

突扩后突缩的三维流场计算

吴力阳 张 唯

(哈尔滨船舶工程学院)

摘 要: 根据有关固体火箭发动机装药后端到喷管间的空间特征,对三维突扩后突缩内部流场计算进行了探索和研究。计算中成功地应用了 SIMPLE 算法解决复杂的三维流场计算问题,并在初场构成、源项离散及松弛系数的选取等方面都进行了调试改进。通过建立计算模型、划分网格、对方程及边界条件离散化和非线性处理,以及线性方程组求解等,计算得到了符合物理规律的数值解,指出了空间涡及二次涡的存在。

主题词: 固体火箭发动机, 尾喷管, 三维流, 流场, 计算

CALCULATION OF 3-D INTERNAL FLOW FIELD WITH SUDDEN SHRINK-AFTER-SUDDEN EXPANSION

Wu Liyang Zhang Wei

(Harbin Shipbuilding Engineering Institute)

Abstract: The calculation procedure for the three-dimensional internal flow-field with sudden-shrink-after-sudden-expansion is studied in this paper. The application of SIMPLE algorithm to solve complex three-dimensional flow-field problems is successful. The numerical solutions in accordance with physical law are acquired by establishing calculation model, dividing grid system, discretizing equations and boundary conditions, dealing with nonlinearity and solving linear equations.

Keywords: Solid rocket engine, Jet nozzle, Three-dimensional flow, Flow field, Calculation

1 引言

含有金属粒子的燃气对喷管的烧蚀或在其中沉积,是固体火箭发动机常发生的现象,可能严重影响发动机的性能和正常工作。粒子的沉积或对喷管的冲刷烧蚀又与燃气流动的特性密切相关^[1,2]。为此,在轴对称突扩直管流场计算^[3]及突扩后收缩二维流场计算^[4]的基础上,本文根据有关发动机装药后端及喷管的结构特点,开展了三维突扩后突缩内部流场计算的探索工作。本文对三维流场的数值计算采用了SIMPLE算法,目前该算法应用于解决复杂三维流动的例子及参考文献很少,本文计算中遇到了许多困难问题,经过探索研究,取得了符合物理规律的解,对复杂的三维流场计算取得了初步成功。

2 计算模型

本文计算的流场是根据实际的固体火箭发动机燃烧室后端到喷管前的空间简化的,其中沿轴心还有延伸管,因此所计算的流场为一环形空间。考虑装药燃气通道的特点,流场入口后为突扩。在尾端有双喷管为出口,则流场空间后端的二个出口为突缩。这是一个复杂的三维突扩后突缩的内部流场。在尽量符合物理真实性的前提下,特作如下简化假设:

- 1) 流动为稳态,即定常流动;
- 2) 流动为不可压流并且流场内等粘度;
- 3) 考虑三维空间,中间带有延伸管的环形腔,进口处突扩,出口处突缩,并为双喷口;
- 4) 除对流动起主要作用的压力梯度及粘性力外,不考虑其它外力及非惯性效应的影响。

本文主要计算速度场及压力场,不考虑密度及温度的变化,暂不考虑能量方程,只考虑动量方程及连续方程的求解。为了避开直角坐标系遇到的不规则边界的处理问题,本文采用了柱坐标系。对连续方程及 r 、 θ 和 z 向的动量方程,可以写成通用形式,即控制方程为:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\rho v_r \phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} (\rho v_\theta \phi) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho v_z \phi) \\ = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial t} \left(r \mu \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\mu \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\mu \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) + S_\phi \end{aligned} \quad (1)$$

用矢量形式表示则为:

$$\text{div}(\rho \vec{\omega} \phi) = \text{div}(\Gamma_\phi \text{grad} \phi) + S_\phi \quad (2)$$

上式中第一项为流动的对流项,第二项为扩散项,第三项为源项。由于所计算流场情况复杂,本文采用了有效粘性系数求解。有效粘性系数 μ 为层流粘性系数 μ_L 紊流粘性系数 μ_t 之和,即 $\mu = \mu_L + \mu_t$,由文献〔5〕取:

$$\mu_L = 8.7 \times 10^{-8} \sqrt{\omega_k} T^{0.65} \quad (3)$$

$$\mu_t = 0.41 \delta \left(1 - c^{-\frac{\delta \pi u_t}{26 v_t}} \right) \rho \frac{\bar{u}}{2.5 \ln(u_t \delta_x / v_t) + 5.5} \quad (4)$$

