

用湍流附面层方程 计算喷管内的对流换热

于胜春 蔡体敏

(西北工业大学)

摘 要: 在流场计算的基础上, 运用Patankar-Spalding方法积分求解了湍流附面层控制方程组, 从而得到了固体火箭发动机喷管内燃气与壁面之间的对流换热。其中在附面层靠近壁面的底层区使用了Gouette流分析, 在壁面边界和自由流边界处引入了滑移值的概念, 因此保证了计算结果的相对准确性。最后将本文的计算结果与巴兹公式的计算结果和实验结果进行了比较。

主题词: 火箭发动机喷管, 紊流, 边界层方程, 对流传热

THE CALCULATION OF CONVECTIVE HEAT EXCHANGE IN NOZZLE WITH TURBUENT BOUNDER LAYER EQUATIONS

Yu Shengchun Cai Timin

(Northwestern Polytechnic University)

Abstract: on the basis of flowfield calculation, the coupled control equations of turbulent boundany layer can be solved by using Patankar-Spalding integral-method with six-point scheme to obtain the heat exchange between the hot gas and nozzle wall. Couette flow analysis is to applied to the near wall region, and the slip value conception is applied the wall boundary and free boundary. Thus the relative accuracy of the calculation results is ensured. At last, the calculation results of this paper are compared with the experimental data and the calculation results of Bartz formula.

本文1992年1月1日收到

Keywords: Rocket nozzle, Turbulent flow, Boundary layer equation, Convection heat transfer

符 号 表

A^+	无因次粘性底层厚度	r	半径
I^*	燃气的总焓	T	温度
l	混合长度	x, y	壁面坐标系
Pr	Prandtl数	ν	运动粘性系数
Re	Reynolds数	δ	边界层厚度
u, v	燃气沿 x, y 方向的速度	Φ	任意独立变量
μ	动力粘性系数	ω	无因次流函数
τ	切应力	w	壁面值
ρ	燃气密度	i	附面层内边界处的值
ψ	流函数		
C_p	燃气的定压比热	下标:	
I	燃气的静焓	t	湍流值
p	压强	eff	有效值
上标:		∞	自由边界处的值
$+$	Couette流层内的壁面坐标系	E	附面层外边界处的值

1 引 言

固体火箭发动机喷管是火箭发动机的重要组成部分,它直接影响火箭发动机的重量和比冲。而含铝的复合推进剂的燃烧温度接近3500K,燃气中含有大量凝相粒子并以高速流过喷管,因此喷管的工作环境十分恶劣。改进喷管的热防护设计已成为喷管设计中关键的一环。目前,喷管材料均采用烧蚀材料。因此,对喷管烧蚀、温度场的研究日益受到人们的重视。在国内,人们对喷管烧蚀温度场的研究已做了大量的工作。但到目前为止,在进行换热计算时都只是简单地采用巴兹公式。巴兹公式是根据附面层相似理论基于喷管内的流场为定常一维等假设条件下推导出来的半经验公式。随着固体推进剂性能和喷管型面的不断变化,在目前条件下继续采用巴兹公式能在多大程度上符合实际情况再没有进行过进一步的研究。随着喷管烧蚀和温度场研究的逐步深入,需要发展一种更为准确和可靠计算对流换热量的方法。喷管跨音速流场研究和湍流附面层理论不断发展,使得用湍流附面层方程计算燃气与壁面之间的对流换热量成为可能。

本文以Crawford和Kays发展的二维轴对称附面层计算程序为基础,根据喷管流动的具体情况做了修改。计算中在附面层靠近壁面的底层区使用了Couette流分析,在壁面边界和自由流边界处引入了滑移值的概念。另外由于在积分求解过程中每前进一步都有新的质量加入,为保证第一个网格点始终位于Couette流区域内,程序具有自动插入结点的功能,从而保证了靠近壁面处计算的准确性。

