

# 亥姆霍兹燃烧器测量低频速度 耦合响应函数可行性问题的探讨

王宁飞 孙维申 胡竟岩

(西安近代化学研究所)

**摘要:** 本文应用振荡燃烧的线性理论, 从理论上预计到不能用H-burner测量低频速度耦合响应函数, 并且通过实验证明了此论断的正确性。

**主题词:** 固体火箭发动机, 低频, 振荡燃烧

## 符 号 表

$A, B, F$	系数	$\rho$	密度
$A_b$	声导纳	$w$	角频率
$c$	音速	$\overline{\phantom{x}}$	上标
$f$	频率	$-$	稳态值
$i$	复数 $\sqrt{-1}$	$\sim$	幅值
$k$	波数	$r$	实部
$l$	长度	$i$	虚部
$\bar{M}_b$	气流垂直马赫数		
$\bar{m}_b$	表面质量流率		
$p$	压力		
$R_b$	压力耦合响应函数	$b$	燃面
$R_v$	速度耦合响应函数	$d$	其它
$r$	截面半径	$FT$	流动转弯
$s$	截面积	$g$	气相
$s_{p_0}$	端面燃烧装药面积	$n$	喷管
$v$	速度	$p$	固相
$x$	坐标	$pc$	压力耦合
$\alpha$	增益(阻尼)系数	$vc$	速度耦合
		$//$	与表面平行

## 一、前言

不稳定燃烧是在固体火箭发动机研制和使用过程中经常遇到的现象，国内外对此问题进行了广泛的研究<sup>[1,2]</sup>。众所周知，推进剂对压力、流速的动态响应是决定固体火箭是否产生不稳定燃烧的最重要因素，因而测量推进剂的响应特性参数（压力耦合、速度耦合响应函数  $R_b$ 、 $R_v$ ）就成为研究不稳定燃烧现象的主要工作。测量压力耦合响应函数的方法已相当成熟，普遍使用的是T形燃烧器。但T形燃烧器有一个缺点：当测量很低频率的响应函数时，需要很长的燃烧室，各种阻尼（壁面摩擦、散热等）很大，很难激发起振荡，从而得不到所需的参数。为了弥补T形燃烧器的低频缺陷，国外有人提出用Helmholz燃烧器（简称H-burner）来测量  $R_b$ 、 $R_v$ 。用H-burner测量  $R_b$  已取得相当的进展，得到了预期的结果，所得频率仅为相同尺寸T形燃烧器的四分之一。根据压力耦合的测量结果，国内外很多人推测：H-burner也可以用于测量低频下的速度耦合响应函数。

作者认为，这种推测是不现实的，因为要测量低频响应，必须激发基频振荡，当企图向侧向装药引入速度耦合效应时，有可能激发高阶分量而失去H-burner的优越性。作者经过理论分析和实验测定都证实了用H-burner测量低频速度耦合是不现实的。

## 二、实验装置

图1为H-burner测量速度耦合的原理图。用双套筒夹紧两个半圆钢管固定侧面装药；空腔1、4分别由螺栓固定的法兰盘形成，各个连接面均用胶圈或紫铜垫密封。

中间管状药采用内孔燃烧，室腔4又贴了四片圆形端燃药，以保证迅速点燃和有足够的激振源。

为了克服增面带来的压力不平稳性，在1腔喷口处固定一个稳压阀，从而可以得到任意选定的燃室压力，并且曲线相当平稳。

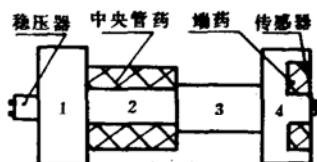


图1 H-burner测速度耦合响应原理图

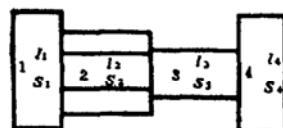


图2 H-burner振型计算图

## 三、振型的理论计算

此实验装置的声学结构较复杂。图2为简化后的形状，它视燃烧室中的各种圆角为直角，且忽略喷管的小孔效应（其阻尼作用用喷管声导纳来表示）。随着推进剂燃烧，中间通道2的截面积逐渐增大，作者在计算中考虑了此效应。

