

火箭发动机喷管内型面优化设计

方国尧 王庆 高山辉

(北京航空航天大学)

摘要: 以两种空-空导弹固体火箭发动机喷管作为算例, 为此, 建立固体火箭发动机的质量模型, 喷管的质量比冲模型和目标函数模型, 选择五种喷管扩散段内型面: 锥形喷管, 抛物线喷管, 双圆弧喷管, 二次多项式喷管和三次多项式喷管, 进行优化设计, 利用优化理论, 成功地完成了五个设计变量的优化问题。优化结果表明, 所建立的计算模型是正确的, 并可用于其它大中型号的喷管设计。

关键词: 固体火箭发动机, 喷管, 最佳设计

OPTIMUM DESIGN OF SOLID ROCKET MOTOR NOZZLES

Fang Guoyao Wang Qing Gao Shanhui

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics)

Abstract: In order to design optimum nozzle for air-air missile solid rocket motor, the mass model of solid rocket motor, the nozzle specific impulse model of solid rocket motor and the objective function are established. Five different type of nozzles are choosen for calculation: Conical, paraboloidal, two different arcs, quadratic polynominal and cubic polynominal. The optimization results show that the models established are correct. The method can be used as a referece for others nozzle design.

Keywords: Solid rocket engine, Nozzle, Optimum design

1 前言

火箭发动机计算机辅助设计已有较长的历史, 近几年来呈现突飞猛进的发展趋势, 80年代初达到很高的水平, 在火箭发动机结构优化设计方面进行了许多研究, 例如美国发表的文章^[1,2], 介绍五种不同的药型, 六种不同的喷管形式, 二种前封头和三种后封头。设计者

完全摆脱了手工设计方法,只要输入必要的数据,1~2天内就能得到满意的优化设计结果,并能绘制发动机总图和零件图,此项研究成果已被美国火箭制造业广泛采用。法国的研究情况与美国差不多^[3],说明各国都很重视计算机辅助设计,并积极开展这方面的研究。

本文研究了固体火箭发动机结构计算机辅助设计中的喷管设计,提供了喷管型面优化设计的方法和程序。本文以空-空导弹用固体火箭发动机的喷管为例,说明如何进行喷管优化设计,但可用于任何型号喷管设计。

2 目标函数、设计变量和约束条件

2.1 目标函数

本文采用两个优化准则:

(1) 对于给定的有效载荷,在保证导弹末速度一定的条件下,导弹的起飞质量应尽量小。优化准则用数学式表示即为目标函数^[6]。

$$\min f_1(\bar{x}) = \frac{m_0(\bar{x})}{m_{\text{eff}}(\bar{x})}$$

$$\text{s.t.} \quad L(\bar{x}) = \text{const}$$

式中: $m_0(\bar{x})$ 为导弹的起飞质量, $m_{\text{eff}}(\bar{x})$ 为导弹的消耗质量, $L(\bar{x})$ 为导弹的射程。

(2) 在满足发动机总体要求的条件下,喷管的质量比冲尽量大,目标函数是

$$\max \left(\frac{I_{sp}(\bar{x})}{m_n(\bar{x})} \right)$$

式中: $I_{sp}(\bar{x})$ 为发动机的比冲, $m_n(\bar{x})$ 为喷管质量。

2.2 设计变量

采用如下五个设计变量,针对五种不同喷管的扩散段型面,选用不同的设计变量,其中有两个设计变量是相同的:收敛半角 $\alpha(^{\circ})$,喷管喉部直径 $D_t(\text{mm})$ 。其它三个设计变量如下表:

扩散段型面	设计变量	含 义	扩散段型面	设计变量	含 义
锥 形	β	扩张半角($^{\circ}$)	二次多项式抛物线	θ_e	喷管出口半角($^{\circ}$)
	D_e	喷管出口截面直径(mm)		R_R	喷管上游曲率半径(mm)
	L_{ey}	喷喉圆柱段长度(mm)		L_{i-e}	扩散段拐点主出口截面长度(mm)
三次多项式	θ_e	喷管出口半角($^{\circ}$)	双圆弧	R_{ey}	喷管后圆弧曲率半径(mm)
	D_e	喷管出口截面直径(mm)		R_R	喷管上游曲率半径(mm)
	L_{i-e}	扩散段拐点至出口截面长度(mm)		L_{i-e}	扩散段拐点主出口截面长度(mm)

2.3 约束条件

采用的约束条件有:(1)设计变量的约束;(2)发动机总体提出的推力,工作时间等要求的约束;(3)发动机内弹道方程的约束。

3 数学模型

在固体火箭发动机喷管优化设计中,数学模型的建立是非常重要的,数学模型建立的好坏直接影响优化设计计算的精度和适用性。

3.1 固体火箭发动机能量计算模型

$$\begin{aligned}\eta = & 0.9372 - 0.001086 \ln D_t + 0.00929 \ln \beta + 0.2356 A_1 \\ & - 0.003296 \ln \varepsilon - 0.10115 \ln (1 - \delta) - 0.03186 \ln S \\ & - 0.005438 \ln p_c + 0.03854 \ln \rho\end{aligned}$$

式中, $\eta = I_{SP实}/I_{SP理}$, A_1 为推进剂中铝粉的含量, $\delta =$ 喷管潜入长度/装药长度, 为潜入分数, S 为喷管入口面积与喷喉面积之比, p_c 为燃烧室压强, ρ 为喷管上游的曲率半径^[4]。

3.2 固体火箭发动机喷管质量计算模型

在优化设计计算中, 除喷管质量外, 导弹和发动机的其它质量均为常数, 只有喷管质量随设计变量而变化。

喷管质量由收敛段、喉部和扩散段所组成, 本文着重讨论不同扩散段内型面对喷管质量的影响, 型面方程有下列五种:

- (1) 锥形 $y_{co} = k(x - x_0) + y_0$
- (2) 三次多项式 $y_{th} = a_4 + b_4 x + c_4 x^2 + d_4 x^3$
- (3) 抛物线 $y_p = \sqrt{b_2(x - c_2)} + y_0$
- (4) 二次多项式 $y_{ch} = a_3 + b_3 x + c_3 x^2$
- (5) 双圆弧 $y_D = \sqrt{r^2 - (x - x_0)^2}$

由下列两式计算绝热层 δ_1 和喷管壳体 δ_2 厚度:

$$\delta_1 = F r t$$

式中, F 为考虑烧蚀因素及厚度裕量的因子, r 为绝热材料的烧蚀率, t 为发动机工作时间。

$$\delta_2 = \frac{p_c R}{\sigma \cos \alpha}$$

式中, R 为喷管壳体平均直径, α 为喷管壳体与轴线夹角。

烧蚀层材料一般选用碳布/酚醛或KS-8石墨, 喷管壳体材料一般选用45#钢。扩散段的质量为:

$$m_3 = \rho_1 \pi \int_0^{L_{1-e}} (2y\delta_1 + \delta_1^2) dx + \rho_2 \pi \int_0^{L_{1-e}} (2y\delta_2 + 2\delta_1\delta_2 + \delta_2^2) dx$$

式中, ρ_1 , ρ_2 分别绝热层和壳体的密度, δ_1 、 δ_2 分别为绝热层和壳体的厚度。

不同型号的喷管, 由于结构形式不完全相同, 因此喷管质量计算应针对型号进行计算, 计算方法基本相同。现以两种空-空导弹火箭喷管为例, 建立喷管的质量模型。

3.2.1 锥形喷管

取 $x'Oy'$ 和 $x''Oy''$ 两坐标, 参看图1, 收敛段内型面方程为 $y' = (x' - x'_0) + y'_0$, 扩散段内型面方程为 $y'' = k''(x'' - x''_0) + y''_0$, 图中虚线将锥形喷管分为收敛段、喉部和扩散段, 其质量分别为 m_1 , m_2 和 m_3 。喷管入口处环形体的质量 m_1' 为常数。计算扩散段长度 L_{1-e} , 并将它分为100段, 每段长 $\Delta_3 = L_{1-e}/100$, 利用数值积分计算 m_3 , 即当 $n\Delta_3 \leq L_2$ 时 ($n=1, 2, \dots, 100$)

