

电热式热交换器的数值分析

祖国君 王慧玉

(北京航空航天大学)

摘 要: 对工质加热以提高其比冲, 是电火箭应用中的一个技术问题。本文对圆环形通道的内加热流动问题进行了研究。应用Patankar-Spalding方法, 求解了抛物型的N-S方程, 并考虑了外壁面的散热损失。对不同氨分解率和膨胀比的多种情况进行了计算, 并对热功率和管道长度的选择进行了分析。

关键词: 电火箭发动机, 电加热, 热交换器, 数值分析

NUMERICAL ANALYSIS OF ELECTRIC HEAT EXCHANGER

Zu Guojun Wang Huiyu

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics)

Abstract: For the improvement of the specific impulse in electric rocket, the heating of actuating medium with electric power is a practical method. In this paper, the flow in a annular passage is investigated. The Patankar-Spalding method is used to solve the parabolic Navier-Stokes equations and the heat losses at the outer wall is considered. Calculations are performed for various ammonia decomposition rates and various nozzle expand ratio, and the selection of heat power and passage length are investigated also.

Keywords: Electric rocket engine, Electric heating, Heat exchanger, Numerical analysis

1 引 言

在宇航空间应用的小发动机中, 为提高其比冲, 常采用对气体加温的方法。通过热交换, 可使出口气体加温至300~400℃。文献[1]中介绍了常用的几种加热器的型式。把电阻

丝缠绕在内环外壁面上的这种形式, 不仅结构简单, 而且由此造成的壁面不光滑, 将使流动较易发展为湍流, 从而加剧内壁面的对流换热。这种加热方法所要求的电功率并不很高, 一般只须300~400W即可。

考虑到氨的易分解性及分解率的可控制性, 常选用氨作为电火箭中的工质。文献[2]中对氨的各种分解率的性质进行了研究, 给出了详实的数据。

热功率和管道长度是两个相互关联的参数, 通过对它们的综合选择和优化, 将有助于热交换器的设计并提高其效率。本文对此问题进行了一些探讨。

2 控制方程的产生

气体工质流经一圆环形通道, 在喷管内膨胀做功, 见图1。

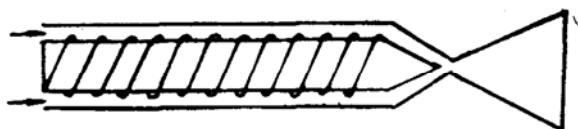


图1 圆环形热交换器

2.1 基本假设

- a. 边界层型的二维轴对称问题;
- b. 忽略彻体力;
- d. 定常流;
- f. 物性参数不随温度变化。

- c. 不计热辐射;
- e. 无化学反应;

2.2 控制方程

对于物性为常数的轴对称边界层问题, 其流动和换热的基本方程为^[3]:

连续方程:

$$\frac{\partial(\rho ur)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho vr)}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

x 方向动量方程:

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial y} \left(r \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{\partial p}{\partial x} \quad (2)$$

y 方向动量方程:

$$\frac{\partial p}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

能量方程:

$$\rho u C_p \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v C_p \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial y} \left(r k \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (4)$$

以及状态方程:

$$p = \rho RT \quad (5)$$

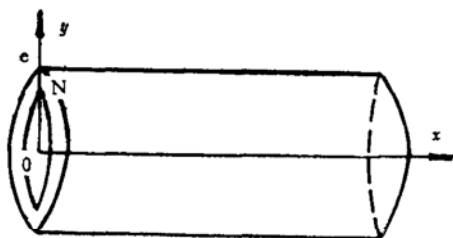


图2 坐标系

坐标系见图2。

上述方程具有抛物型的性质, 需给出入口及内外壁面上的边界条件。

入口边界条件:

$$x = 0; u = u_0, T = T_0 \quad (6)$$

内壁面边界条件:

$$r = r_i; u = v = 0, Q = C_1 \quad (7)$$

外壁面边界条件: $r=r_0$; $u=v=0$, $Q=C_2$ (8)

