

固体火箭发动机喷管喉衬 应力场的理论预估

孙 菊 芳

(北京航空航天大学)

摘要: 本文对固体火箭发动机复合结构喷管石墨喉衬在燃气压力和变温载荷作用下的瞬态应力场, 采用有限元法进行了分析、计算。提供了该方法的力学模型与基本方法和算例。计算中考虑了材料的方向性。为了节约计算机内存, 整体刚度矩阵(K)采用了变带宽压缩存储法。为了验证理论计算结果的准确性, 还与实验结果进行了对比, 两者基本符合。

主题词: 火箭发动机喷管, 喷管喉部, 应力分析, 发动机试验, 固体火箭发动机

一、前 言

固体火箭发动机喷管在发动机工作过程中, 要承受高温、高压、高速燃气流的冲刷作用, 工作条件非常恶劣。因此, 建立和完善喷管力学特性的预示理论和方法, 显得十分重要。

国外有关发动机喷管结构应力场的分析资料较少, 尤其是喷管结构应力场的实验分析资料则更少。国内在这方面的研究工作, 尤其是喉衬应力场的实验研究刚刚开始。作者在这方面做了一些尝试, 以便与理论分析相互验证, 为理论分析提供必要的数据。

二、理论分析与模化

本文所研究的是小型固体火箭发动机复合结构喷管的喉衬, 材料为ks-9石墨, 如图1所示。

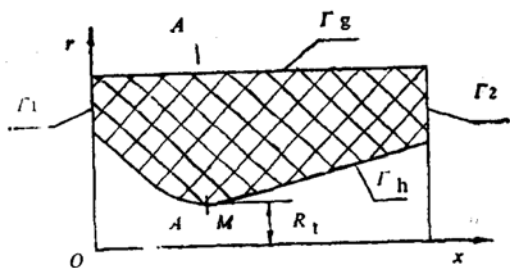


图1 喉衬结构

一般讲, 喉衬应力场属于三维空间问题, 但考虑到其应力场主要是由温差产生的变温载荷和喷管内燃气压力载荷而引起的。而变温载荷、燃气内压、喉衬材料特性和约束条件均可视为轴对称的, 这样, 三维问题就变成了只与坐标 x (轴向)、 r (径向) 有关的轴对称二维问题, 喉衬的应力-应变场只是 x 、 r 和时间的函数。

由于ks-9石墨是横观同性材料, 其热物性参数沿轴向和径向有较大的差异, 且对温

度的变化是较为敏感的。为了使理论预估更接近实际情况,本计算中考虑了材料的方向性,但由于缺少材料热物性参数与温度的变化关系,故在计算中将热物性参数视为常数。

为了简化分析,作如下假设:

1. 作用在喉衬上的只有变温和内压载荷,且为轴对称的。
2. 边界条件的处理:喉衬前后端面 Γ_1 、 Γ_2 视为自由边界;外边界 Γ_g 被高硅氧玻璃绝热层环绕,绝热层粘接在45号钢壳体上。由于壳体的弹性模量较石墨高数十倍,所以,计算中把 Γ_g 视为固定边界;内边界 Γ_h 承受燃气压力(参见图1)。
3. 材料的热物性参数 E_x 、 E_r 、 μ_x 、 μ_r 、 G_x 、 α_x 、 α_r 取为常数。

三、基本方程

喉衬应力场的计算是在喷管流场、温度场计算的基础上进行的,所以单元的划分应与温度场计算相一致。本文采用三角形三节点单元(在旋转子午面上)。因为喉衬是轴对称体,所以子午面上的三角形单元实际上为三棱圆环单元。

由有限元法原理可知,单元 e 中任意一点的位移在坐标 x 和 r 方向的位移分量为:

$$\left. \begin{array}{l} x \text{ 方向位移 } u = a_1 + a_2 x + a_3 r \\ r \text{ 方向位移 } v = a_4 + a_5 x + a_6 r \end{array} \right\}, \{f\} \left\{ \begin{array}{l} u \\ v \end{array} \right\} \quad (1)$$

式中, $a_1, a_2, \dots, a_6$ 为待定系数。

(1) 式代入单元各节点位移, 得:

$$\left\{ \begin{array}{l} [u_i \ u_j \ u_m]^T = [A][a_1 \ a_2 \ a_3]^T \\ [v_i \ v_j \ v_m]^T = [A][a_4 \ a_5 \ a_6]^T \end{array} \right\} \quad (2)$$

