

复合固体推进剂燃速模拟计算数值方法研究

彭培根 江大志

(国防科技大学)

摘 要

本文以改进的BDP燃烧模型为基础,叙述了燃烧速度计算的多种数值方法。对扩散火焰的模拟采用了精确求解与简化公式。结果表明,精确计算的程序对燃烧压力范围和氧化剂粒径大小可任一选取,并可以提高计算精度;而用简化近似计算仅对较大粒径的氧化剂和较高燃烧压力才是有效的。

主题词: 推进剂燃速, 模拟计算方法, 复合推进剂, 固体火箭推进剂

一、前 言

近十余年来,国内外不少学者对固体火箭推进剂稳态燃烧的机理进行了深入分析和研究,并且进行了模拟计算^[1-6]。对复合固体推进剂而言,大多数模拟计算都是以原始BDP模型^[1]为基础,即使比较先进的小粒子集合模型(PEM),其基本单元的计算仍然是BDP模型。

我们于1985年,在原始BDP模型的基础上进行了改进,计算了高氯酸铵复合推进剂的燃速与压力指数,其结果与实测数据吻合较好^[6]。然而,在火焰扩散混合距离的计算中采用的是简化计算公式。本文在以往工作的基础上,设计精确计算火焰扩散距离的程序;比较了用不同数值计算方法求解燃速的优缺点;完善计算各种类型燃速催化剂和多分散氧化剂的程序。

二、模拟计算原理

本文仍然采用文献^[6]叙述的燃烧模型。气相中火焰扩散混合距离 X_D 的计算,对于简化计算采用方程(1)。

$$X_D = \frac{\dot{m} B^2}{D_s \rho_s} \left(\frac{T_0}{T_{sv}} \right)^{0.75} \quad (1)$$

$$B = \left(\frac{D_{\text{表征}}}{2} \right) \left[\left(\frac{\pi}{6} \right) / \xi \right]^{1/3} \quad (2)$$

式中 $\dot{m}$ ——推进剂质量燃速; ρ_s 、 D_s ——分别表示参考压力和温度下的气体密度与扩散

系数; T_0 ——参考温度(取300K); $T_{..}$ ——气相区域的平均温度; $D_{\text{表征}}$ ——多级配氧化剂颗粒的表征尺寸[6]; ξ ——氧化剂的体积分数。

X_D 的精确求解, 由扩散方程[3,4,5]

$$\rho \left[u_r \frac{\partial B}{\partial r} + u_z \frac{\partial B}{\partial Z} \right] = \rho D \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial B}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 B}{\partial Z^2} \right] \quad (3)$$

解得火焰位置的坐标方程为

$$\frac{\nu - (1+\nu)C^2}{2(1+\nu)C} = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{\phi_i (J_0(\phi_i))^2} J_1(C\phi_i) J_0(\phi_i \xi) \exp \left[- \frac{\{1 + (2\psi\phi_i)^2\}^{\frac{1}{2}} - 1\} \eta}{2\psi^2} \right] \quad (4)$$

式中 B ——表示浓度分数; u_r 、 u_z ——分别表示水平和垂直方向的气流速度; ϕ_i ——表示一阶贝塞尔函数的一连串根, 一般取100项; η 和 ξ 分别表示轴向和径向相对火焰距离; ν ——表示化学当量比, 即

$$\nu = \frac{\text{粘合剂热解生成的燃料摩尔数/粘合剂分子量}}{\text{氧化剂分解生成氧气的摩尔数/氧化剂分子量}}$$

J_0 、 J_1 ——分别为零阶和一阶贝塞尔函数

$$J_0(x) = 1 - \frac{x^2}{2^2} + \frac{x^4}{2^4 \cdot (2!)^2} - \frac{x^6}{2^6 \cdot (3!)^2} + \cdots + (-1)^k \frac{x^{2k}}{2^{2k} \cdot (k!)^2} + \cdots$$