2 控制方程

取图1所示的坐标系,以喷管入口点为坐标原点,将流动方向的壁面轮廓线取作 x 轴。壁面的法线方向取作 y 轴,通过时间平均推导出平均量的附面层控制方程。

$$\rho u \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \Phi}{\partial y} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial y} \left(r \Gamma_{\Phi} \frac{\partial \Phi}{\partial y} \right) + S \quad (1)$$

式中, Γ_{Φ} 和 S 分别为扩散系数和源项, 表达式如下:

Φ	Γ_{Φ}	S
u	μ_{eff}	$-\frac{dp}{dx}$
I^*	$\left(\frac{\mu}{p_r} \right)_{eff}$	$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ r \left[\mu_{eff} - \left(\frac{\mu}{p_r} \right)_{eff} \right] \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u^2}{2} \right) \right\}$

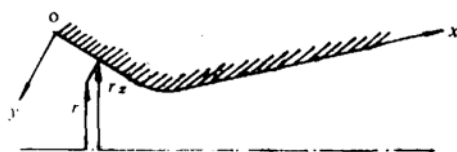


图1 坐标系

边界条件:

在壁面边界上: $u = 0$; $v = v_w$; $I^* = C p T_w$

在自由边界上: $u = u_{\infty}$; $I = I^*$

湍流模式:

各种不同的湍流模式都表现为处理 μ_{eff} 、 P_{reff} 的不同。本文采用发展较早目前比较成熟的Prandtl混合长度模式。

运用涡扩散和平均速度的概念定义混合长度 l , 可将 ϵ_M 模式化为:

$$\epsilon_M = l^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \quad (2)$$

在对混合长度的取法上, 将附面层分为靠近壁面区和外层区。

在靠近壁面区:

$$l = K y \quad (3)$$

在很靠近壁面的粘性底层, 引入衰减函数 D , 以有效地抑制(3)式的线性关系, 使之有:

$$l = K y D \quad (4)$$

K 值一般取0.41。衰减函数 D 采用 Van Driest 衰减函数:

$$D = 1.0 - \exp[-y^+(v_w/\nu)/A^+] \quad (5)$$

其中 $y^+(v_w/\nu)$ 是离开壁面的无因次距离, A^+ 是无因次粘性底层厚度。Stanford大学通过对大量速度分布的检验得到 A^+ 的经验关系式:

$$A^+ = \frac{A_{1p}^+}{a \left[v_w^+ + b \left(\frac{p^+}{1 + C v_w^+} \right) \right] + 1.0} \quad (6)$$

p^+ 、 v_w^+ 分别为无因次压强梯度和壁面上的无因次吹(吸)气速度, A_{1p}^+ 的推荐值为25。其余常数:

$v_w^+ \geq 0$ 时 $a = 7.1$ 否则 $a = 9.0$

$p^+ \leq 0$ 时 $b = 4.25$ 否则 $b = 2.9$

$p^+ \leq 0$ 时 $c = 10.0$ 否则 $c = 0$

在外层区:

$$l = \lambda \delta \quad (7)$$

一般说 δ 取在当附面层速度达到 $0.99u_\infty$ 时的 y 值, λ 一般取为 0.085。划分内层区外层区的依据为: $y > \lambda \delta_{0.99}/K$ 为外层区, $y \leq \lambda \delta_{0.99}/K$ 为内层区。

湍流热流的求取是如何模化热涡扩散系数 ε_H 的问题。Stanford 大学通过大量的实验数据分析得到 Pr_t 的计算公式为:

$$Pr_t = \left\{ \frac{a^2}{2} + a C Pe_t - (C Pe_t)^2 [1.0 - \exp(-a/C Pe_t)] \right\}^{-1} \quad (8)$$

式中, 湍流 Peclet 数 $Pe_t = (\varepsilon_M/\nu) Pr$, $a = \sqrt{1/Pr_t}$, 一般取 Pr_t 为 0.86, C 取 0.2。