求解待定系数, 得:

$$\left\{ \begin{array}{l} [a_1 \ a_2 \ a_3]^T = [A]^{-1}[u_i \ u_j \ u_m]^T \\ [a_4 \ a_5 \ a_6]^T = [A]^{-1}[v_i \ v_j \ v_m]^T \end{array} \right\} \quad (3)$$

公式(2)、(3)中的 $[A]$ 、 $[A]^{-1}$ 的表达式为:

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & x_i & r_i \\ 1 & x_j & r_j \\ 1 & x_m & r_m \end{bmatrix} \quad [A]^{-1} = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} a_i & a_j & a_m \\ b_i & b_j & b_m \\ c_i & c_j & c_m \end{bmatrix}$$

上式中,

$$\left\{ \begin{array}{l} a_i = x_j r_m - x_m r_j \\ b_i = r_j - r_m \\ c_i = x_m - x_j \end{array} \right\} (i, j, m), \quad \Delta = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_i & r_i \\ 1 & x_j & r_j \\ 1 & x_m & r_m \end{vmatrix} \quad (4)$$

式中 Δ 为三角形单元的面积。

将(3)式代入(1)式, 得单元任一点位移列阵式中:

$$\{f\} = [N]\{\delta\}^e \quad (5)$$

$\{\delta\}^e$ 为单元的节点位移列阵; $[N]$ 称作形函数矩阵, 其表达式为:

$$[N] = [IN_i \ IN_j \ IN_m], [I] \text{ 为二阶单位矩阵。}$$

$$[N_i] = \frac{1}{2\Delta} (a_i + b_i x + c_i r) \quad (i, j, m)$$

由于 θ 方向位移为零, 所以单元的应变分量为:

$$\{\varepsilon\}^e = [\varepsilon_x \quad \varepsilon_r \quad \varepsilon_\theta \quad r_{x,r}]^T = \left[\frac{\partial u}{\partial x} \quad \frac{\partial v}{\partial r} \quad \frac{v}{r} \quad \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial r} \right]^T \quad (6)$$

将(1)式代入(6)式, 得到

$$\{\varepsilon\}^e = [B]\{\delta\}^e = [B_i \quad B_j \quad B_m]\{\delta\}^e \quad (7)$$

$[B]$ 为单元几何矩阵或应变矩阵, 其子阵为:

$$[B_i] = \frac{1}{2\Delta} \begin{bmatrix} b_i & 0 & 0 & c_i \\ 0 & c_i & f_i & b_i \end{bmatrix} (i, j, m)$$

其中 $f_i = (a_i + b_i x + c_i r)/r \quad (i, j, m)$

考虑到本计算中网格划分的较细, 单元尺寸较小, 所以单元中任意一点的坐标 x, r 可以用单元形心坐标 $(\bar{x}, \bar{r})$ 来近似地替代

$$x \approx \bar{r}(x_i + x_j + x_m)/3$$

$$r \approx \bar{x}(r_i + r_j + r_m)/3$$

把由变温引起的应变当作初应变 ε_0 , 并设 θ^e 为一个单元中的平均温升, 则

$$\theta^e = 0.333(T_i + T_j + T_m) - T_0$$

式中 T_i, T_j, T_m 为三角形单元节点的温度, T_0 为初温。则

$$\{\varepsilon_0\}^e = \theta^e [\alpha_x \quad \alpha_r \quad \alpha_\theta \quad 0]^T \quad (8)$$

式中 α_x, α_r 分别为材料的轴向和 $r\theta$ 向的线膨胀系数。

根据虎克定律, 可以用应变表示应力, 即:

$$\{\sigma\}^e = [\sigma_x \quad \sigma_r \quad \sigma_\theta \quad \tau_{x,r}]^T = [D](\{\varepsilon\}^e - \{\varepsilon_0\}^e) \quad (9)$$

式中弹性矩阵 $[D]$ 只与材料的性质有关系。即:

$$[D] = \frac{E_x}{D_5} \begin{bmatrix} D_1 & D_3 & D_3 & 0 \\ & D_2 & D_4 & 0 \\ \text{对} & & D_2 & 0 \\ \text{称} & & & n_1 D_5 \end{bmatrix}$$

$$\left. \begin{aligned} \text{其中, } D_1 &= 1 - \mu_r^2, D_2 = n_2(1 - n_2\mu_x^2) \\ D_3 &= n_2\mu_x(1 + \mu_r), D_4 = n_2(\mu_r + n_2\mu_x^2) \\ D_5 &= (1 + \mu_r)(1 - \mu_r - 2n_2\mu_x^2) \\ n_1 G_x/E_x, n_2 &= E_r/E_x \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