$$J_1(x) = \frac{x}{2} - \frac{x^3}{2^3 \cdot 2!} + \frac{x^5}{2^5 \cdot 2! \cdot 3!} - \frac{x^7}{2^7 \cdot 3! \cdot 4!} + \cdots + (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{2^{2k+1} \cdot k! \cdot (k+1)!} + \cdots$$

$$C = D'/2b, \quad D' = \sqrt{2/3} D_{\text{表征}}, \quad b = D_{\text{表征}}/2$$

$$\psi = D/u_2 b = \rho_s D_s \left[\frac{1}{2} (T_f + T_s)/T_0 \right]^{0.75} / \dot{m} b$$

T_f 、 T_s ——分别为扩散火焰和燃面的温度。

对火焰中心位置, $\xi = 0$, 则 $J_0(\phi_i \xi) = 1$

$$X_D = b\eta/\psi \quad (5)$$

$$\text{令 } \frac{\nu - (1+\nu)C^2}{2(1+\nu)C} = A, \quad \frac{1}{\phi_i (J_0(\phi_i))^2} J_1(C\phi_i) = B_i, \quad \frac{\{1 + (2\psi\phi_i)^2\}^{1/2} - 1}{2\psi^2} = C_i$$

对火焰中心位置, 方程(4)简化为

$$A = B_1 \exp(-C_1 \eta) + B_2 \exp(-C_2 \eta) + \cdots + B_n \exp(-C_n \eta) \quad (6)$$

燃面温度

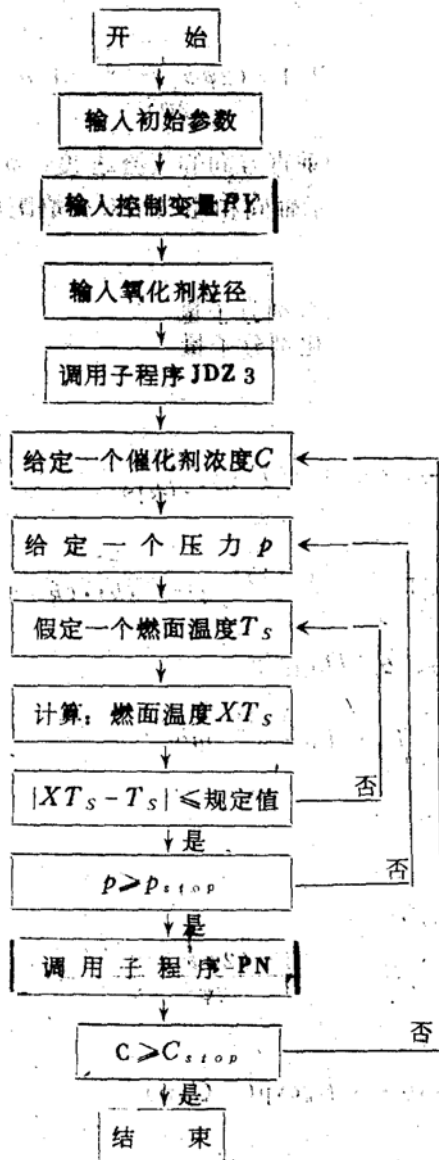
$$T_s = T_0 - \alpha Q_{os}/C_p - \varepsilon Q_{AJ}/C_p - (1 - \alpha - \varepsilon) Q_f/C_p + \frac{\beta_F}{C_p} Q_{PF} e^{-\xi_{PF}} + \\ + (1 - \beta_F) \frac{\alpha}{C_p} [(1-x) Q_{AP} e^{-\xi_{AP}} + Q_{FF} e^{-\xi_{FF}}] + \frac{\alpha x}{C_p} Q_{AP} \quad (7)$$

方程(7)中符号及各参数的说明见文献[6]。

三、程序设计

1. 简化计算主程序(BAT)