其中, C_1 、 C_2 为内、外壁的热流。

3 方程变换处理

为了书写简单, 首先把动量方程和能量方程写成统一的形式:

$$\rho u \frac{\partial \phi}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial y} \left(r \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + S \quad (9)$$

其中, ϕ 分别代表 u 和 h , S 为源项, h 为静焓, 在动量方程中 $S = -dp/dx$ 。由于 $\partial p/\partial y = 0$, 即意味着边界层内壁面法向压力梯度为零, 故 x 方向动量方程中的 $\partial p/\partial x$ 可表示为 dp/dx 。

考虑到Pantankar-Spalding方法可充分利用网格节点等优点^[4], 这里引入 $x-\omega$ 变换。给定:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = -\rho v r, \quad \frac{\partial \psi}{\partial y} = \rho u r \quad (10)$$

$$\omega = \frac{\psi - \psi_I}{\psi_E - \psi_I} \quad (11)$$

其中, E 、 I 分别代表边界层外边界和内边界。

经变换得到方程(9)在 $x-\omega$ 坐标系下的表达式:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} + (a + b\omega) \frac{\partial \phi}{\partial \omega} = \frac{\partial}{\partial \omega} \left(c \frac{\partial \phi}{\partial \omega} \right) + d \quad (12)$$

其中

$$\begin{aligned} a &= -\frac{d\psi_I}{dx} \cdot \frac{1}{\psi_E - \psi_I} \\ b &= -\frac{d(\psi_E - \psi_I)/dx}{\psi_E - \psi_I} \\ c &= r^2 \rho u \Gamma \frac{1}{(\psi_E - \psi_I)^2} \\ d &= \frac{S}{\rho u} \end{aligned} \quad (13)$$

显然在给定的流函数的定义下, 连续方程(1)是自动满足的。因而在 $x-\omega$ 坐标系中, 只需在 $\omega = 0 \sim 1$ 的范围内处理通用方程(12)即可。

4 方程离散与求解

对于抛物型方程(9), x 是单向坐标, 因而对节点 P , 只须取上游节点 P_u , 在 ω 方向上须取两个节点 N 和 S 。点 P 的控制容积如图3中的阴影所示。在该容积中对方程(12)作积分, 得到:

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\delta x} \int_{i-\frac{1}{2}}^{i+\frac{1}{2}} (\phi_D - \phi_u) d\omega - b \left[\int_{i-\frac{1}{2}}^{i+\frac{1}{2}} \phi d\omega \right]_M \\
& + \{[(a+b)\phi]_{i+\frac{1}{2}} - [(a+b)\phi]_{i-\frac{1}{2}}\}_M \\
& = \left[\left(c \frac{\partial \phi}{\partial \omega} \right)_{i+\frac{1}{2}} - \left(c \frac{\partial \phi}{\partial \omega} \right)_{i-\frac{1}{2}} \right]_M + \left[\int_{i-\frac{1}{2}}^{i+\frac{1}{2}} d \cdot d\omega \right]_M
\end{aligned} \quad (14)$$

M 表示控制容积 x 方向的中点。

对(14)进行展开、合并,经整理得到如下的线性方程:

$$D_i \phi_{i,D} = A_i \phi_{i+1,D} + B_i \phi_{i-1,D} + C_i \quad (15)$$

其中:

$$A_i = (T - \frac{1}{2} m')_{i+\frac{1}{2}}$$

$$B_i = (T + \frac{1}{2} m')_{i-\frac{1}{2}}$$

$$C_i = \phi_{i,u} \rho (\omega_{i+\frac{1}{2}} - \omega_{i-\frac{1}{2}}) + S_i$$

$$D_i = A_i + B_i + p(\omega_{i+\frac{1}{2}} - \omega_{i-\frac{1}{2}}) - S_i$$

在上述表达式中,各项的意义如下:

$$T_{i+\frac{1}{2}} = (r\Gamma_{eff})_{i+\frac{1}{2}} / (y_{i+1} - y_i)_u$$

$$T_{i-\frac{1}{2}} = (r\Gamma_{eff})_{i-\frac{1}{2}} / (y_i - y_{i-1})_u$$

$$m' = rm'' = (1 - \omega)(rm'')_I + \omega(rm'')_E \quad (17)$$

$$(rm'')_I = (\psi_E - \psi_I)_D / \delta x$$

$$(rm'')_E = (\psi_E - \psi_I)_u / \delta x$$

$$p = (\psi_E - \psi_I)_u / \delta x$$

S_i 和 S'_i 是另需给出的源项,但需满足:

$$S_i + S'_i \phi_{i,u} = d_{i,u} (\omega_{i+\frac{1}{2}} - \omega_{i-\frac{1}{2}}) \quad (18)$$

在边界上,(16)式还需修正,以满足壁面关系,这里就不再赘述。

在上游中值已知时,通过求解差分方程(15)就可以得到当地流向站的解 ϕ_D 。在 ω 方向的各点展开方程(15),得到一组三对角方程:

$$\begin{aligned}
D_2 \phi_2 - A_2 \phi_3 + & = C_2 + B_2 \phi_1 \\
-B_2 \phi_2 + D_3 \phi_3 - A_3 \phi_4 + & = C_3 \\
-B_4 \phi_3 + D_4 \phi_4 - A_4 \phi_5 + & = C_4 \\
\cdots \cdots & \cdots \cdots
\end{aligned}$$

$$-B_{N-2} \phi_{N-3} + D_{N-2} \phi_{N-2} - A_{N-2} \phi_{N-1} = C_{N-2}$$

$$-B_{N-1} \phi_{N-2} + D_{N-1} \phi_{N-1} = C_{N-1} + A_{N-1} \phi_N$$

上组方程可写成如下形式:

$$\phi_i = p_i \phi_{i+1} + Q_i \quad (19)$$

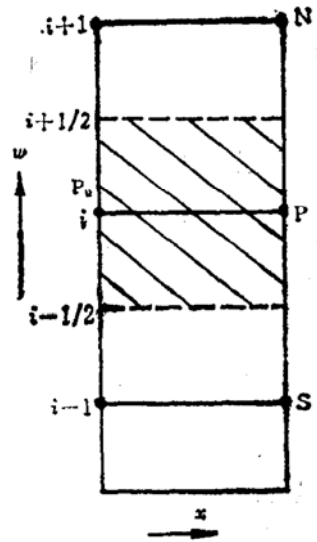


图3 差分网格

其中

$$p_i = A_i / (D_i - B_i P_{i-1})$$

$$Q_i = (B_i Q_{i-1} + C_i) / (D_i - B_i P_{i-1})$$

$$p_2 = A_2 / D_2$$

$$Q_2 = (B_2 \phi_1 + C_2) / D_2$$

方程 (19) 的求解过程如下:

- 1) 计算差分方程的系数 A_i 、 B_i 、 C_i 、 D_i ;
- 2) 从 $i=2$ 到 $i=N-1$ 计算 p_i 和 Q_i ;
- 3) 从 ϕ_N 开始求解方程 (19), 直到 ϕ_1 。

5 边界条件处理

速度边界由于给定了壁面上的粘附条件, 可以直接得到 u_1 及 u_N , 不须另外的处理。但对于温度边界条件, 情况有所不同。按实际工作条件, 此处给出的是壁面上的热流。

在内壁面上有:

$$g = -K \partial T / \partial y \quad (20)$$

经差分, 可整理成与 (15) 式同样的形式:

$$D_2' \phi_2 = A_2 \phi_3 + B_2' \phi_1 + C_2' \quad (21)$$

外壁面的热流也同样处理。

6 计算结果与分析

在程序设计中, 我们首先开发并改造了 Spalding 的 GENMIX 程序。做为一个复杂的算例, 我们计算了一组带有化学反应的流动问题, 得到了同文献 [5] 完全一致的结果, 表明开发并改造了的 GENMIX 程序是正确的。