3 壁面层流动的物理模型

壁面流区的流动可看作 Couette 流, 在壁面与靠近壁面的某一点上求解 Couette 流方程, 此点为 Couette 流层的外边界, 称之为连接点。连接点的参数与有限差分解在此点衔接, 从而求出壁面的切应力和热流量。

在平板条件下 ($r = \text{常数}$), 可导出下列方程:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (9)$$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{dp}{dx} + \frac{\partial \tau}{\partial y} \quad (10)$$

$$\rho u \frac{\partial I^*}{\partial x} + \rho v \frac{\partial I^*}{\partial y} = -\frac{\partial}{\partial y}(q'' - u\tau) \quad (11)$$

式中: $\tau = \mu_{\text{eff}} \frac{\partial u}{\partial y}$, $q'' = -\left(\frac{\mu}{Pr}\right)_{\text{eff}} \frac{\partial}{\partial y} \left(I^* - \frac{u^2}{2} \right)$

将方程 (9)、(10) 从 $0 \sim y$ 积分并转换到壁面坐标系可得 Couette 流动量方程形式:

$$\frac{du^+}{dy^+} = 1 + v_w^+ u^+ + p^+ y^+ \quad (12)$$

解此常微分方程得:

$$u^+ = y^+ + (v_w^+ + p^+) \left[\frac{\exp(v_w^+ y^+) - 1.0 - v_w^+ p^+}{(v_w^+)^2} \right] \quad (13)$$

利用连接点的雷诺数关系式 $Re_{2.5} = \frac{u_{2.5} y_{2.5}}{\nu_w} = (u^+ y^+)_{2.5}$, 代入 (13) 式可解出:

$$y_{2.5}^+ = \left[\frac{Re_{2.5}}{1 + \frac{(p^+ + v_w^+) y_{2.5}^+}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

同样, 将方程(9)、(11)从 $0 \sim y$ 积分, 并转换到壁面坐标系, 可得 Couette 流滞止焓方程:

$$\frac{dI^{*+}}{dy^+} = Pr(1 + v_w^+ I^{*+}) \quad (15)$$

解此常微分方程得:

$$I^{*+} = \frac{\exp[Pr v_w^+ y^+] - 1}{v_w^+} \quad (16)$$

代入2.5处的值并化简得到:

$$I_{2.5}^{*+} = Pr \left(\frac{v_w^+ y_{2.5}^{*+}}{2} + y_{2.5}^{*+} \right) \quad (17)$$

壁面热流可根据下式求出:

$$q_w = \frac{\rho_w u_{2.5}}{u_{2.5}^+ I_{2.5}^{*+}} (I_w^* - I_{2.5}^*) \quad (18)$$

如果滞止焓方程的边界条件为 $E_{total} = m'' I_w^* + q_w$, 则可将该式与(18)式联立求解出 I_w^* 和 q_w 。其中 E_{total} 为燃气与壁面之间的总热通量。

4 控制方程的变换与差分方程

采用 Patankar-Spalding 坐标系, 引入关于流函数 ψ 的变量:

$$\omega = \frac{\psi - \psi_i}{\psi_E - \psi_i} \quad (19)$$

可以将方程(1)变换成下面更一般的形式:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x} + (a + b\omega) \frac{\partial \Phi}{\partial \omega} = \frac{\partial}{\partial \omega} \left(c \frac{\partial \Phi}{\partial \omega} \right) + d \quad (20)$$