控制变量 PY 由键盘输入,若 $PY \neq \leq 5.0$,程序就运算含 Fe_3O_4 催化剂的配方,否则就计



算含烷基二茂铁(RF)的配方。子程序 JDZ3 是用来计算多级配氧化剂的粒径相关值。给定燃速催化剂浓度下,再给定一个压力,对压力进行循环运算。在给定压力下对燃面温度循环运算时,本文采用牛顿迭代法,即:首先假定一个初始燃面温度 T_s ,由方程(7)得出计算的温度 XT_s ,再计算对燃面温度的函数值 FT 及 FT 的导函数值 FT_1 ,然后判断 $|XT_s - T_s|$ 是否小于或等于规定值,若不满足则以 $"T_s - FT/FT_1"$ 作为新的迭代初值,重复上述运算直至满足为止。当 $|XT_s - T_s| \leq$ 规定值得到满足时,燃速及相应的燃面温度保持当前值作为最终结果输出。子程序 PN 用来计算燃速压力指数。最终的输出结果包括:催化剂浓度个数,压力个数,氧化剂级分数,催化剂浓度,推进剂密度及组成,各压力及其相应的燃速、计算温度与迭代温度,燃速压力指数及维也里方程式。

2. 精确计算主程序(WWT)

WWT程序中调用的子程序ROOT 1是一个采用二分法求解燃面温度的程序。函数 $F(T)$ 由ROOT 1调用,用来计算超越函数(方程7)的值。ROOT 3是由函数 $F(T)$ 子程序调用的,它用来精确求解相对扩散距离 η 值。 $G_0(X)$ 及 $G_1(X)$ 子程序用来计算零阶及一阶贝塞尔函数100项的函数值,由子程序ROOT 3调用。其它运算步骤与BAT程序相同。

WWT程序粗框图如下

四、计算与实测结果

推进剂基础配方: AP为70%, Al为16%,
丁羟胶加固化剂为13%, 增塑剂为1%。

高氯酸铵的粒径分布列于表1中。

含 Fe_3O_4 的丁羟推进剂的计算燃速和燃速
压力指数与实测结果的对比如表2所示。

含RF配方的计算燃速和燃速压力指数与
实验数据的对比列于表3中。

五、讨 论

1. 求解燃面温度 T_b 和相对扩散距离 η 数 值计算方法的选择

由改进的BDP多火焰模型的数学推导可知: 求燃面温度 T_b (方程(7))及相对扩散距离 η (方程(6))都是超越函数。超越函数的数值求解方法有多种, 如简单迭代法、牛顿迭代法及二分法等。简单迭代求解速度快, 但精度低, 如用简单迭代法求得的燃面温度 T_b , 输出的精度只有 $1\sim 2^\circ\text{C}$ 甚至更大。牛顿迭代的精度要高得多, 其精度可小至 0.05°C , 二分法求解的精度更高。

本文中的简化计算采用了牛顿迭代法, 没有采用二分法, 这是因为牛顿迭代法的运算速度比二分法要快得多, 而且燃面温度精度 0.05°C 已经足够了。在精确计算中对 T_b 和 η 的求解, 如果都采用牛顿迭代法, 则困难较大。因为, 在这种情况下, 如果燃面温度 T_b 采用牛顿迭代法求解, 则求 T_b 的导数将会变得非常困难。为了克服这一困难, 我们在精确计算中对 T_b 采用二分法求解, 对 η 采用牛顿迭代法, 这样, 不仅加快了运算速度, 而且也获得了足够高的精度。

简化计算采用牛顿迭代法, 其温度收敛区间是 $800\sim 1000\text{K}$, 温度迭代精度不小于 0.05°C 。精确计算时二分法求解燃面温度的步长是 2°C , 输出精度是 0.5°C , 相对扩散距离 η 的牛顿迭代精度是 0.0001 。