本文计算的流场为一环形空间，由于出口的不对称性使整个计算为三维问题。为简化问题尽量保持流场特性，本文计算域取真实空间的一半。边界条件包括流入、流出边界及壁面。

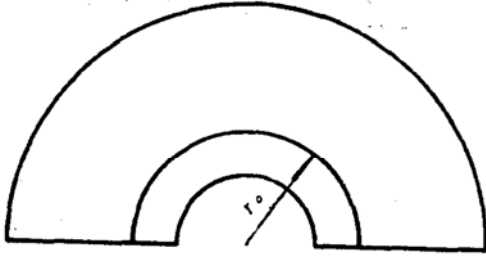


图1 入口截面示意图

流入边界为药柱的后端面，以燃气在药柱燃气通道的出口条件作为计算域的进口条件，简化的入口截面如图1所示。燃气由环形空间流入，故流入边界条件为：

$$p(r, \theta, 0) = p_0 \quad \text{当 } r_i < r < r_o$$

$$v_z(r, \theta, 0) = u_0 \quad r_i < r < r_o$$

$$v_z(r, \theta, 0) = 0 \quad r_o < r < r_e$$

$$v_r(r, \theta, 0) = 0$$

$$v_\theta(r, \theta, 0) = 0$$

固体壁面边界均假定为不可穿透的非滑移面，则为：

$$\begin{cases} v_z(r_i, \theta, z) = 0 \\ v_r(r_i, \theta, z) = 0 \\ v_\theta(r_i, \theta, z) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_z(r, 0, z) = 0 \\ v_r(r, 0, z) = 0 \\ v_\theta(r, 0, z) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_z(r_e, \theta, z) = 0 \\ v_r(r_e, \theta, z) = 0 \\ v_\theta(r_e, \theta, z) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_z(r, \pi, z) = 0 \\ v_r(r, \pi, z) = 0 \\ v_\theta(r, \pi, z) = 0 \end{cases}$$

实际发动机的出口为喷管，截面为圆形，但圆心不在流场的轴向上，采用柱坐标时则是不规则边界，很难处理。在考虑流量相等并基本不影响流动性质前提下，本文计算中将出口截面改为扇形，并给定了出口处的轴向速度。出口截面如图2及图3所示。由连续性得：

$$v_{z, \text{out}} = \frac{A_i}{A_{\text{out}}} \cdot u_0$$

则流出边界条件为：

$$\begin{cases} v_z(r, \theta, z_0) = v_{z, \text{out}} & \theta_1 < \theta < \theta_2, \quad r_1 < r < r_2 \\ v_z(r, \theta, z_0) = 0 \end{cases}$$

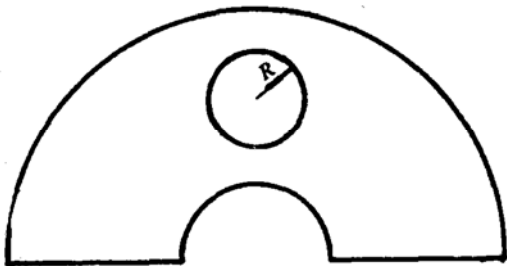


图2 出口截面示意图

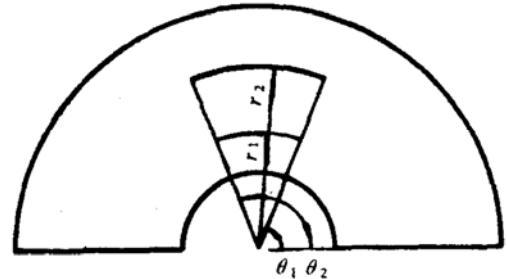


图3 简化出口截面示意图

3 控制方程的离散化

在有限差分数值计算中, 网格划分对离散化方程解的收敛性及稳定性都有重要影响。本文采用了交错网格技术^[6], 网格划分的示意图如图 4、5 所示:

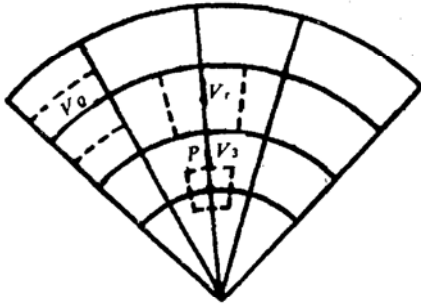


图 4 $r-\theta$ 向的网格交错

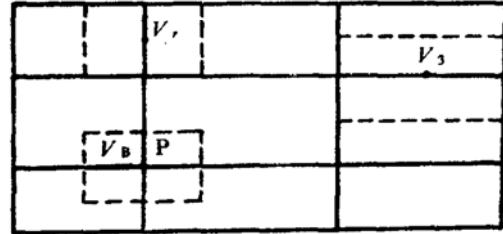


图 5 $r-z$ 向的网格交错

v_r 是在 r 向主控制面与 θ 向主网格面及 z 向主网格面交点上计算的, v_θ 是在 θ 向主控制面与 r 向主网格面及 z 向主网格面的交点进行的, v_z 则是 z 向主控制面与 r 向主网格面及 θ 向主网格面的交点计算的, 压力 p 的计算不错位, 就在主网格点上。这种交错网格在离散动量方程的压力梯度项时, 所得到的是相邻网格点上的压力差作为控制容积内的驱动力。

本文网格划分中对控制体的取法, 选择了先画控制面, 再画网格面的划分方法。在近壁处及流动存在突扩突缩处, 可把控制容积划分较细, 网格间距仅为 1mm, 而其它地方的网格则可划分较粗, 这样既能保证某些流场复杂处的细节显示, 又可提高计算经济性。

本文对控制方程的离散化采用了控制容积法, 为此假设: 函数在网格点上的值以及各种特征系数, 如 ρ 、 μ 等在网格点上的值均代表整个控制容积的值, 即函数值在通过控制容积面时突跃地变到下一个网格点的值。对相邻网格点之间的连线与控制容积面交点处的函数值代表整个控制面上的函数值。

据此对通用形式的控制微分方程进行离散化。在控制体 $r\Delta r\Delta\theta\Delta z$ 内积分, 经整理导出离散化方程为:

$$a_P\phi_P = a_N\phi_N + a_S\phi_S + a_W\phi_W + a_E\phi_E + a_D\phi_D + a_U\phi_U + b \quad (5)$$

$$\text{其中} \quad b = S_C r\Delta r\Delta\theta\Delta z \quad (6)$$

$$a_P = a_N + a_S + a_E + a_W + a_D + a_U - S_P\Delta V \quad (7)$$

$$a_N = D_N A(|p_n|) + [-F_n, 0] \quad (8)$$

$$a_S = D_S A(|p_s|) + [F_s, 0] \quad (9)$$

$$a_W = D_W A(|p_w|) + [-F_w, 0] \quad (10)$$

$$a_E = D_E A(|p_e|) + [F_e, 0] \quad (11)$$

$$a_D = D_d A(|p_d|) + [-F_d, 0] \quad (12)$$

$$a_u = D_u A(|p_u|) + [F_u, 0] \quad (13)$$

式中 $A(|P|)$ 均为格式函数, S_C 及 S_P 分别为线性源项后一次项及常数项。 $P = F/D$ 为贝克利数。此外, $D_e = \mu_e \Delta z \Delta r / r_e (\delta\theta)_e$ (14)

