

随机载荷下药柱强度累积损伤 可靠性计算

刘 兵 吉

(第二炮兵工程学院)

摘 要: 本文对固体导弹飞行和运输中载荷的随机性进行了分析,对随机载荷下药柱强度累积损伤的可靠性模型进行了推导,得出了可靠性计算模型。该模型可提供计算固体导弹的飞行和运输中强度可靠性的定量计算作参考。文中进行了实例计算,计算结果与实际基本符合。

主题词: 推进剂药柱,强度,可靠性预计

THE RELIABILITY CALCULATION OF ACCUMULATIVE DAMAGE TO GRAIN STRENGTH UNDER RANDOM LOADING CONDITION

Liu Bingji

(Second Artillery Engineering College)

Abstract: In this paper, the random distribution of load on solid missile during flying and transportation is analysed. The reliability model of accumulative damage to grain strength is deduced, and the reliability calculating model is obtained. This model can offer a reference for calculating quantitatively the strength reliability of the solid missile during flying and transportation. An example is presented in this paper and the calculating results agree well with the practical situation.

Keywords: Propellant grain, Strength, Reliability prediction

1 前 言

随机载荷下,药柱会随着载荷的作用周次和过载大小而受到循环损伤。随着载荷作用时

间的增长, 损伤逐渐累积增大, 强度可靠性逐渐降低。分析累积损伤的可靠性问题, 近几年逐渐由定性分析转向定量和半定量描述。对于固体导弹在运输和飞行中的随机载荷, 不但其大小在空域上的出现是随机的, 而且其出现的次数在时域上也是随机的, 这就更增加了强度可靠性计算的复杂性, 其计算方法的研究, 深受学者们重视。

2 运输和飞行中的随机载荷

运输中, 振动载荷值的大小在空域上的分布是随机的, 随着道路的不平度和行车速度而变化。对一定等级的路面和规定的行车速度, 其振动应力的大小服从概率统计规律。在实际的导弹运输中, 可用随拖车运行的监控仪-振动谱载仪进行统计, 统计出各种大小的振动应力出现的次数(频数), 由统计频数进行总体分布检验, 即可输出振动应力分布函数 $F(x)$ 。这种统计过程可由振动谱载仪按计算机程序自动完成。同样, 导弹飞行中, 即使固体火箭不处于第 1 级, 也会受突风过载和第 1 级的燃烧振动的影响。突风过载和燃烧振动等冲击过载也可通过遥测设备进行统计纪录。根据实测结果, 公路运输中振动应力分布函数 $F(x)$ 多为指数分布或威布尔分布。其均值方差及特征参数视路面的等级及规定的行车速度的不同而异。导弹从技术阵地转运到发射阵地, 一般都是质量很低的公路路面, 多数属搓板路面, 振动载荷应力很大。

导弹飞行和运输中受到的冲击振动过载, 在时间 $[0, t]$ 域内出现的冲击振动次数 n , 可以是 $n=1, 2, \dots$, 出现不同次数的概率是不同的, 时间越长出现的冲击振动次数越多的概率增大, 药柱的强度损伤也越大, 可靠度下降也越大。这就导致了飞行和运输时间越长, 可靠性越小的规律。一般来说, 随着振动在时域 $[0, t]$ 内出现的次数 n 的概率服从泊松分布, 即

$$P_n(t) = \frac{(\alpha t)^n}{n!} e^{-\alpha t} \quad (1)$$

式中: α 为泊松分布的强度参数。

3 随机应力下药柱的累积损伤

按力学定义, 构件在循环应力 X 作用下, 其强度 Y 的降低受应力的大小和作用周次两个因素的影响时, 称累积损伤。根据这个定义, 累积损伤模型一般假定构件强度被削弱的程度与每次作用的应力成正比, 由此可得出累积损伤的表达式为

$$Y_i = Y_0 - \sum_{i=1}^i C_i X_i \quad (2)$$

式中: Y_0 为初始强度, Y_0 的分布函数记为 $G(y)$; X_i 是第 i 次出现的冲击振动应力; Y_i 为第 i 次应力作用后的剩余强度。 C_i 为在 X_i 应力作用下单位周次所产生的损伤量, 它是药柱的特性参数, 药柱受应力作用损伤的大小表现在 C_i 参数上。

