

# 碳/酚醛材料的粒子侵蚀

高立新 蔡 峦

(北京航空航天大学)

**摘要:**引用均质材料的冲蚀疲劳理论,研究了碳/酚醛材料应用在固体火箭发动机喉衬情况下的侵蚀特性;分别对无碳化层和有碳化层两种状态进行了分析和计算。综合热化学烧蚀计算与实验对比,得到粒子冲蚀的定性及定量结果。

**主题词:** 固体推进剂火箭发动机, 喷管衬套, 纤维增强复合材料, 冲蚀

## PARTICLE IMPINGEMENT OF CARBON/ PHENOLIC MATERIALS

Gao Lixin Cai E

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics)

**Abstract:** In this paper theorems on homogeneous materials subjected to impingements and fatigue was quoted. Erosive behavior of C/phenolic materials applied to solid rocket nozzle throats was investigated. Analysis and calculation on a single substrate and substrate covered by a changing char layer was conducted respectively. Sum up the thermo-chemical erosion calculation and contrast with the test results, the qualitative and quantitative results of particle impingements were gained.

**Keywords:** Solid propellant rocket engine, Nozzle liner, Fiber reinforced composite, Impingement corrosion

### 符 号 表

$p$  压强 ( $N/m^2$ )

$\rho$  密度 ( $kg/m^3$ )

$n$  单位面积粒子冲击次数 ( $个/m^2$ )

$t$  时间 (s)

|  |  |
|--|--|
| c 音速 (m/s)   | W 侵蚀质量 ( $\text{kg}/\text{m}^2$ )                      |
| v 粒子速度 (m/s)   | m 质量侵蚀率 ( $\text{kg}/(\text{s} \cdot \text{m}^2)$ )    |
| $V_m$ 酚醛树脂体积分数   | $\alpha$ 单个粒子侵蚀率 (kg/个)                                |
| $V_f$ 碳纤维体积分数  | d 粒子直径 (mm)  |
| $\theta$ 粒子冲击角度  | h 碳化层厚度 (mm)   |
| E 弹性模量 ( $\text{N}/\text{m}^2$ )                             | $F_p$ 粒子流量 ( $\text{kg}/(\text{s} \cdot \text{m}^2)$ ) |
| G 剪切模量 ( $\text{N}/\text{m}^2$ )                             | $N_u$ 粒子流量 (个/ $\text{s} \cdot \text{m}^2$ )           |
| $\nu$ 泊松比  | $r_p$ 粒子侵蚀率 (mm/s)                                     |
| $\sigma$ 应力 ( $\text{N}/\text{m}^2$ )                        | $r_{ch}$ 化学烧蚀率 (计算值) (mm/s)                            |
| $\sigma_t$ 疲劳极限 ( $\text{N}/\text{m}^2$ )                    | $r_{ex}$ 实验烧蚀率 (mm/s)                                  |
| $\sigma_u$ 极限抗张强度 ( $\text{N}/\text{m}^2$ )                  | 下标   |
| $\bar{\sigma}_0$ 液滴与碳化层交界面处平均应力<br>( $\text{N}/\text{m}^2$ ) | L 液态   |
| Z 材料阻抗 ( $\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ )           | S 固态 (碳/酚醛材料)  |
| $S_e$ 定义参数   | m 基体   |
| $S_c$ 定义参数   | f 纤维   |
| $\bar{K}$ 应力波在碳化层内的反射次数<br>(冲击期间内)                           | C 碳化层  |
| $K_e$ 应力波在碳化层内的最大反射次数  | i 潜伏期结束  |
|  | SC 碳化层-基体交界  |
|  | LC 液体-碳化层交界  |

## 1 引言

碳/酚醛材料用于固体火箭发动机喷管，受到高温高速燃气的作用。随着材料表面温度的升高，酚醛树脂基体解聚、气化，碳纤维增强材料开始裸露出来，形成碳化层。随着过程的继续，碳化层的厚度不断增加。