$$D_w = \mu_w \Delta z \Delta r / r_w (\delta \theta)_w \quad (15)$$

$$D_n = \mu_n \Delta \theta \Delta z r_n / (\delta r)_n \quad (16)$$

$$D_d = \mu_d r_d \Delta r \Delta \theta / (\delta z)_d \quad (17)$$

$$D_s = \mu_s \Delta \theta \Delta z r_s / (\delta r)_s \quad (18)$$

$$D_u = \mu_u r_u \Delta r \Delta \theta / (\delta z)_u \quad (19)$$

$$r_d = r_u = \frac{1}{2}(r_n + r_s) \quad (20)$$

以及

$$F_n = (\rho v_r)_n r_n \Delta \theta \Delta z \quad (21)$$

$$F_s = (\rho v_r)_s r_s \Delta \theta \Delta z \quad (22)$$

$$F_w = (\rho v_\theta)_w \Delta z \Delta r \quad (23)$$

$$F_e = (\rho v_\theta)_e \Delta z \Delta r \quad (24)$$

$$F_d = (\rho v_z)_d r_d \Delta r \Delta \theta \quad (25)$$

$$F_u = (\rho v_z)_u r_u \Delta r \Delta \theta \quad (26)$$

并且

$$F_n - F_s + F_w - F_e + F_d - F_u = 0 \quad (27)$$

其中 Δr 、 $\Delta \theta$ 、 Δz 分别为 r 、 θ 、 z 向的网格间距 ns 、 ew (角度)、 du 。 $(\delta r)_n$ 、 $(\delta r)_s$ 、 $(\delta \theta)_e$ 、 $(\delta \theta)_w$ 、 $(\delta z)_d$ 、 $(\delta z)_u$ 分别为各节点 N、S、E、W、D、U 与中心点 P 的间距。关于 (8)~(13) 中的格式函数 $A(|P|)$ ，对于不同的差分格式具有不同的形式。本文计算中采用了幂函数格式，则 $A(|P|)$ 的形式为 $[0, (0.1|P|)^5]$ 。

关于源项离散化问题，由于三个方向的动量方程中源项的表达式不能归纳为统一的通用形式，所以源项的线性化需要分别进行。在控制单元体内积分源项，并根据文献〔6〕提出的源项线性化原则，得到 S_r 及 S_θ 在 r 、 θ 、 z 三个方向的离散化源项，由于表达式繁杂本文未列出。

本文在联立求解流体动力学方程组时主要困难是连续方程中隐含有压力项，压力场是通过连续方程与动量方程之间的耦合关系间接影响的。这种未知压力场的困难，可以通过迭代修正的方法解决〔7〕。即先假定一种压力场，求解一组速度，然后通过满足连续方程的条件，以某种方式对给定压力场进行修正。一个物理量的准确值可以写成估计值与校正值之和，即：

$$v_r = v_r^* + v_r' \quad (28)$$

$$v_\theta = v_\theta^* + v_\theta' \quad (29)$$

$$v_z = v_z^* + v_z' \quad (30)$$

$$p = p^* + p' \quad (31)$$

式中上标“*”表示迭代初值或上一次迭代后的回代值，上标“'”表示校正值。

经推导及简化整理，得到压力修正方程：

$$A_P P_P' = A_N P_N' + A_S P_S' + A_W P_W' + A_E P_E' + A_D P_D' + A_U P_U' + B \quad (32)$$

式中

$$A_P = A_N + A_S + A_E + A_W + A_D + A_U \quad (33)$$

$$A_N = (\rho r)_n d_n \Delta \theta \Delta z \quad (34)$$

$$A_S = (\rho r)_s d_s \Delta \theta \Delta z \quad (35)$$

$$A_E = \rho_e d_e \Delta r \Delta z \quad (36)$$

$$A_W = \rho_w d_w \Delta r \Delta z \quad (37)$$

$$A_D = (\rho r)_d d_d \Delta r \Delta \theta \quad (38)$$

$$A_U = (\rho r)_u d_u \Delta r \Delta \theta \quad (39)$$

$$d_a = A_a / a_a \quad (40)$$

$$d_s = A_s / a_s \quad (41)$$

$$d_w = A_w / a_w \quad (42)$$

$$d_e = A_e / a_e \quad (43)$$

$$d_u = A_u / a_u \quad (44)$$

$$d_d = A_d / a_d \quad (45)$$

(3-28) 式中 B 项为质量源项, 表示带 “*” 号的速度场满足连续方程的程度, 是一个重要的收敛准则。

$$B = [(\rho v_i^*)_a - (\rho v_i^*)_s] \Delta \theta \Delta z + [(\rho v_i^*)_w - (\rho v_i^*)_e] \Delta r \Delta z + [(\rho v_i^*)_d - (\rho v_i^*)_u] \Delta r \Delta \theta \quad (46)$$

(32) 方程用于修正压力场, 进而修正速度场。

4 数值解法

本文数值解法采用了 SIMPLE 算法^[7], 方法步骤简单, 但收敛条件非常苛刻, 需要反复调试程序。本文在计算调试中遇到不少困难, 如壁面尖角问题、源项的离散与线化、压力修正方程的求解、迭代初场构成及收敛准则、松弛系数的选择, 以及差分方程的解法等问题。