式中, a 、 b 、 c 、 d 是方程的变换系数。

推导有限差分方程时所用的网格如图2所示。其中 x_u 和 x_d 分别表示某给定 ψ 值处的上游和下游结点。经推导得 Φ 方程的差分格式为:

$$\Phi_{D,i} = A \Phi_{D,i+1} + B \Phi_{D,i-1} + C$$

式中, A 、 B 、 C 是关于 a 、 b 、 c 、 d 及 Φ 和 ω 的函数。

对于动量方程, 由于它的解要影响总焓方程的解, 因此对其源项要做特别处理。

在构成有限差分方程时, 曾假设变量 Φ 在 ω 方向的网格点之间的变化是线性的。这个假

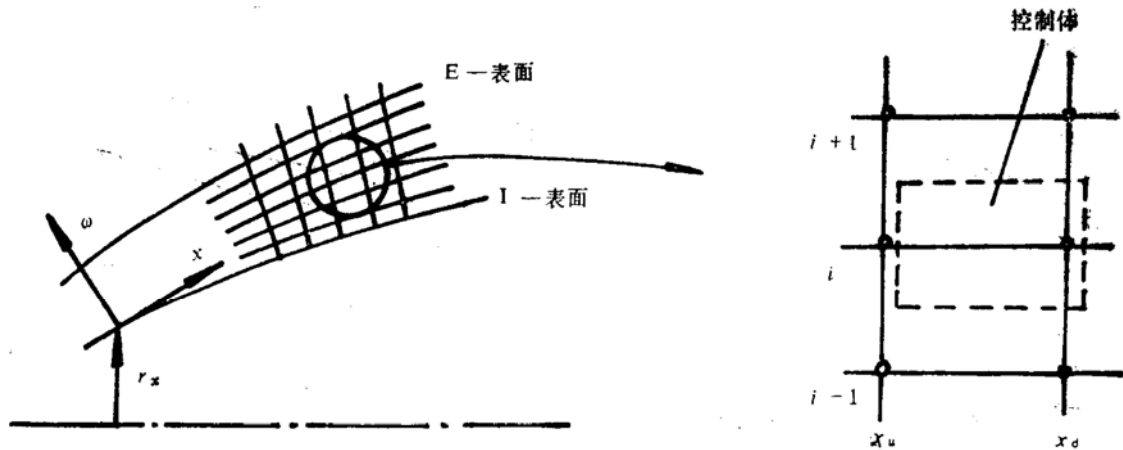


图2 推导差分方程时的典型网格位置和控制体

设对于除边界附近的网格点以外的地方是一个很好的近似。但在壁面附近，变量的变化非常陡，在自由边界处变量的变化又比较缓，此时再采用线性假设会与真实情况不符。而这些区域又很重要，它控制着壁面处的热通量和附面层的卷吸率。在这些边界区域，为了给出尽可能好的近似值，使用线性插值公式确定 Φ 的一个“虚构的”值，称之为滑移值。

5 计算结果

为了验证计算结果的正确性，我们通过实验发动机内衬壁内温度的测量，间接地用本文和用巴兹公式计算的结果进行比较。

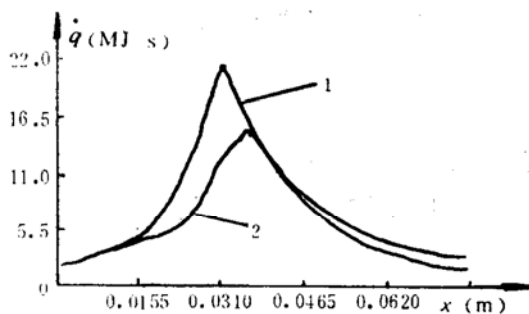
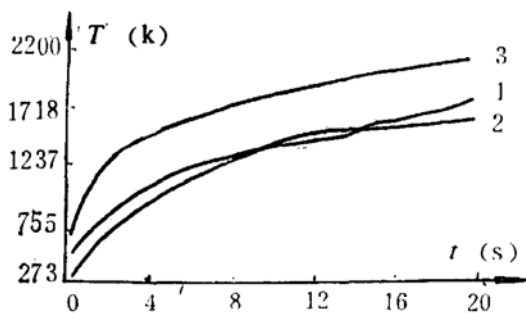


图3 对流换热沿喷管壁面的分布 ($t = 0.2s$)