现代固体火箭发动机，采用含铝高能推进剂。燃气中包含熔融铝滴及大量  $\text{Al}_2\text{O}_3$  凝相产物。喷管内壁特别是喉部表面受高温高速两相流的冲蚀作用。

目前复合材料喷管的气动热化学烧蚀已经研究得比较多，而关于凝相粒子的冲蚀研究尚不成熟。本文参考了 Springer 等人提出的材料受高速液滴冲蚀的疲劳破坏理论<sup>[1]</sup>，建立了碳/酚醛材料的冲蚀破坏模型，进行了分析及计算；综合气动热化学烧蚀计算结果，与实测烧蚀率对比更加贴近。也证实了热化学烧蚀占绝对主导的论断。

## 2 冲蚀破坏机理

纤维增强非金属复合材料受高速气液两相流的冲蚀作用，很类似于连续作用的弯曲或扭转的交变载荷；纤维材料极易在这种载荷下破碎而被气流冲蚀掉。实验表明，材料疲劳破坏具有某个潜伏期  $t_i$ ，在  $t_i$  时间之内材料没有剥蚀，超过  $t_i$  以后，材料的侵蚀量  $W$  随时间  $t$  近似呈线性增加；超过某个时间  $t_f$  以后， $W$  随  $t$  的变化比较复杂，如图 1 所示。一般情况不会达到  $t_f$  值，所以只考虑  $t_f$  以前的情况，并简化为直线关系如图 2。

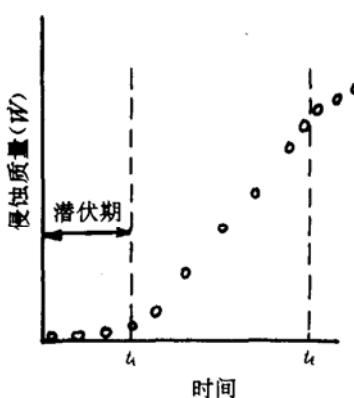


图1 侵蚀量试验结果

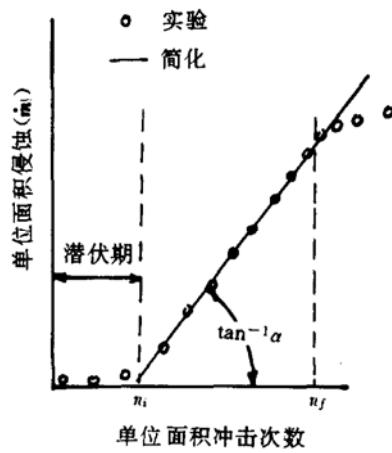


图2 近似简化

这样，如果用  $\dot{m}$  表示质量侵蚀率，则有：

$$\dot{m} = 0 \quad 0 < n \leq n_i \quad (1)$$

$$\dot{m} = \alpha N_u \quad n_i < n < n_f \quad (2)$$

所以只要求得  $n_i$  和  $\alpha$ 、知道了  $N_u$ ，便可以求得侵蚀率  $\dot{m}$ ；从而可求出线侵蚀率  $r_p$ ：

$$r_p = \dot{m}/\rho$$

### 3 无碳化层情况的计算

把液滴冲击的压强近似地用经典水锤力方程表示<sup>[1]</sup>：

$$p = \frac{\rho_L C_L v \cos \theta}{\rho_L C_L / \rho_S C_S + 1} \quad (4)$$

其中

$$\rho_S = \rho_f V_f + \rho_m V_m; \quad C_S = \left( \frac{E_S}{\rho_S} \right)^{1/2} \quad (5)$$