壁面尖角问题如图 6 所示, 在出口处 v_z 网格的 u 面没有问题, 但在下游 D 面则有半边为固体壁面, 因而在离散控制方程时 $\left[\left(\rho v_z \phi - \mu \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) r \Delta \theta \Delta z \right]_D$ 这一项就难以确定, 有关文献都没有明确讨论。本文认为任意一个网格内的流动计算及修正都是以满足连续方程为先决条件, 该项即使在初始计算不准确, 也可以在逐次修正中自然趋向于满足收敛准则中的连续性准则, 壁面尖角处的解也不失物理真实性。

对源项形式选择的四个基本原则^[7], 只是必要条件而不是充分条件, 即使满足收敛准则, 计算也不一定收敛。本文计算中最初按完整的源项进行计算, 稳定性不好。经过简化, 把数量级较大容易造成较大波动的项删除, 使解的稳定性增强。

压力修正方程的求解直接关系到 SIMPLE 算法整个求解过程, 本文计算调试发现, 只要不用较大的欠松弛以及超松弛, 迭代过程一般是收敛的。采用 α 影响较大的松弛形式有助于加快收敛速度, 又不致于导致迭代发散。

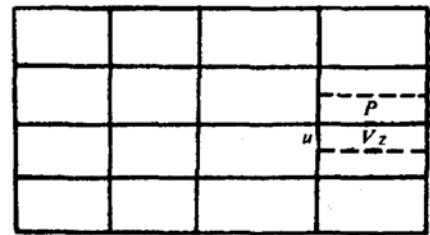


图 6 出口处的控制容积

在求解离散化控制方程中, 迭代初场的给定是十分重要的。文献〔7〕中提出先给定一个初始压力场, 但给出一个合适的初始压力场, 实际上很困难。如果给的不合适, 则可能收敛很慢, 甚至发散。为此, 本文计算中采用了文献〔4〕的方法, 即预先给定速度场可使计算简化, 并可能减少迭代次数, 提高计算的经济性。本文计算中采用了以连续性为前提的速

度初场构成法^[4]，可保证迭代初始时，流量就基本保持守恒，消除迭代过程的参数波动现象。

本文计算中压力迭代的松弛系数取0.2~0.5，速度迭代的松弛系数选取0.5~0.8。本文计算表明，各次迭代不必选择相同的松弛系数，并且需要多次调试才能确定合适的松弛系数。

根据通用形式的离散方程(5)，三维流场计算实际是一个大型的七对角方程组，本文采取了逐线迭代法^[5]及TDMA方法。

根据反复调试程序，本文计算方法及程序结构概括为：

- 1) 估计迭代初始速度场；
- 2) 求解动量方程，得出速度分量 v'_r 、 v'_θ 、 v'_z 的分布；
- 3) 求解压力修正方程，得出修正压力 p' ；
- 4) 用 p' 校正压力分布；
- 5) 由 v' 及 p' 的关系校正速度场；
- 6) 将修正后的速度进行欠松弛处理，松弛系数取0.5~0.8左右；
- 7) 把处理好的速度及压力值回代，重复2)~6)的步骤，直到满足收敛准则的解为止。

5 计算结果及讨论

本文对复杂的三维流场计算取得了初步结果，由于计算网格点很多，数据处理工作很艰巨，本文选取了三个方向 ($\theta = 90^\circ$ 、 $\theta = 45^\circ$ 及 $\theta = 10^\circ$) 不同横截面上的速度分布规律进行分析讨论。

$\theta = 90^\circ$ 时是在中心面上，不同位置 (z/L) 处的 v_z 及 v_r 随 r 的变化，如图7及图8所示。由于 $\theta = 90^\circ$ 的面为流动对称面，在该面上 $v_\theta = 0$ 。