按照原始模型的要求, 本文用文献 [1] 中给出的几何尺寸和文献 [2] 中给定的气体及热物性参数, 计算了几组不同氨分解率及面积比的流动情况, 计算结果见表 1。计算工况如下:

外管半径: 0.008m

内管半径: 0.00225m

管长: 0.035m

气体入口温度: 1300℃

环境温度: 20℃

燃烧室压力: 5MPa

表 1 中 W 表示分子量, C_p 为定压比热。

表 1 几种工况下气流出口平均温度

	面 积 比	物性参数 C_p (J/kg · K)	出口温度℃
分 解 率 0.00	100:1	$W=19.23$ $C_p=1993$	2500.38
	200:1	$W=19.23$ $C_p=1880$	2570.21
分 解 率 0.80	100:1	$W=14.03$ $C_p=21227$	1452.91
	200:1	$W=14.48$ $C_p=23081$	1437.07
分 解 率 1.00	100:1	$W=13.48$ $C_p=26280$	1428.71
	200:1	$W=13.91$ $C_p=28050$	1416.97

从表1可以看出,在相同分解率、不同面积比的情况下,物性参数相差不大,气流出口的平均温度也相差较小;当分解率不同时,出口温度有很大变化,而且随着 C_p 的增加,出口平均温度减小。从物理意义上说,比热大,也就意味着气体的热容量大,因而在加热量一定的情况下,高比热气体的温升就小,反之就大。因此可以说,本计算反映了真实的物理现象。另外,采用低比热的工质,是提高加热效率的关键。

出于对实际设计问题的考虑,本文还计算了在管道长度等参数均相同的情况下,为达到1600℃的出口温度所需的加热量。因为一定的电功率对应一定的加热量,当管道内换热不是很充分的情况下,可以通过增加管道长度以实现电功率充分转化为气体温度的升高,因为管道加长后可进一步进行热交换。当管道足够长时,热交换已经很充分,则单纯增加管道长度,不仅不会再使气体温度升高,相反,由于外壁的热损失(计算中取为加热量的10%),会使气体出口温度略有下降。在这种情况下,只能通过提高电阻丝的功率来实现升温的目的。表2给出的是第三种工况下的几种电功率所对应的气流出口平均温度。

表2 不同功率下的出口气流温度

电 效 率	300W	500W	700W
出口气流温度	1452.91℃	1554.12℃	1598℃

参 考 文 献

- [1] 长岛隆一等. 人工卫星用电热式加热器的分析
- [2] Miyake C I and Mckevitt F X. Performance Characterization Test of a 1-kw Resistojet Using Hydrogen, Nitrogen and Ammonia as Propellant. N63-16443
- [3] Cebecl T, Bradshaw P著. 朱自强等译. 对流传热的物理特性和计算. 清华大学出版社, 1988
- [4] 陶文铨编著. 数值传热学. 西安交通大学出版社, 1988
- [5] Spalding D B. GENNMIX: A General Computer Program for Two-Dimensional Parabolic Phenomena. 1977

XX

(上接第46页)

参 考 文 献

- [1] 卡帕 K C和兰伯森 L R. 张智铁译. 工程设计中的可靠性. 机械工业出版社, 1984
- [2] Tumolillo T A. Methods for Calculating the Reliability Function for Systems Subjected Random Stresses. IEEE Transaction on Reliability, 1974. 10
- [3] Heller R A, Singh MP. Thermal Storage Life of Solid-Propellant Motors. J. SPACECRAFT, 1983, 20(2)
- [4] 刘兵吉. 固体推进剂可靠寿命的Monce Carlo计算方法. 推进技术, 1992(1)