由图2可见，H-burner由四个容腔组成，各个容腔之间均有面积突变。每个容腔内均应

满足声学方程:

$$\tilde{p}_i = A_i \cos kx_i + B_i \sin kx_i \quad (1)$$

而各个突变截面处, 应具有声压不变、容积流速相等的条件。据此可得如下方程组:

$$\begin{aligned} \tilde{p}_1|_{x_1=l_1} &= \tilde{p}_2|_{x_2=0} \\ \tilde{p}_2|_{x_2=l_2} &= \tilde{p}_3|_{x_3=0} \\ \tilde{p}_3|_{x_3=l_3} &= \tilde{p}_4|_{x_4=0} \\ \frac{\partial \tilde{p}_1}{\partial x} \Big|_{x_1=0} &= 0 \\ \frac{\partial \tilde{p}_4}{\partial x} \Big|_{x_4=l_4} &= 0 \\ S_1 \tilde{v}_1|_{x_1=l_1} &= S_2 \tilde{v}_2|_{x_2=0} \\ S_2 \tilde{v}_2|_{x_2=l_2} &= S_3 \tilde{v}_3|_{x_3=0} \\ S_3 \tilde{v}_3|_{x_3=l_3} &= S_4 \tilde{v}_4|_{x_4=0} \end{aligned} \quad (2)$$

代入经典声振关系:

$$\tilde{v}_i = \frac{i}{\rho w} \frac{\partial \tilde{p}_i}{\partial x_i} \quad (3)$$

化简后得:

$$\left. \begin{aligned} A_1 \cos kl_1 &= A_2 \\ A_2 \cos kl_2 + B_2 \sin kl_3 &= A_3 \\ A_3 \cos kl_3 + B_3 \sin kl_4 &= B_4 \cos kl_4 \\ S_1 A_1 \sin kl_1 &= -S_2 B_2 \\ S_2 (B_2 \cos kl_2 - A_2 \sin kl_2) &= S_3 B_3 \\ S_3 (B_3 \cos kl_3 - A_3 \sin kl_3) &= S_4 B_4 \sin kl_4 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

齐次方程(4)若有不为零的解, 其系数矩阵的行列式必为零:

$$\begin{vmatrix} \cos kl_1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos kl_2 & \sin kl_2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos kl_3 & \sin kl_3 \\ S_1 \sin kl_1 & 0 & S_2 & 0 & 0 \\ 0 & -S_2 \cos kl_2 & S_2 \cos kl_2 & 0 & -S_3 \\ 0 & 0 & 0 & -S_3 \sin kl_3 & S_3 \cos kl_3 - S_4 \sin kl_4 \end{vmatrix} = 0 \quad (5)$$

展开并整理得:

$$S_1 \sin kl_1 (F_1 \sin kl_2 + F_2 S_2 \cos kl_2) - S_2 \cos kl_1 (F_1 \cos kl_2 - F_2 S_2 \sin kl_2) = 0 \quad (6)$$

式中  $F_1 = S_3 (S_4 \cos kl_3 \sin kl_4 + S_3 \sin kl_3 \cos kl_4)$

$$F_2 = S_4 \sin kl_3 \sin kl_4 - S_3 \cos kl_3 \cos kl_4$$

由(6)式解出  $k$  值, 代入

$$f = \frac{kc}{2\pi} \quad (7)$$

就可得到H-burner的频率, 带回(1)式就可得到振型分布。

(6)式是很复杂的方程式，需要用数值计算法求解。笔者采用二分法的基本原理，逐步加密区间分割，直至求出根。这种方法收敛较慢，但可以准确地求出各阶振型而不会漏根。

表1为不同肉厚下一到三阶频率的计算值。图3为一典型的声压声速分布图(图中a、b分别表示一阶及二阶振型)。这张图对下面的分析是非常有用的。

表1

频 率 (Hz)	肉 厚 (cm)	0.8	0.6	0.4	0.2	0
$f_1$		587	626	659	685	708
$f_2$		2353	2326	2307	2296	2292
$f_3$		4327	4391	4448	4500	4546