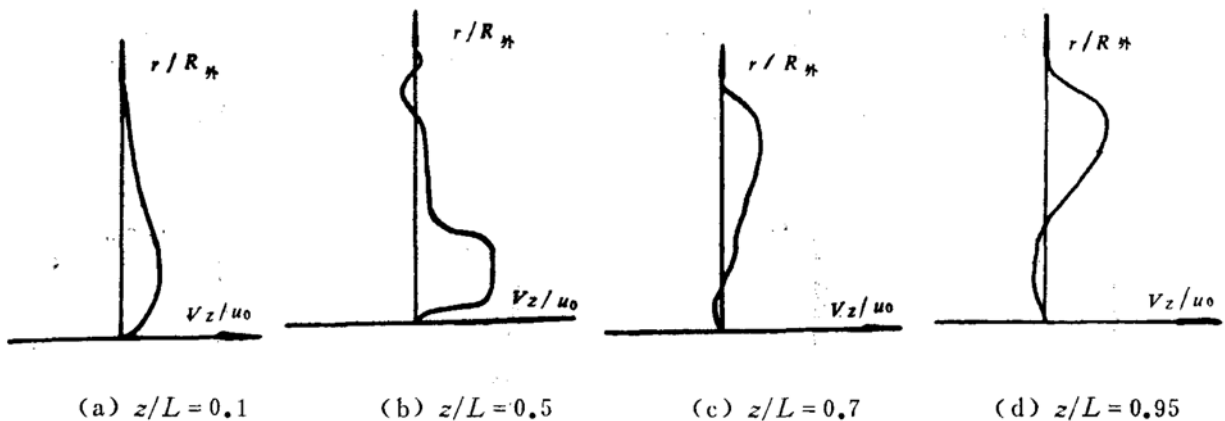


图7

由图7及图8可见，在进口截面附近靠近壁面存在一个小的涡流。这个涡流区很小，离上壁面很近，是文献[6]也曾计算出的二次涡。由于本文计算的进口截面狭窄，突扩效应明显，因此会出现二次涡。在 $z/L = 0.1 \sim 0.4$ 范围内，靠主流上部存在一个明显的范围较大的

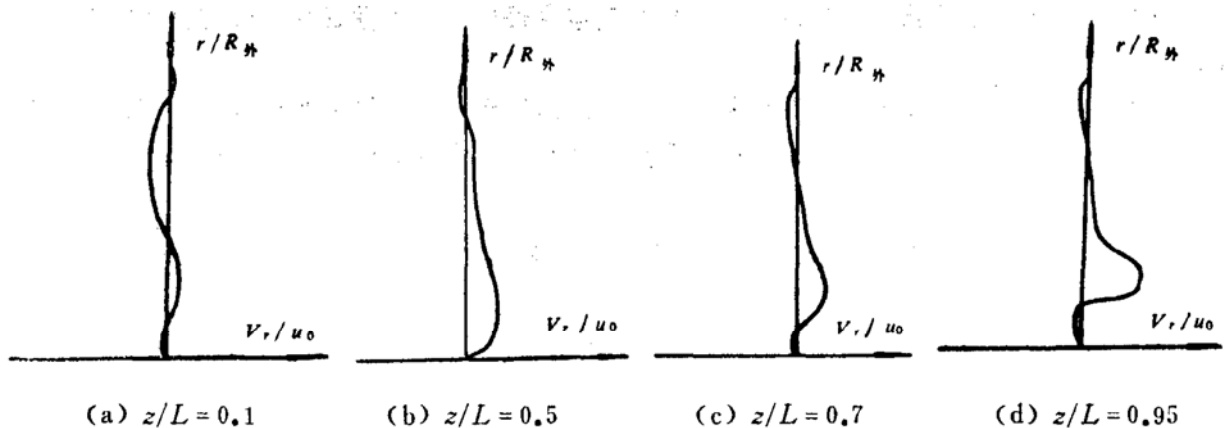


图 8

回流区，这完全符合流体流动的一般规律。在 $z/L = 0.7 \sim 0.95$ 范围附近，靠近壁面也存在一个较复杂的回流区，因为由下壁起沿 r 增大的方向流动面积是增大的，同时此回流区也包括沿周向的扩散流动，所以是空间的涡流。由于出口截面底边距下壁面较近，没有发生象进口那样的二次涡现象。

在 $\theta = 45^\circ$ 剖面上，不同横截面上速度 v_z 、 v_r 及 v_θ 随 r 的变化，如图 9、图 10 及图 11 所示。可见 v_z 与 v_r 的分布规律与 $\theta = 90^\circ$ 的剖面相似，但是由于 v_θ 的存在，使得入口处上壁面附近的二次涡更加小了。同样，主流附近的大回流区与 $\theta = 90^\circ$ 剖面相比也变小了，出口