每个液滴对材料表面的冲击力为：

$$F = p \frac{\pi d^2}{4} \quad (6)$$

$d$  为液滴直径（图3）。

假设材料表面结构均匀，各向同性；碳纤维平行材料表面，酚醛基体和纤维之间紧密粘结；单个粒子的冲击效果不受下一个粒子的影响。则材料表面上某点 B（图4），距 B 为  $r$  距离处任一个单个液滴（点力）造成 B 点的应力为<sup>[2]</sup>：

$$\sigma(r) = F(1 - 2\nu_S)/2\pi r^2 \quad (7)$$

在  $dr$  环带之内的所有液滴造成 B 点的应力都在  $\sigma$  和  $\sigma + d\sigma$  之间。潜伏期内这个环带作用的冲击应力循环次数为：

$$f(r) = n_i 2\pi r dr \quad (8)$$

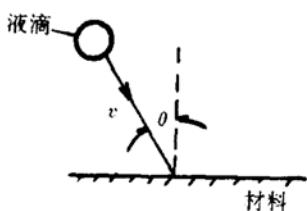


图 3 液滴冲击示意图

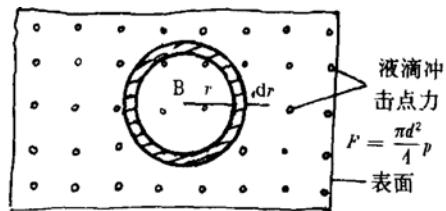


图 4 冲击表面力的模型

引用 Miner 疲劳破坏准则：

$$\frac{f_1}{N_1} + \frac{f_2}{N_2} + \dots + \frac{f_k}{N_k} = a_1 \quad (9)$$

此处  $f_1, f_2, \dots, f_k$  应分别用  $f(r_1), f(r_2), \dots, f(r_k)$  取代，则有：

$$\frac{f(r_1)}{N_1} + \frac{f(r_2)}{N_2} + \dots + \frac{f(r_k)}{N_k} = a_1 \quad (10)$$

$r$  的变化范围可以从 0 至  $\infty$ ，所以上面方程可以表示为：

$$\int_0^\infty \frac{n_i 2\pi r dr}{N} = a_1 \quad (11)$$

由方程 (7)，所以有：

$$r dr = \frac{-1}{2\pi} \frac{F(1 - 2\nu_s)}{2\sigma^2} d\sigma \quad (12)$$

由方程 (11), (12) 和 (6) 导出

$$-\int_{\sigma_u}^{\sigma_1} \frac{n_i \left[ p \frac{\pi d^2}{4} (1 - 2\nu_s) / 2\sigma^2 \right]}{N} d\sigma = a_1 \quad (13)$$

为了积分，必须知道疲劳寿命  $N$  和  $\sigma$  的关系；对于绝大多数材料， $\sigma_u$  和  $\sigma_1$  可近似地如图 5 表示<sup>(1)</sup>

$$N = b_1 \sigma^{-b} \quad (14)$$

其中  $b$  和  $b_1$  都是常数。方程 (14) 满足如下条件：

$$\sigma = \sigma_u, \quad N = 1 \quad (15)$$

$$\sigma = \sigma_1, \quad N = 10 \quad (16)$$

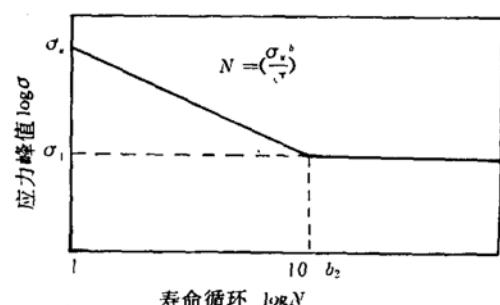
方程 (16) 中， $10^{b_2}$  是疲劳曲线的拐点值，由 (14) 和 (15) 得：

$$N = \left( \frac{\sigma_u}{\sigma} \right)^b \quad (17)$$

或

$$b = \frac{b_2}{\log \left( \frac{\sigma_u}{\sigma_1} \right)} \quad (18)$$

把 (17) 代入 (13)，积分得：

图 5 理想的  $\sigma$ - $N$  曲线

$$\frac{\pi d^2}{4} n_i p (1 - 2\nu_s) \frac{\sigma_u^{b-1} - \sigma_i^{b-1}}{2(b-1)\sigma_u^b} = a_1 \quad (19)$$