固体火箭技术广泛采用 Palmgren 和 Miner 提出的线性损伤规则^[3], 这一规则在规定的第 i 个应力 x_i 作用下, 每一个作用周次所产生的损伤 C_i , 与材料在核应力下造成失效所需的总周次 N_i 成反比, 即

$$C_i = \frac{1}{N_i} \quad (3)$$

当药柱受到 K 个不同大小的应力作用时, 每个应力作用的周次为 n_i , 则总的损伤量为

$$C_{\text{总}} = \sum_{i=1}^K \frac{n_i}{N_i} \quad (4)$$

对估算药柱的使用寿命, 一般采用下式 (5) 来描述应力 X_i 与失效周次 N_i 之间的关系^[3]

$$N_i = a_T A X_i^{-B} \quad (5)$$

式中: A , B 为药柱材料常数, 可用药柱材料试样的疲劳试验获得; a_T 为药柱粘弹性系数, 不同配方的药柱其 a_T 不同。 a_T 可由粘弹性计算或推进剂手册中查取。

式 (5) 中, 若用随机应力 X_i 的均值 $\bar{X}_i$ 所对应的损伤失效周次 $N_{\bar{T}_i}$ 则可写为

$$N_{\bar{T}_i} = a_T A \bar{X}_i^{-B}$$

这样公式 (2) 的比例常数 C_i , 可认为 $C_1 = C_2 = C_3 = \dots = C$, C 的计算式为

$$C = \frac{1}{N_{\bar{T}_i}} = \frac{\bar{X}_i^B}{a_T A} \quad (6)$$

这实际上是认为, 作用应力大则药柱强度的损伤也大, 反之, 作用应力小其损伤亦小, 损伤程度同应力大小的比例常数是相同的。这种近似是把损伤与应力之间的关系认为是线性关系, 这在一般工程计算中是允许的。

比例常数 C 一般由药柱试样的试验按式 (6) 获取。由于各次试验所得到的 C 数不尽相同, 所以 C 是随机出现的。 C 既然具有随机性, 必然就有均值和方差等特征量。其均值方差的计算可参考文献[3]。

4 药柱累积损伤的可靠性数学模型

应力 X_i 的各次出现, 都是随机的, 而且每次出现都可能改变一次分布函数, 其分布函数记为 $F_i(x)$, 密度函数记为 $f_i(x)$ 。应力 X_i 的出现是互不相关, 就是说, 应力的前一次出现不给后一次出现提供任何信息。这种情况称“随机无关”, 这种应力的假设符合导弹运输和飞行中振动应力的实际情况。

由于 Y_0 是符合某一分布的初始强度随机量, 因而 Y_i 也必然是随机量。但是 Y_i 这个随机量是由公式 (2) 确定的, 这种确定性造成应力每出现一次, 构件强度就损伤一次。这种情况称“随机确定”。

设成功事件 E 定义为 $E \sim Y > X$, 则应力循环作用第 n 次时的成功概率即可靠度为

$$R_n = P[(X_0 < Y_0) \cap (X_1 < Y_1) \cap (X_2 < Y_2) \cap \dots \cap (X_n < Y_n)] \quad (7)$$

由应力强度的干涉理论可推导出式 (7) 的积分表达式为^[1, 2]

$$R_n = \int_0^{\infty} g(y) [F_0(y_0) \cdot F_1(y_1) \cdot F_2(y_2) \cdots F_n(y_n)] dy \quad (8)$$

一般情况下, 应力 X_i 出现都遵从相同的分布母体函数, 即 $F_0(x) = F_1(x) = F_2(x) = \dots = F_n(x) = F(x)$