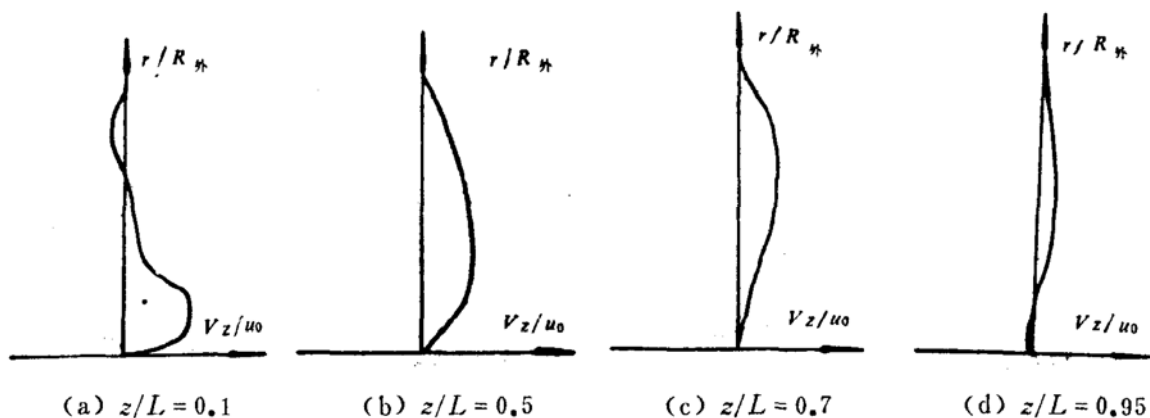


图 9

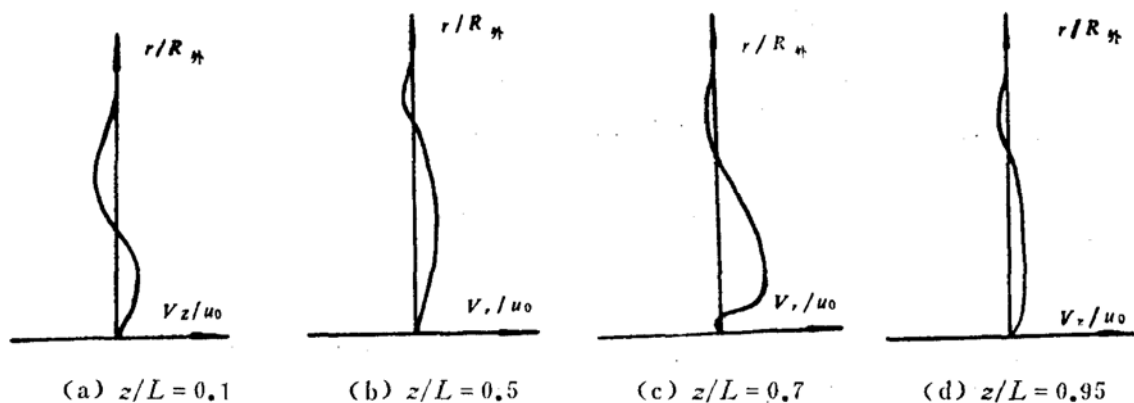


图 10

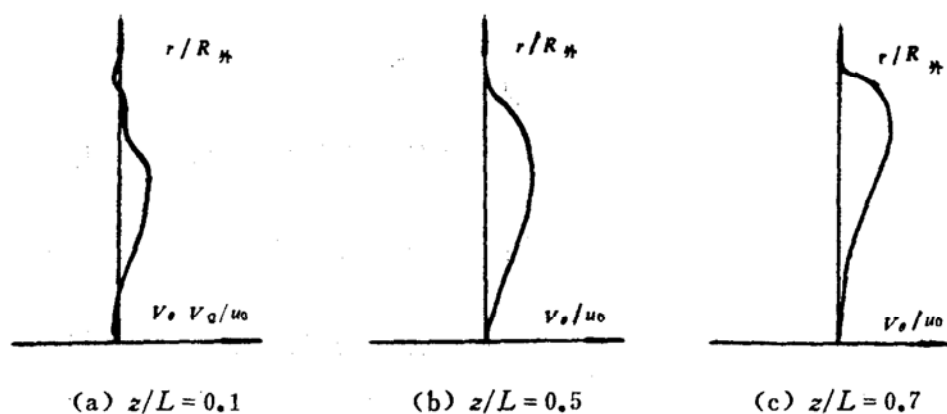


图11

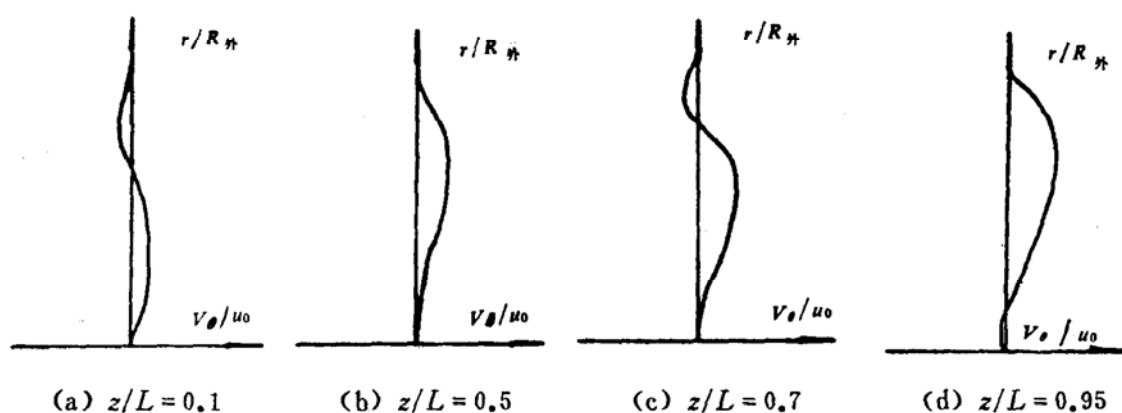


图12

附近靠下壁面处的回流区也变小了。

在 $\theta = 10^\circ$ 剖面上各横截面上 v_z 及 v_r 的分布规律与 $\theta = 45^\circ$ 情况相似, v_θ 在各横截面上沿 r 的分布则如图12所示。可以看出靠近壁面处周向回流较大, 所以在轴方向主流的上下两个回流区的长度变得比 θ 为 45° 及 90° 的剖面上为小, 这两个涡均为方向倾斜的空间涡, 主流上部的涡与主流和内壁之间的方向正好相反。

本文计算结果对整个计算域内的流动有了比较清楚的概貌, 由此给出进口横截面及 $\theta = 90^\circ$ 中心剖面以及出口截面上的流动示意图如图13、14所示。在进口截面处由于边界条件的对称性, $v_\theta = 0$, 整个流动基本上是沿 r 向扩散流动以及沿 z 向的主流及回流。



图13 $\theta = 90^\circ$ 剖面上流动示意图

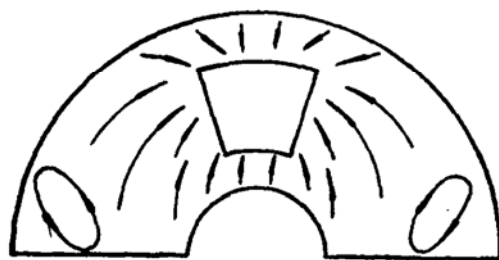


图14 出口截面流动示意图

6 结 语

本文应用 SIMPLE 算法对复杂的三维突扩后突缩流场的数值计算的探索和研究是成功的。