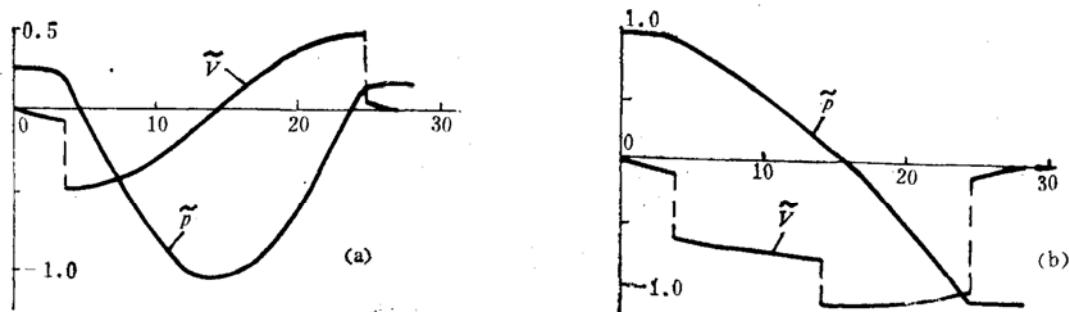


图3 H-burner—阶二阶振型图

#### 四、理论分析

根据一维线性理论，我们知道：

$$\alpha = \alpha_{pc} + \alpha_{vc} + \alpha_{FT} + \alpha_n + \alpha_d \quad (8)$$

即总的振幅增长数为各种增益、阻尼系数之代数和。对于本实验装置，喷管损失、流动转弯损失、压力耦合响应、速度耦合响应分别为：

$$\alpha_n = -\frac{k+1}{4} \cdot \frac{\tilde{p}_n^2}{E_l^2} (2\pi r_2 l_2 + S_{po}) \cdot \frac{\rho_p}{\rho_g} \cdot r \quad (9)$$

$$\alpha_{FT} = -\frac{\rho_g a^2}{E_l^2} \int_0^{l_2} \tilde{v}_2^2 \int \bar{m}_b dq dx_2 \quad (10)$$

$$\alpha_{pc} = \frac{(A_b^{(r)} + \bar{M}_b)_\perp \tilde{p}_{l_2}^2 S_{po} + \int_0^{l_2} \tilde{p}_{l_2}^2 \int (A_b^{(r)} + \bar{M}_b)_{//} dq dx_2}{2 E_l^2 / c} = I_{pc} R_b^r \quad (11)$$

$$\alpha_{vc} = \frac{\frac{c}{2} \int_0^{l_2} \tilde{p}_{l_2} \tilde{v}_2 \int \bar{m}_b R_v dq dx_2}{E_l^2} \quad (12)$$

$$\text{式中: } E_i^2 = \sum_1^4 \int_0^{l_i} \bar{p}_i^2 S_i dx_i$$

本实验采用SG-2双基推进剂，可以认为微粒阻尼较小；其它各种增益、阻尼相对于前面所述几项都很小，可以略去不计。

由图3可以发现，这种布置的喷管位置处于一阶振型的波腹处；对于二阶振型，尽管也位于压力极大位置，但喷管处的极大值仅为中间位置极大值的四分之一。因此可以看出，这种布置时，一阶振型的喷管阻尼要比二阶振型大很多。

同理，流动转弯损失、压力耦合、速度耦合响应常数，一阶、二阶振型的值均不相同，这是由其振型的特殊情形所决定的。

为了分析图1的发动机支持的是何种振型，笔者估算了四种主要的增益、阻尼常数，列于表2。

表2

频 率	$\alpha_p (R_b^r = 1)$	$\alpha_v (R_i = 1)$	$\alpha_s$	$\alpha_{FT}$
一 阶	50.5	18.5	-40.9	-48.3
二 阶	60.5	60.3	-4.0	-37.1