计算结果表示在图3上，它为 $t = 0.2s$ 时对流换热沿喷管壁面的分布。曲线1表示用巴兹公式的计算结果，曲线2表示用附面层方程的计算结果。可以看出，用巴兹公式的计算结果大于用附面层方程计算的结果。图4和图5表示喷管内衬内部点的温度随时间变化的曲线，其中1、2、3分别表示实验结果、附面层方程计算结果和巴兹公式计算结果。 x_{ex} 表示该点离喷管出口的距离， x_w 表示该点离喷管内壁面的距离。图4取

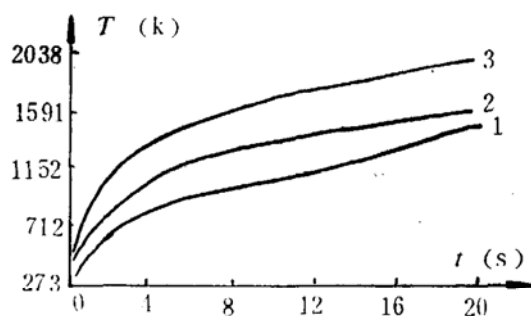
在喷管收敛段石墨材料内，用附面层计算对流换热的结果与实验值吻合得很好，图5取在喉部的石墨材料内，用附面层计算对流换热的结果大于实验值。

本文提出了用湍流附面层方程计算喷管内的对流换热方法，目的是为了更好地适应喷管中复杂流动和型面变化情况下的对流换热计算。喷管壁内温度分布间接比较的结果表明，计算值与实验值的变化趋势完全一致，且比用巴兹公式计算的误差小。但鉴于本文的计算结果与用巴兹公式计算的结果相比有较大的差别，因此本文的计算结果还需更准确的实验结果来验证。



($x_{ex} = 54\text{mm}$, $x_w = 2.4\text{mm}$)

图4 喷管壁内的温度随时间的变化



($x_{ex} = 36.5\text{mm}$, $x_w = 2.4\text{mm}$)

图5 喷管壁内的温度随时间的变化

参 考 文 献

- [1] Patankar S V, Spalding D B. Heat and Mass Transfer in Boundary Layers. 1st Ed. Morgan-Grampina, London, 1967
- [2] Patankar S V, Spalding D B. Heat and Mass Transfer in Boundary Layers. 2nd Ed. International Textbook Company Ltd., London, 1970
- [3] Crawford M E, Kays W M. STAN5—A Program for Numerical Computation of Two-Dimensional Internal/External Boundary Layer Flows. NASA CR-2742, 1976
- [4] 王应时. 轴对称二维定常可压缩流湍流边界层的计算. 固体火箭技术, 1988 (1)

(上接第37页)

2) 喷液式SRM稳定性分析的重点应放在小推力工况下发动机工作的初始阶段。因这时稳定性最差, 相应的设计参数稳定域最小。

3) 稳定性分析指出, 喷注比或自由容积越大, 稳定性越好。压强指数选用中 n 或高 n 值有利于稳定。此外, 由参数敏感性分析得知, 推进剂固相表面放热和反应活化温度对稳定性有显著影响, 其次是参考态固相表面温度。阻尼系数、固相温度扰动多项式次数和出、入口电磁阀不同流量特性对稳定性影响不大。

参 考 文 献

- [1] Luigi De Luca et al. The Dynamics of Solid Propellant Combustion. AD-A100043
- [2] Reichard M J P. Thrust Modulation in Solid Propellant Rockets. AIAA 74-1089
- [3] Bonin J et al. Thrust Magnitude and Restart Control of Solid Motors by Injection of Hypergolic Fluid. Journal of Spacecraft and Rockets, 1967(4)
- [4] Robert H S et al. Use of Fluid Injection to Regulate the Combustion Chamber Pressure for Unsteady Burning Solid Propellant Combustion. DLR-IB-456-77/4, 1977.7