引入定义:

$$S \equiv \frac{2\sigma_u(b-1)}{(1-2\nu_s)\left[1-\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_u}\right)^{b-1}\right]} \cong \frac{2\sigma_u(b-1)}{1-2\nu_s}$$

$$n_i^* \equiv n_i \frac{\pi d^2}{4}$$

$n_i^*$  可视为潜伏期内单个液滴面积上受冲击的次数。则方程 (19) 变为:

$$n_i^* = a_1 \frac{S}{P} \quad (21)$$

参量  $S$  表征受冲蚀材料的强度特性。单个液滴面积受冲蚀导致破坏的次数  $n_i^*$  正比于材料强度  $S$  和液滴冲击强度  $p$  之比, 这是合理的。但是  $n_i^*$  和  $S/p$  之间一般不可能是直线关系。同时, 为了扩大这个关系式的应用范围, 表为如下形式:

$$n_i^* = a_1 \left( \frac{S}{p} \right)^{a_2} \quad (22)$$

$a_1, a_2$  根据实验确定。

#### 4 有碳化层的分析

前面已经谈到, 碳/酚醛材料烧蚀的特点就是形成碳化层, 并且逐渐变厚。碳层表面受粒子冲蚀, 应力通过碳层在基体界面上由于材料结构的变化而产生应力波 (图 6)。

开始冲击时,  $\sigma_1 = p$ ; 碳化层中的应力波在交界面处一部分传到材料内部, 另一部分在碳化层中反回, 因此形成一系列的回波。其大小为  $\sigma_{2k}^{(3)}$ 。

$$\frac{\sigma_{2k}}{\sigma_1} = \frac{1 - \psi_{sc}}{1 - \psi_{sc}\psi_{lc}} [1 - (\psi_{sc}\psi_{lc})^k] \quad (23)$$

经过时间间隔  $t = 2h/C_c$ , 回波到达碳化层表面; 而这时表面上又有新的液滴冲击, 因而又产生了新的应力波; 其大小为  $\sigma_{2k-1}$ :

$$\frac{\sigma_{2k-1}}{\sigma_1} = \frac{\sigma_{2k}}{\sigma_1} - \psi_{sc}(\psi_{sc} \cdot \psi_{lc})_{k-1} \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (24)$$

$$\psi_{sc} = \frac{Z_s - Z_c}{Z_s + Z_c}; \quad \psi_{lc} = \frac{Z_l - Z_c}{Z_l + Z_c} \quad (25)$$

材料阻抗  $Z = \rho \cdot C$ 。

经过一段时间以后 (即经过多次反射,  $k \rightarrow \infty$ ), 则碳层表面或与本体材料界面处, 应力都趋于某定值。

$$\sigma_\infty = \sigma_1 \lim_{k \rightarrow \infty} \sigma_{2k} = \sigma_1 \frac{1 + \psi_{sc}}{1 - \psi_{sc} \cdot \psi_{lc}} = \sigma_1 \frac{1 + Z_l/Z_c}{1 + Z_l/Z_s} \quad (26)$$

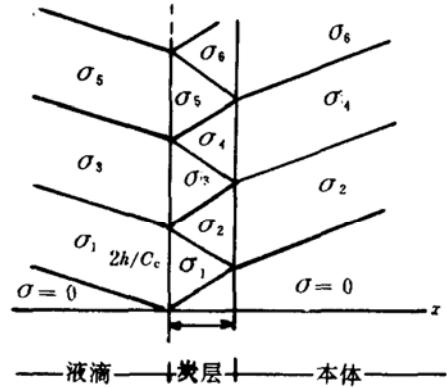


图 6 应力波在碳化层中的传播

这样,  $\sigma_{2k}$ 可以改写为:

$$\frac{\sigma_{2k}}{\sigma_1} = \frac{\sigma_\infty}{\sigma_1} - \left( \frac{\sigma_\infty}{\sigma_1} - \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right) \cdot (\psi_{sc} \cdot \psi_{lc})^{k-1} \quad (27)$$

方程(27)可近似为:

$$\frac{\sigma_{2k}}{\sigma_1} = \frac{\sigma_\infty}{\sigma_1} - \left( \frac{\sigma_\infty}{\sigma_1} - \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right) \exp\left(-\frac{k-1}{k_e}\right) \quad (28)$$