值得注意的是对于相同的速度耦合响应函数 $R_b^r$ ，二阶振型的速度耦合响应约为一阶振型的三倍，而喷管阻尼仅为一阶振型的十分之一。侧面装药引入的一阶振型的速度耦合效应还不及流动转弯损失的一半。因此，侧面装药对一阶振型来讲，实际上起到阻尼的作用，尽管纯端面药足以激起基频，但引入侧面装药后，可能激发不起基频。二阶振型的速度耦合作用很强，侧面药起增益作用。

由表2可以明显看出，二阶振型激振大、阻尼小，而一阶振型激振小、阻尼大，因而速度耦合H-burner有可能激发不出一阶振型，而出现二阶振型信号。

## 五、实验结果

作者就如图1的实验装置做了大量实验，典型结果列于表3，所测频率与二阶振型相符。作者又对记录在磁带仪上的振荡信号进行了频谱分析，结果列于表4。可以看出，正如理论估算的结果那样，确实激发出了二阶振型（实测频率小于计算值14~17%，是由安装误差、粘性、散热等引起的）。

为了进一步证实理论推测，作者把喷管位置开在中间管的中心处。此时，二阶喷管的阻

表3

$p(\text{MPa})$	2.58	43.5	6.4	7.36	9.0
$f(\text{Hz})$	1900	1900	1925	1925	1950

表 4

	一 阶	二 阶	三 阶
实 测 值	500	1950	3900
相 对 功 率	1.1	394.9	4.0
理 论 频 率	587	2353	4.0
相 对 误 差(%)	14	17	10

尼为 -64, 一阶喷管阻尼约为零, 相对变化值约为100, 预期二阶振型将被阻尼, 而一阶振型有可能激发出来。实验结果确实如此, 激振频率为525Hz, 对应于一阶振型。但所测振型的振幅很小, 不能处理出低频速度耦合响应函数。

## 六、结 论

本文从实验和理论两方面证实了用H-burner测量低频速度耦合响应函数是不现实的(尽管其一阶振型在中间管处的速度振幅几乎不变, 是测量速度耦合的理想振型分布)。激发出二阶振型使得H-burner的工作特性与T形燃烧器几乎相同, 但H-burner结构复杂, 劳动强度大, 因此今后的工作应该探索用T形燃烧器和其他激燃烧器来测量速度耦合响应函数的方法。

本文把一维线性理论应用于H-burner, 得到与实验相同的结论, 也为今后实际发动机的稳定性预估打下了一定基础。

## 参 考 文 献

- (1) Lyon, J.M., Use of a Helmholtz Burner for Low Frequency Velocity Coupled Instability Measurements, AD/A 094820.
- (2) Schoyer, H.F.R., Experimental Investigation of the Helmholtz Resonator Burner, Three Months at China Lake, PB83-147231.

application for the similar products.

**Keywords:** Solid rocket engine, Rocket engine case, Cast titanium alloy, Design

## A STUDY ON APPLICABILITY OF H-BURNER TO MEASURE THE COUPLING RESPONSE FUNCTION OF LOW-FREQUENCY OSCILLATION

Wang Ningfei Sun Weishen Hu Jingyan

(Xian Modern Chemistry Research Institute of China)

**Abstract:** In this paper it is predicted with the linearizing theory of oscillatory combustion that H-burner can not be used to measure the coupling response function of low-frequency oscillation. The conclusion is also proved by many experiments.

**Keywords:** Solid rocket engine, Low frequency, Oscillation burning

## AN EXPERIMENTAL STUDY ON EFFECTS OF CRACKS IN SOLID PROPELLANT GRAINS ON COMBUSTION

Li Lu Xu Xiangdong

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics)

**Abstract:** The combustion characteristics of double-base and composite propellant grains with interior cracks were studied experimentally at atmospheric temperature and various pressures. It is shown that the flame propagation speed is increased with the reduce of the crack depth and as the depth of crack decreases, the maximum pressure coursed by combustion in cracks is increased. It is also discovered that when the flame spreads to the end of a crack, a combustion zone is formed immediately near the crack tip accompanied with a obvious pressure protrusion.

**Keywords:** Propellant combustion, Flame propagation, Solid rocket engine