根据虚功原理, 可以推得喉衬结构的有限元基本方程式为:

$$\{P\} + [C]\{\theta\} = [K]\{\delta\} \quad (11)$$

式中, 整体刚度矩阵 $[K] = \sum_{e=1}^{n_e} [k]^e$

整体载荷列阵 $\{P\} = \sum_{e=1}^{n_e} \{p\}^e$

系数矩阵 $[C] = \sum_{e=1}^{n_e} [c]^e$

整体节点位移列阵 $\{\delta\} = (\delta_1 \ \delta_2 \ \dots \ \delta_n)^T$

n_e 为求解域(或整体结构)的单元总数; n 为求解域的节点总数。

1. $[k]^e$ 为单元刚度矩阵, 其表达式为:

$$[k]^e = \begin{bmatrix} k_{ii} & k_{ij} & k_{im} \\ k_{ji} & k_{jj} & k_{jm} \\ k_{mi} & k_{mj} & k_{mm} \end{bmatrix} \quad (12)$$

其中, $[k_{ii}]$, $[k_{ij}]$, $\dots$, 是 2×2 阶子阵。写成统一的格式为 $[k_{st}]_{2 \times 2}$, 其表达式为:

$$[k_{st}]_{2 \times 2} = \frac{E_x \bar{r}}{2\Delta D_5} \begin{bmatrix} D_1 b_s b_t + n_1 D_5 C_s C_t & D_3 b_t (C_s + \bar{f}_s) + n_1 D_5 b_s C_t \\ D_3 b_s (C_t + \bar{f}_t) + n_1 D_5 C_s b_t & D_2 (C_s C_t + \bar{f}_s \bar{f}_t) + D_5 (f_s C_t + \bar{f}_t C_s) + n_1 D_5 b_s b_t \end{bmatrix} \quad (13)$$

2. 单元系数矩阵 $[c]^e$ 的表达式

$$[c]^e = [c_i \ c_j \ c_m]^T$$

$$[c_i] = \frac{E_x \bar{r}}{D_5} \begin{bmatrix} (\alpha_x D_1 + 2\alpha_r D_3) b_i \\ (\alpha_x D_3 + \alpha_r (D_2 + D_4)) (C_i + \bar{f}_i) \end{bmatrix} (i, j, m) \quad (14)$$

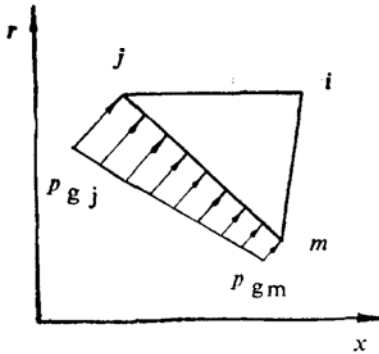


图 2

3. 单元载荷列阵:

$$\{p\}^e = [p_i \ p_j \ p_m]^T$$

假设燃气作用在边界单元的 jm 边界上的压力为非均匀载荷, 如图 2 所示。在节点 j 的集度为 p_{gj} , 在节点 m 的集度为 p_{gm} 。 jm 边的长度为 l_{jm} , 并规定边界单元只有一条边且编号为 jm 的边位于边界 Γ_h 上, 节点 i 与 jm 边相对。

这时可以推得单元的载荷列阵为:

$$\{p\}^e = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ [p_{gj}(3r_j + r_m) + p_{gm}(r_j + r_m)]b_i \\ [p_{gj}(3r_j + r_m) + p_{gm}(r_j + r_m)]c_i \\ [p_{gj}(r_j + r_m) + p_{gm}(r_j + 3r_m)]b_i \\ [p_{gj}(r_j + r_m) + p_{gm}(r_j + 3r_m)]c_i \end{bmatrix} \quad (15)$$

4. 矩阵 $\{\theta\}$ 可直接利用温度场的计算结果^[4]。

本文采用消去法求解方程组式(11)。由(11)式解出节点位移列向量 $\{\delta\}$ 后, 再由(7)式算出各单元的应变, 然后由(9)式求得各单元的应力 $\{\sigma\}^e$ 。

为了节约计算机内存, 求解 $\{\delta\}$ 时整体刚度矩阵 $[K]$ 采用变带宽一维压缩存储法。这样本计算中可节约内存94.4%。

四、计 算 结 果

图3为喉部M点(参见图1)的轴向应力 σ_x 、径向应力 σ_r 、环向应力 σ_θ 及剪应力 τ_{xr} 随时间的变化关系曲线

图4~图7分别为喉衬临界截面A-A处的轴向应力 σ_x 、径向应力 σ_r 、环向应力 σ_θ 、剪应力 τ_{xr} 的分布曲线。横坐标为A-A截面任意一点的半径R与喷喉半径 R_t 之比。