本文初步计算结果,基本描述了三维突扩突缩这一特殊流场的流动特性,符合流动的物理规律。

本文计算中,在 SIMPLE 算法基础上,改变初场构成采用速度场为迭代初场,对松弛迭代模式、松弛系数选取、源项线性化、边界条件处理、方程解法等进行了调试改进,为复杂流场计算提供了经验。对计算结果三维参数的处理,三维物理量的空间描绘等,都有待进一步研究。

参 考 文 献

- [1] 张唯. 固体火箭发动机喷管喉部沉积过程的传热分析. 推进技术, 1984(3)
- [2] Chiba Z 著, 欧阳琪译. 固体火箭发动机喷管的入口和喉部区域的粒子冲刷侵蚀作用. 国外固体火箭技术, 1984(1)
- [3] 才大颖, 张唯, 藏令千. 轴对称突扩直管流场计算. 推进技术, 1987(6)
- [4] 陈钢, 张唯. 突扩后突缩的二维流场计算. 推进技术, 1989(3)
- [5] Razdan M K and Kuo K K. Turbulent Flow Analysis of Erosive Buring of Cylindrical Composite Solid Propellants. AIAA Journal, 1982, 20
- [6] Finaish F, Freymuth D and Bank W. Starting Flow Over Spoilers, Double Steps and Cavities. J.Fluid Mech., 1986, 168: 382~392
- [7] 帕坦卡. 传热与流体流动的数值计算. 北京: 科学出版社, 1983