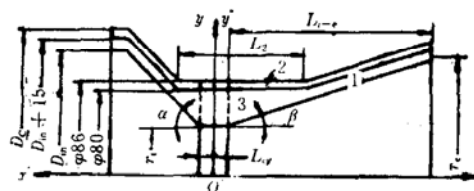


图1 锥形喷管坐标示意图

$$\Delta m_3 = \rho_1 \pi (40^2 - y'^2) \Delta_3 + \rho_2 \pi (43^2 - 40^2) \Delta_3$$

当 $n \Delta_3 \geq L_2$ 时 ($n=1, 2, \dots, 100$)

$$\Delta m_3 = \rho_1 \pi (2y''\delta'_1 + \delta_1^2) \Delta_3 + \rho_2 \pi (2y''\delta_2 + \delta_1\delta_2 + \delta_2^2) \Delta_3$$

则

$$m_3 = \sum \Delta m_3$$

喷管质量为上述四部份之和, 即

$$m_0 = m_1 + m_2 + m_3 + m_1'$$

3.2.2 特型喷管

取 xOy 和 $x'Oy'$ 坐标, 如图2所示, 仍将特型喷管划分为三部份, 其质量分别为 m_2 和 m_3 , 以 $o'y'$ 轴和 oy 轴为分界线。喷管入口处的环形体质量为 m_1' 是常数。

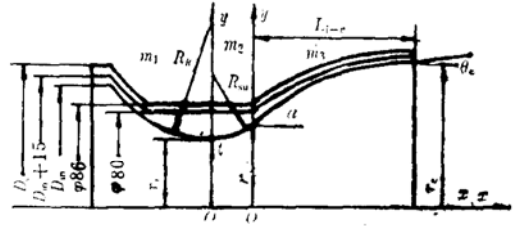


图2 特型喷管坐标示意图

1) 计算扩散段质量 m_3

将通过设计变量和一些常量之间几何关系, 确定内型面方程的系数, 从而确定内型面方程。

将扩散段长 L_{1-e} 分为100段, 每段长 $\Delta_3 = L_{1-e}/100$, 利用数值积分计算 m_3 :

$$\Delta m_3 = \rho_1 \pi (2y\delta_1 + \delta_1^2) \Delta_3 + \rho_2 \pi (2y\delta_2 + 2\delta_1\delta_2 + \delta_2^2) \Delta_3$$

则

$$m_3 = \sum \Delta m_3$$

2) 计算收敛质量 m_1 和喉部质量 m_2

喷管收敛段和喉部内型面可近似看为两段圆弧, R_R 和 R_{su} 分别为它们的半径, 对于不同型面形式, R_R 和 R_{su} 可取为常量或变量, 圆弧方程分别为 y_1 和 y_2 。

R_R 圆弧在 $o'x'$ 轴上的投影为 L_1 , R_{su} 圆弧在 $o'x'$ 轴上的投影为 L_2 , 将 L_1 和 L_2 各分成100段, 每段长 $\Delta_1 = L_1/100$, $\Delta_2 = L_2/100$ 。

(1) 利用数值积分计算 m_1

为了精确地计算 m_1 , 将它分为两部份, 粗略分界点为 L_1 的一半。

$$\text{当 } n < 50 \text{ 时 } \Delta m_1 = \rho_1 \pi (40^2 - y^2) \Delta_1 + \rho_2 \pi (43^2 - 40^2) \Delta_1$$

$$\text{当 } n \geq 50 \text{ 时 } \Delta m_1 = \rho_1 \pi (2y_1\delta_1 + \delta_1^2) \Delta_1 + \rho_2 \pi (2y_1\delta_2 + 2\delta_1\delta_2 + \delta_2^2) \Delta_1$$