实际是用指数曲线代替了阶梯变化。 $k_e$ 表示应力达到63.3%时的反射次数<sup>[3]</sup>。

方程(28)和(27)的近似, 表示下面关系成立:

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \frac{\sigma_\infty}{\sigma_1} - \left( \frac{\sigma_\infty}{\sigma_1} - \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right) (\psi_{sc} \cdot \psi_{lc})^{k-1} \right] \\ &= \int_1^{\infty} \left[ \frac{\sigma_\infty}{\sigma_1} - \left( \frac{\sigma_\infty}{\sigma_1} - \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right) \exp\left(-\frac{k-1}{k_e}\right) \right] dk \end{aligned} \quad (29)$$

对上式求和和积分, 最后可得:

$$k_e = \frac{1}{1 - \psi_{sc} \psi_{lc}} = \frac{1 + Z_L/Z_C}{2} \cdot \frac{1 + Z_C/Z_S}{1 + Z_L/Z_S} \quad (30)$$

液滴冲击压强作用时间  $t_L$  近似取为:

$$t_L = \frac{2d}{C_L} \quad (31)$$

则  $t_L$  时间内, 应力波反射次数:

$$k_L = t_L \frac{C_C}{2h} = \frac{C_C}{C_L} \cdot \frac{d}{h} \quad (32)$$

$$\text{比值 } \gamma = \frac{k_L}{k_e} = \frac{C_C}{C_L} \cdot \frac{d}{h} \left( \frac{1 + Z_L/Z_S}{1 + Z_C/Z_S} \right) \cdot \frac{2}{1 + Z_L/Z_C} \quad (33)$$

用  $\bar{k}$  表示碳化层中应力波反射的平均次数。则:

$$\bar{k} = k_e \left[ 1 - \exp\left(-\frac{k_L}{k_e}\right) \right] = k_e [1 - \exp(-\gamma)] \quad (34)$$

碳化层表面上的平均应力为:

$$\bar{\sigma}^0 = \frac{1}{k_L} \sum_{k=1}^{k_L} \sigma_{2k-1} \quad (35)$$

将式(23)、(24)、(26)代入上式:

$$\frac{\bar{\sigma}^0}{\sigma_1} = \frac{1 + \psi_{sc}}{1 - \psi_{sc} \psi_{lc}} \left[ 1 - \psi_{sc} \frac{1 + \psi_{lc}}{1 + \psi_{sc}} \cdot \frac{1 - \exp(-\gamma)}{\gamma} \right] \quad (36)$$

则平均冲击力  $\bar{F} = \bar{\sigma}^0 \frac{\pi d^2}{4}$  (37)

由于应力波在碳化层中的反射和渗透，碳化层中的应力呈波动状态，如图7示。

采用“等价动应力”概念

$$\sigma_e = \frac{\sigma_a \sigma_m}{\sigma_u - \sigma_m} = \sigma'_e + \sigma''_e \quad (38)$$

其中  $\sigma_m$  为应力平均值； $\sigma_a$  为振幅。

$$\sigma'_e = \frac{\sigma |\psi_{sc}| \sigma_u}{\sigma_u - \sigma}, \quad \sigma''_e = \frac{(\sigma/2) \sigma_u}{\sigma_u - (\sigma/2)} \quad (39)$$

因此，相应的 Miner 准则为：

$$\sum_i \left( \frac{f_i}{N'_i} + \frac{\bar{k} f_i}{N''_i} \right) = a_1 \quad (40)$$

写成积分形式，取  $r$  为  $0 \sim \infty$ 。

$$\int_0^\infty \frac{n_i 2\pi r}{N'_i} dr + \int_0^\infty \frac{\bar{k} n_i 2\pi r}{N''_i} dr = a_1 \quad (41)$$

由疲劳曲线， $N = (\sigma_u / \sigma_e)^b$ ；或：

$$b = \frac{b_2}{\log(\sigma_{uc}/\sigma_{le})} \quad (42)$$

考虑到碳化层，(12) 式变为：

$$r dr = -\frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\bar{F}(1 - 2\gamma_c)}{2\sigma^2} \cdot d\sigma \quad (43)$$