这样, 式 (8) 可写成

$$R_n = \int_0^{\infty} g(y) \left[\prod_{i=0}^n F(y_i) \right] dy \quad (9)$$

式中: $g(y)$ 为初始强度 Y_0 的密度函数; $F(y_i)$ 所表示的函义是, 应力 X 的分布函数形式 $F(x)$ 中, 把变量 x 替换为 y_i 作变量的函数, 这是由于应力——强度干涉的结果。这里应注意, 本文中大写字母 X, Y 等表示随机变量, 而小写字母 x, y 表示自然变量。式 (9) 中的 y_i 变量, 是当应力和初始强度出现某个具体值 x_i, y_0 时, 造成强度损伤后的剩余值, y_i 的表达式由式 (2) 得出, 由于药柱损伤参数 C_i 可取为 C , 因而有

$$y_i = y_0 - C \sum_{i=1}^i x_i \quad (10)$$

式 (9) 表达的是第 n 次应力作用时的可靠度。由前述, 第 n 次应力的出现在时域 $[0, t]$ 上是随机的, 一般由泊松分布来表示出现 n 次的概率, 考虑到应力出现次数的概率时, 可靠度为^[1]

$$\begin{aligned} R(t) &= \sum_{n=0}^{\infty} P_n(t) R_n = \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\infty} g(y) \prod_{i=0}^n F(y_i) \cdot \frac{(at)^n}{n!} e^{-at} dy \\ &= \int_0^{\infty} g(y) e^{-at} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(at)^n}{n!} \prod_{i=0}^n F(y_i) \right] dy \end{aligned} \quad (11)$$

式 (11) 即为随机载荷下药柱强度累积损伤的可靠性数学模型。式中, 药柱的损伤特性反映在 y_i 参量中。

5 可靠性计算

5.1 计算参数和分布函数的确定

式 (11) 计算式中, 当药柱损伤特性参数 C 、泊松分布参数 α 及应力分布函数 $F(x)$ 、初始强度密度函数 $g(y)$ 确定后, 该积分式在计算机上调用积分程序进行计算是不难实现的。

5.1.1 药柱损伤参数 C 的确定

前面已对 C 的确定方法做过阐述。由于 C 是靠药柱材料的疲劳试验获得的药柱特性参数, 各次试验所得到的 C 值具有随机性, 所以 C 是随机量。但实际上, C 的散布很小, 把 C 取其均值作常数, 计算出的误差并不大, 且使计算得到简化。因而下面的例题中取 C 为常数。

5.1.2 泊松参数 α 的获取

α 为单位时间内平均出现应力峰值的次数, 可由随同导弹运输的振动载荷频谱仪统计输出。统计中, 一般把小于最大峰值 10% 的小峰值的次数略去不计。实际统计可看出, α 与路面质量及运输速度有关。

5.1.3 $g(y)$ 为导弹初始强度 Y_0 的分布密度函数

由于一批导弹的药柱强度经检查试测不会都相同, 因此药柱初始强度是随机的。一般来说, Y_0 的分布多为威布尔分布、正态分布和对数正态分布。国外, $g(y)$ 函数及其特征值由厂家给出。

5.1.4 应力 X 的分布函数 $F(x)$

前面已经分析过, 它可由监测仪-振动谱载仪对载荷历程的统计得出。

用式(11)进行可靠性计算时,对 $F(y_i)$ 值的计算需用蒙特卡罗方法进行随机抽样。方法是,先对应力 X 按其分布函数 $F(x)$ 随机抽取一个样本 x_i ,再对初始强度 Y_0 按其分布 $G(y)$ 随机的抽取一个 y 值,将 x_i 、 y 代入式(10)即可得到一个 y_i 值。把 y_i 值代入应力分布函数 $F(y_i)$ 中,可得到一个具体的 $F(y_i)$ 值,多次抽样计算即可得到 $\prod_{i=0}^n F(y_i)$ 值。

把 $\prod_{i=0}^n F(y_i)$ 值代入式(11)中按积分公式计算即可。有关蒙特卡罗抽样问题可参考文献[4]。

5.2 可靠度计算举例

某固体导弹运输中,行车速度为40km/h,三级路面,对该运输的监控仪已显示出下列分布函数和参数:

应力 X 为指数分布,均值 $\bar{X}=50\text{MPa}$,则分布函数为

$$F(x) = 1 - e^{-\frac{x}{50}}, \quad F(y_i) = 1 - e^{-\frac{y_i}{50}};$$

泊松分布强度参数 $\alpha=80\text{次/h}$;

另由该导弹药柱出厂给出的初始强 Y_0 为正态分布,均值 $\bar{Y}_0=65\text{MPa}$,均方差为 $\sigma=5\text{MPa}$,则其密度函数为

$$g(y) = \frac{1}{5\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(y-65)^2}{2 \times 5^2}\right];$$