则

$$m_1 = \sum m_1$$

(2) 利用数值积分计算 m_2

$$\Delta m_2 = \rho_1 \pi (40^2 - y_2^2) \Delta_2 + \rho_2 \pi (43^2 - 40^2) \Delta_2$$

则

$$m_2 = \sum \Delta m_2$$

特型喷管质量为上述四部份之和, 即

$$m_0 = m_1 + m_2 + m_3 + m_1'$$

4 优化方法

采用外点罚函数法进行优化计算。无约束优化采用步长加速法, 即 Pattern Search Method 或 Hooke-Jeeves 法。它是一种直接法, 实践证明, 它的效果良好, 且得到广泛

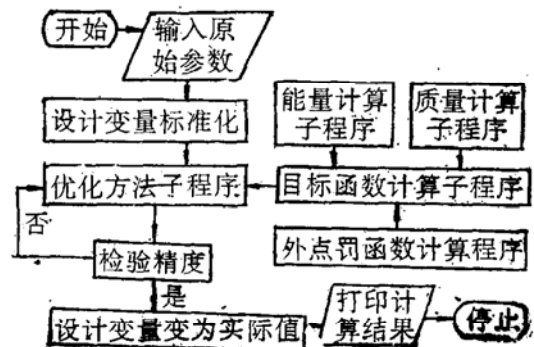


图3 程序框图

的运用。

参数优化是对喷管的几个设计变量进行整体寻优,使目标函数得到最佳值,从而获得一组最优的喷管设计变量。程序框图如图3所示。

5 优化计算结果

利用导弹起飞质量最轻和喷管质量比冲最大两种目标函数对同一发动机进行优化设计计算,所得的结果基本相同,说明在喷管型面优化设计中采用两种目标函数均可,为了方便以采用喷管质量比冲最大为宜。

现将以喷管质量比冲最大为目标函数的优化计算结果列表如下:

锥形喷管						
符 号	$x(1)$	$x(2)$	$x(3)$	$x(4)$	$x(5)$	m_n
设计变量	α	β	D_t	D_e	L_{ey}	喷管质量
单位符号	°	°	mm	mm	mm	kg
取值范围	20~50	2~25	45~60	85~110	7.5~20.5	
原 准 值	35.5	15	50	90.5	10.5	1.71
优化结果	37.3	17	58.9	86.1	7.9	1.59

特形喷管 (二次多项式、抛物线喷管)						
设计变量	α	θ_c	D_t	R_R	L_{i-e}	m_n
单位符号	°	°	mm	mm	mm	kg
取值范围	20~50	2~20	45~60	25~175	45~120	
优化结果	37.3	10	54	96.5	68	1.48

从上面优化计算结果可以看出,小型战术导弹固体火箭发动机,锥形喷管优化结果比原准值减轻0.12kg,特形喷管比原准值减轻0.22kg。由于喷管本身质量不大,仅1.71kg,所以潜力不大,从使用和工艺方便来看,小型发动机喷管扩散段以锥形喷管为宜。

对大、中型战略导弹固体火箭发动机,上述方法也能适用,由于喷管质量计算模型不同,因而得出的结论也不相同。

6 参数分析

在某一设计变量变化,其它设计变量不变的条件下,绘制为它对目标函数的关系曲线,可以由它对目标函数的影响,将锥形喷管参数分析如下。特性喷管参数太多,由于篇幅限制而从略。

6.1 设计变量 α

由图4曲线可以看出,随着收敛半角 α 的增大,目标函数值越来越小,即对目标函数有利,当 $\alpha > 37.3^\circ$ 以后的曲线已较平缓,因此目标函数相差不大。 α 增大使喷管收敛段长度减小,从而使喷管质量下降。