计算结果说明,喉衬的设计是安全可靠的,各应力均未超过材料的许用应力。通过几十次发动机点火热试车的考验,也证明了在发动机工作过程中喉衬是安全可靠的。

为了验证数值计算结果的可信性,还对试验发动机喉衬外壁面应力进行了测量。图8是测得的结果与计算结果的比较,从图中可以看出,二者基本符合。

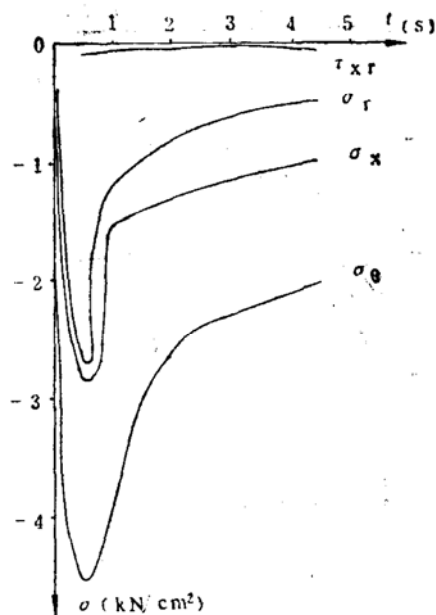


图3 喉部M点各应力与时间的关系

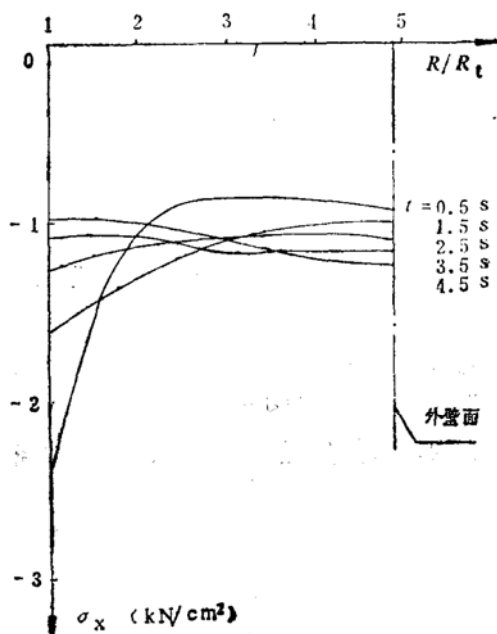


图4 临界截面轴向应力分布

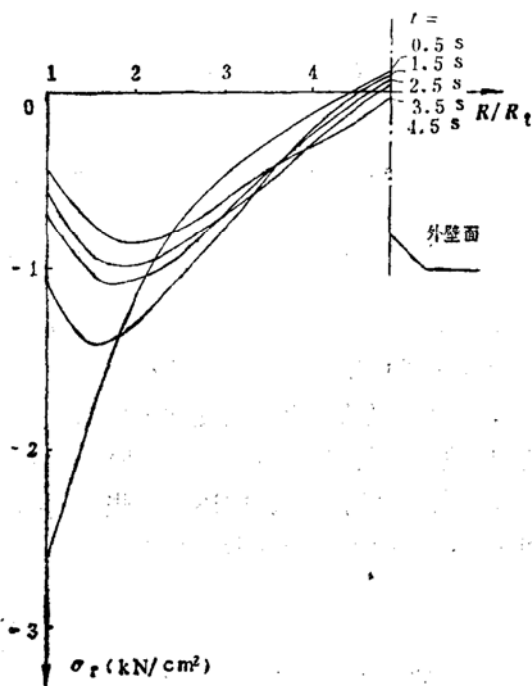


图5 临界截面径向应力分布

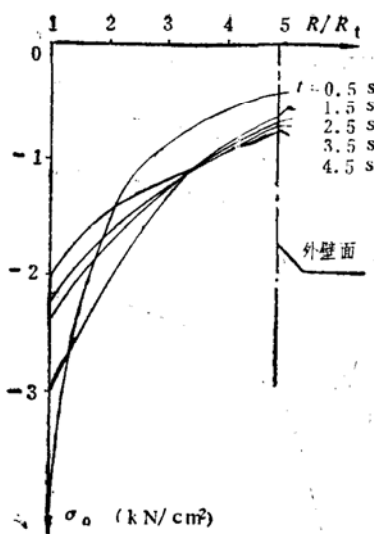


图6 临界截面环向应力分布

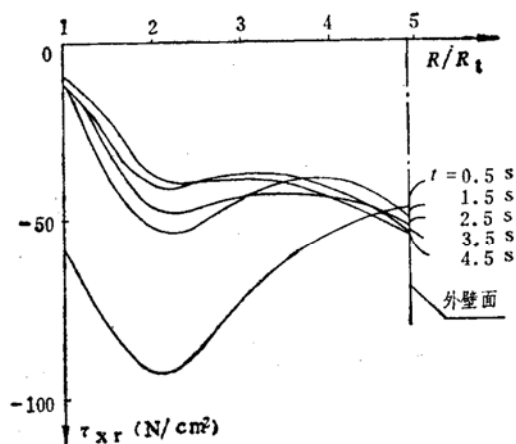


图7 临界截面剪切应力分布

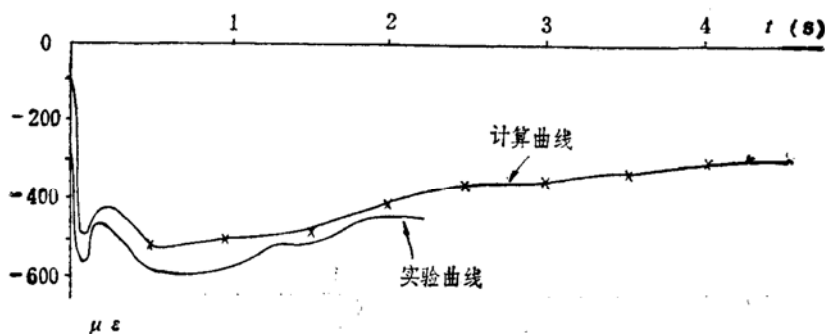


图8 轴向应变实测与计算结果的比较(应变片距喉衬前端面 Γ_1 处1.46cm)

四、结 语

1. 发动机热试车考验和喉衬应力场实测的结果都表明本文提出的计算模型是合理的。理论计算得到的基本规律和实验结果相符。
2. 计算结果表明,在发动机启动后的瞬间,由于燃气压力的变化率很大,喉衬壁内的温度梯度较大(尤其是靠近内壁面处),因此,应力的变化率也大(参见图3)。
3. 在应力场的计算中还有一些实际因素、如材料热物性参数随温度的变化、材料的烧蚀问题等,有待进一步的考虑和研究。

参 考 文 献

- (1) AIAA Vol. 3, No. 12 Dec. 1965.
- (2) 孙菊芳: 有限元法在固体火箭发动机中的应用, 北京航空学院教材, 1986。
- (3) 陈国光等: 固体火箭发动机喷管石墨喉衬的温度场和应力场研究, 《推进技术》1983. 1。
- (4) 《固体火箭发动机喷管喉衬二维瞬态温度场的研究》, 北京航空学院科研报告 BH-B2891, 一九八七年宇航学会学术交流论文汇编。

NUMERICAL SIMULATION OF COLD FLOW FIELD IN A THREE-DIMENSIONAL SIDE-DUMP COMBUSTOR

Hu Mengjue Liu Jinghua

(The 31st Research Institute)

Abstract: A numerical simulation of cold flow field in a dump combustor with four 30-degree side inlet and a nozzle is presented in this paper. The segment calculation method is first used for this kind of calculation with complex configuration boundary. The research shows that the segment calculation method can increase the grid utilization, reduce the computation time, eliminate the false diffusion and raise the computational precision. Computational results are fundamentally in accordance with the experimental data.

Keywords: Integrate rocket ramjet, Dump combustion chamber, Flow field, Calculation method

THEORETICAL CALCULATION ON STRESS FIELD OF NOZZLE INSERT IN SOLID ROCKET MOTOR

Sun Jufang

(Beijing University of Aeronautics and Astronautics)

Abstract: The finite-element method is used to analyse and to calculate the transient stress field of graphite insert of composite nozzle under pressure and transient temperature loads in solid rocket motors. The mechanical models, basic methods and computation examples are presented in this paper. The anisotropy of materials is considered in the computation. A compress technique of variable bandwidth is used for the integral stiffness matrix in order to save the main storage. The computation results are compared with the experimental data and they accord with each other well.

Keywords: Rocket engine nozzle, Nozzle throat, Stress analysis, Engine test, Solid rocket engine