应力损伤比例系数 C 已按式(6)中的材料常数 $A \cdot B$ 和 a_T ,以及该运输振动应力的统计均值 $\bar{X}$ 算出: $C=10^{-4}$ 。

试计算药柱可靠度随运输时间(或里程)的变化。

按式(11)列出计算程序,每取定一个时间 t 值计算并打印一次,如此循环计算即可得到 $R(t) \sim t$ 曲线。曲线图如图1所示。

由图1可以看出,药柱强度的可靠度 R 随运输时间的增加而下降。下降速度开始缓慢,逐渐加快,这符合认识规律。由于药柱材料开始运输时分子间结构保持着紧凑密实,受到一般冲击振动应力不会造成较大损伤,故而可靠度下降较慢;当经过一定时间的运输后,药柱材料分子间的结构已被振动松弛,材料结构劣化,像处于耗损阶段的构件似的,每次受到振动则损伤较大,故可靠度下降亦较快了。

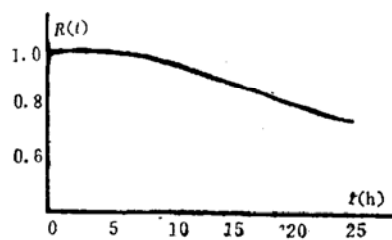


图1

从本文的分析计算来看,固体导弹运输和飞行中随机载荷对强度可靠性的影响是可以做量化计算的。但本文的计算方法是在严密的理论基础上推导的,计算中涉及到的分布函数和参数较多,且必须靠仪器的现场统计或试验才能获取,因而计算较复杂。今后应在此基础上,逐渐研究开拓半经验或经验计算方法,以达到计算方法的简化。

(下转第41页)

从表 1 可以看出,在相同分解率、不同面积比的情况下,物性参数相差不大,气流出口的平均温度也相差较小;当分解率不同时,出口温度有很大变化,而且随着 C_p 的增加,出口平均温度减小。从物理意义上说,比热大,也就意味着气体的热容量大,因而在加热量一定的情况下,高比热气体的温升就小,反之就大。因此可以说,本计算反映了真实的物理现象。另外,采用低比热的工质,是提高加热效率的关键。

出于对实际设计问题的考虑,本文还计算了在管道长度等参数均相同的情况下,为达到 1600°C 的出口温度所需的加热量。因为一定的电功率对应一定的加热量,当管道内换热不是很充分的情况下,可以通过增加管道长度以实现电功率充分转化为气体温度的升高,因为管道加长后可进一步进行热交换。当管道足够长时,热交换已经很充分,则单纯增加管道长度,不仅不会再使气体温度升高,相反,由于外壁的热损失(计算中取为加热量的10%),会使气体出口温度略有下降。在这种情况下,只能通过提高电阻丝的功率来实现升温的目的。表2给出的是第三种工况下的几种电功率所对应的气流出口平均温度。

表2 不同功率下的出口气流温度

电 效 率	300W	500W	700W
出口气流温度	1452.91℃	1554.12℃	1598℃

参 考 文 献

- [1] 长岛隆一等。人工卫星用电热式加热器的分析
- [2] Miyake C I and Mckevitt F X. Performance Characterization Test of a 1-kw Resistojet Using Hydrogen, Nitrogen and Ammonia as Propellant. N63-16443
- [3] Cebecl T, Bradshaw P著。朱自强等译。对流传热的物理特性和计算。清华大学出版社, 1988
- [4] 陶文铨编著。数值传热学。西安交通大学出版社, 1988
- [5] Spalding D B. GENNMIX: A General Computer Program for Two-Dimensional Parabolic Phenomena. 1977

(上接第46页)

参 考 文 献

- 〔1〕 卡帕 K C和兰伯森 L R. 张智铁译. 工程设计中的可靠性. 机械工业出版社, 1984
- 〔2〕 Tumolillo T A. Methods for Calculating the Reliability Function for Systems Subjected Random Stresses. IEEE Transaction on Reliability, 1974. 10
- 〔3〕 Heller R A, Singh MP. Thermal Storage Life of Solid-Propellant Motors. J. SPACECRAFT, 1983, 20(2)
- 〔4〕 刘兵吉. 固体推进剂可靠寿命的Monte Carlo计算方法. 推进技术, 1992(1)