将 (42)、(43) 代入 (41) 式，积分得：

$$\frac{\pi d^2}{4} n_i \bar{\sigma}^0 (1 - 2\gamma_c) \frac{\sigma_{uc}^{b-1} - \sigma_{lc}^{b-1}}{4(b-1)\sigma_{uc}^b} (1 + 2\bar{k}|\psi_{sc}|) = a_1 \quad (44)$$

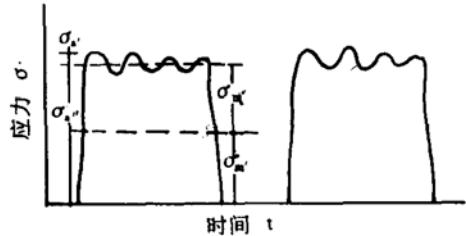
令  $S = \frac{4\sigma_{uc}(b-1)}{(1-2\nu_c) \left[ 1 - \left( \frac{\sigma_{lc}}{\sigma_{uc}} \right)^{b-1} \right]}$  (45)

以及  $n_i^* = n_i \frac{\pi d^2}{4}$  (46)

类似于无碳化层时的处理，最后得到：

$$n_i^* = a_1 \left[ \frac{S}{\sigma^0} \cdot \frac{1}{1 + 2\bar{k}|\psi_{sc}|} \right]^{a_2} \quad (47)$$

根据文献 [3] 实验拟合数据， $a_1 = 7.1 \times 10^{-6}$ ； $a_2 = 5.7$ 。



## 5 计算侵蚀率 $r_p$

文献 [3] 根据大量试验结果, 得出  $\alpha^*$  和  $1/n_i^*$  的关系:

$$\alpha^* = 0.023 \left( \frac{1}{n_i^*} \right)^{0.7} \quad (48)$$

其中  $\alpha^*$  为单个液滴冲蚀率  $\alpha$  的无因次形式。

$$\alpha^* \equiv \frac{\alpha}{\pi \rho_s d^3 / 4} \quad (49)$$

这样, 利用 (47) 式就可以计算  $n_i$  和  $\alpha$  值。如果粒子流量为  $F_p$ , 单个粒子质量为  $m_p$ ; 则单位时间内单位面积流过的粒子数为:

$$N_u = F_p / m_p \quad (50)$$

$$\text{疲劳潜伏期} \quad t_i = n_i / N_u \quad (51)$$

因此, 利用式 (2) 和 (4) 即可计算质量侵蚀率和线侵蚀率。

## 6 计算与实验结果对比及结论

利用有关原始数据, 首先进行碳化层厚度计算, 然后利用上面关系计算潜伏期  $t_i$  以及粒子侵蚀率。将计算结果绘制曲线。图 8 表示单独考虑粒子侵蚀和化学烧蚀的计算结果, 与实验曲线的对比。

通过对比可以看出:

(1) 粒子侵蚀率比起化学烧蚀率, 相差约一个量级; 随着碳化层的生成, 粒子侵蚀可忽略不计。

(2) 考虑化学烧蚀和粒子侵蚀的计算结果叠加, 和实测烧蚀率更加贴近。

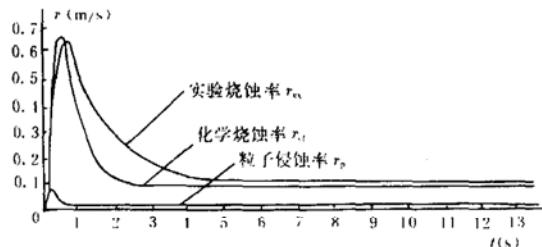


图 8 实验及计算曲线

## 参 考 文 献

- [1] Springer G S et al. A Model for Rain Erosion of Homogeneous Materials. American Society for Testing and Materials, 1974
- [2] 铁摩辛柯著, 徐芝纶译. 弹性理论. 高等教育出版社, 1990
- [3] Springer G S et al. Analysis of Rain Erosion of Coated Materials. J. Composite Materials, 1974. 7