6.2 设计变量 β

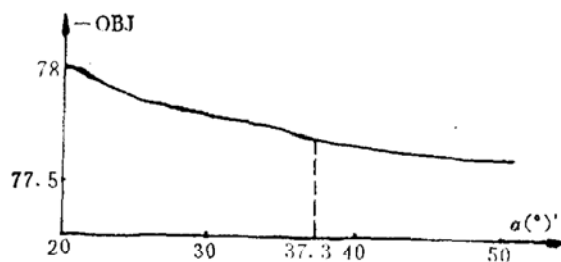


图4 目标函数值随 α 的变化

随着扩散半角 β 的增大,目标函数越来越大(图5),与 α 曲线相比较, β 的变化对目标函数值影响较大。 β 增加使喷管长度减小,因而喷管的质量减小,另一方面使燃气流的径向分速损失增加,又使发动机比冲下降,但 $\beta > 17^\circ$ 后,目标函数增大不明显,所以取 $\beta = 17^\circ$ 。

6.3 设计变量 D_t

随着喉部直径 D_t 的增大,目标函数值朝着有利的方向发展(图6), D_t 的优化值正取在这一范围内。

6.4 设计变量 D_e

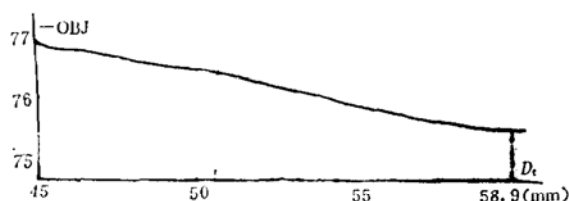


图6 目标函数值随喉部直径的变化

随着出口截面直径 D_e 的增大,目标函数值向不利的方向变化,由于 D_e 增大, ε 增大,使喷管喉部至出口面长度增大,喷管质量增大,比冲增加有限。

6.5 设计变量 L_{cy}

随着圆柱段长度 L_{cy} 的增大,目标函数值影响不大(图8),这是因为比冲预示中不包含这一项,而对喷管质量影响不大,所以曲线变化较平缓。

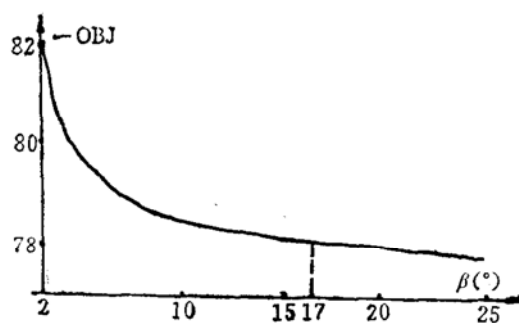


图5 目标函数值随 β 的变化

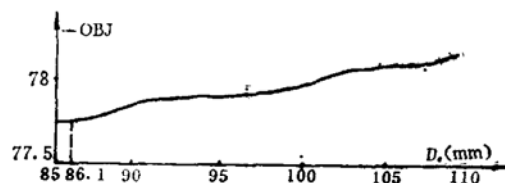


图7 目标函数值随出口截面直径的变化

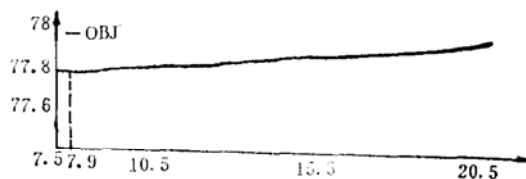


图8 目标函数值随圆柱段长度的变化

参 考 文 献

- [1] Roys G P. User's Manual for Solid Propulsion Optimization Code(SPOC). AD-A 108224
- [2] Davis D K. Investigation of Optimization Techniques for Solid Rocket Motor Nozzle Contour. AIAA-82-1188
- [3] Jacques L and Roux J. Computer Aided Preliminary Design of Solid Rocket Motor. AIAA-83-1254
- [4] 郭志勇, 方国尧. 固体火箭发动机比冲预示. 固体火箭技术, 1991(2)
- [5] 方国尧等编. 固体火箭发动机总体优化设计. 北京航空航天大学出版社, 1988