}$, 长度 $L=186.6\text{mm}$, 收缩半角 $\alpha=15^\circ$, 喷管前进口气流总压 $p_{t2}=0.3039\text{MPa}$, 大气压 $p_b=0.1013\text{MPa}$, 喷管落压比 $\Pi_p=p_{t2}/p_b=3.0$, 空气绝热指数 $K=1.4$, 喷管临界落压比 $\Pi_{pcr}=\left[\frac{K+1}{2}\right]^{\frac{K}{K-1}}=1.89$, $\Pi_p > \Pi_{pcr}$, 喷管处于超临界工况。

图 3~5 给出该算例的等马赫线图、等压力线图及典型马赫线的计算结果与试验结果的比较。从等马赫线图可以清楚地看到射流边界的存在, 且在射流边界区域切向速度是间断, 射流区流场的膨胀区与压缩区交替出现, 这些现象与射流气动理论也是符合的。从等压力图可以看出, 在射流边界区压力是不间断的, 计算结果与理论的定性分析完全一致。从典型马赫线与试验结果的比较来看, 计算结果与试验结果也是吻合得很好的。

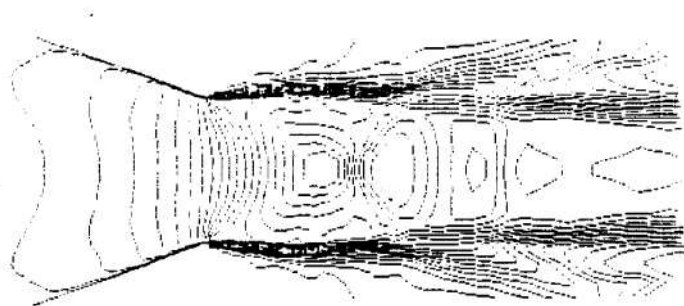


图 3 超临界工况算例等马赫线图

($\alpha=15^\circ$, $\Pi_p=3.0$)

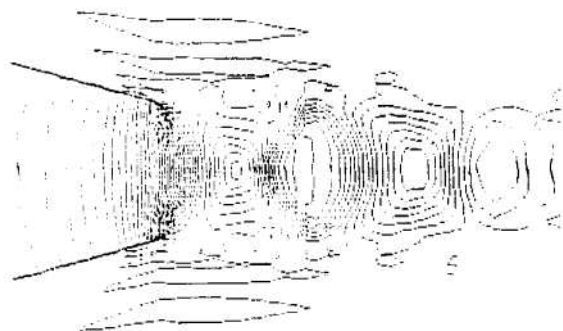


图 4 超临界工况算例等压力线图

($\alpha=15^\circ$, $\Pi_p=3.0$)

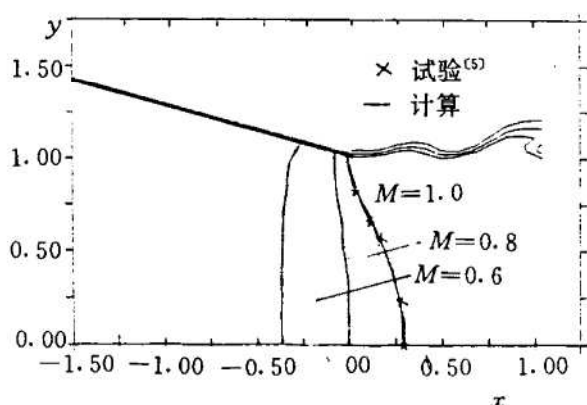


图 5 典型马赫线与试验结果的比较

($\alpha=15^\circ$, $\Pi_p=3.0$)

4 结 论

本文采用考虑粘性、带湍流模型的 Navier-Stokes 方程, 利用 Beam-Warming 隐式格式中的矢通量分裂技术, 为提高求解的速度、精度和稳定性, 采用了二阶加四阶人工粘性、局部时间步长、区域分裂等特殊的处理和修正, 得到了与理论的定性分析和试验数据吻合得很好的结果, 证明所采取的方法和措施是行之有效的, 并为今后的理论和计算研究提供了基础和经验。

参 考 文 献

- [1] Baldwin B S, Lomax H. Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows. AIAA 78-257

- [2] Steger J L, Warming R F. Flux Vector Splitting of the Inviscid Gasdynamic Equations with Application to Finite-Difference Methods. J of Computational Physics, 1981, 40: 263~293
- [3] Wang Yigun, Toshi Fujiwara. Improvements on Accuracy and Efficiency for Calculation of Transonic Viscous Flow around an Airfoil. Memoirs of the Faculty of Engineering Nagoya University, 1987, 39 (1)
- [4] Pulliam T H. Artificial Dissipation Models for the Euler Equations. AIAA 85-0438
- [5] Thornock R L. Experimental Investigation of through Convergent-Conical Nozzles. Document No. D6-20375, The Boing Co. 1968. 9



德国继续高超音速推进研究

对非对称二维喷管采用氢进行冷却研究之后,德国 MTU 公司设想在 1995 年实现一个马赫数 7 的冲压发动机的实验机。

德国的 Sanger 高超音速轨道飞机将采用涡轮喷气/液氢冲压组合发动机为动力装置。发动机拥有一个矩形进气道和一个扩压器。为确保涡轮喷气发动机在高超音速阶段的独立性和安全性,在涡轮喷气发动机上装有一个闭合系统。在闭合系统之后是一个给冲压发动机燃烧室供气的加热管,最后是一个带膨胀斜面的二维喷管。先是燃气涡轮发动机工作,使飞机接近马赫数 3.5,在马赫数 3~3.8 的过渡段,冲压发动机开始工作至马赫数达到 7。德国的高超音速技术计划始于 1988 年。DLR、DASA 飞机和宇航分部和 MTU 下属的 Volvo 公司参加了这项计划的研究。从 1992 年起,俄罗斯 TsAGI 的专家也参加了这项超音速冲压发动机技术的研究。

目前,冲压发动机的部件(燃烧室、喷管和冷却系统)都已确定并开始试验。在第一阶段(1990~1992 年)进行了计算编码、新设备的建立、进气道和燃烧室空气动力学的研究等工作,与此同时开始了部件试验。从 1991 年起,对直径 33cm 的冷却燃烧室进行了模拟,其马赫数达到 4.7。燃气发生器的温度达到 2000K。在这之后,1992 年 12 月进行了冷却冲压发动机试验,其马赫数达到 7。

关于喷管,已对矩型的和非对称型喷管进行了多次试验,最后选中了非对称二维喷管。该喷管采用氢进行冷却。试验时,喷管出口的温度达到 2500K。在研制膨胀斜面时,他们花费了很大力量,因为这个膨胀斜面对发动机与机身的整体化很重要。该斜面采用碳/碳进行防护。1993 年 3 月对一个完整的喷管进行了满意的试验。试验时,喷管的温度达到了 2400K,斜面上的温度为 1500K。

单个组元试验结束后,德国研究人员又开始了新的试验。在 1995 年应对一台命名为 TDR 500 的冲压发动机实验机进行试验。该实验机长 7m,由一个可变截面二维进气道、一个直径为 50cm 的环形燃烧室和一个带膨胀斜面的尾喷管组成。试验大概在俄罗斯和美国进行。

第三阶段应通过超音速燃烧这一关,德国 DLK 和俄罗斯期的 TsAGI 将合作进行这阶段的工作。

郭振玲 供稿