本文还编制和运行了计算燃面温度 T_b 和相对扩散距离 η 均采用二分法的程序。运算结果表明, 该程序与 T_b 和 η 分别用二分法和牛顿迭代法的程序相比, 在其它条件相同的情况下, 不论是程序的使用范围、输出的结果、还是运算的时间都是很相近的。

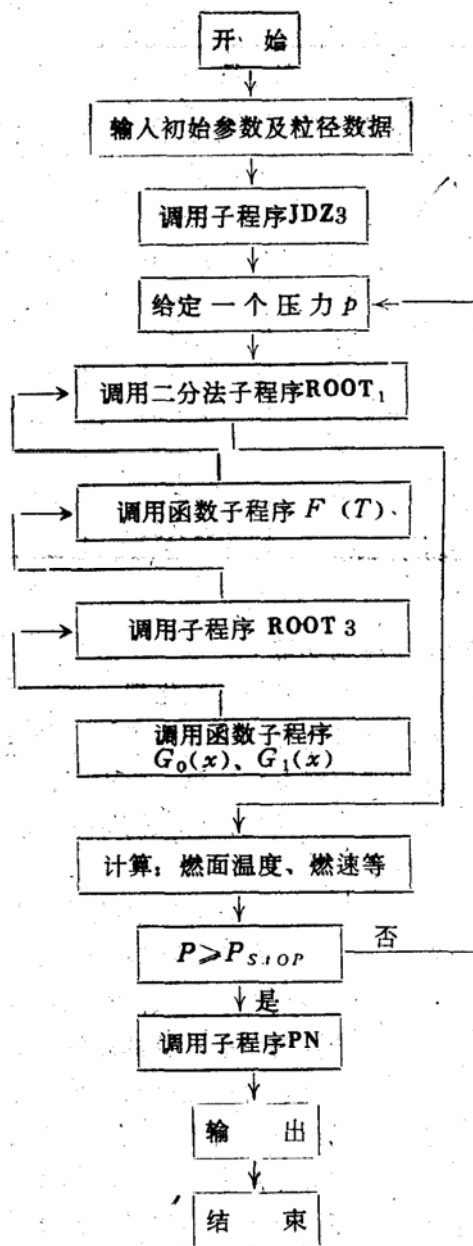


表1 高氯酸铵粒径分布

分级号	最大粒径 (cm)		最小粒径 (cm)		重量分数	
	含 Fe_3O_4 配方	含RF配方	含 Fe_3O_4 配方	含RF配方	含 Fe_3O_4 配方	含RF配方
1	0.0375	0.0375	0.0250	0.0251	0.0085	0.0231
2	0.0250	0.0251	0.0187	0.0188	0.4632	0.2073
3	0.0187	0.0188	0.0151	0.0151	0.0873	0.1327
4	0.0151	0.0151	0.0125	0.0137	0.0569	0.1573
5	0.0125	0.0137	0.0107	0.0101	0.1189	0.2707
6	0.0107	0.0101	0.0094	0.0083	0.2239	0.0937
7	0.0094	0.0083	0.0083	0.0075	0.0399	0.0231
8	0.0083	0.0075	0.0075	0.0063	0.0046	0.0127
9	0.0075	0.0063	0.0011	0.0054	0.0022	0.0193
10		0.0054		0.0011		0.0971

2. 程序的功能

本程序能对含多分散氧化剂、含铝及催化剂的HTPB推进剂的燃速及压力指数进行模拟计算。能够一次处理20个压力下，20种氧化剂颗粒级配及20个燃速催化剂浓度。以HTPB作为粘合剂的任何配方，计算一个压力、一个燃速催化剂浓度的复合推进剂燃速，在IBM-PC个人计算机上运算，简化计算仅需2~3秒钟，精确计算也仅需15~16分钟，比用PEM模拟运算的时间缩短了10倍。

本程序虽然仅模拟计算了含两种类型燃速催化剂(Fe_3O_4 和RF)的HTPB推进剂的燃速和压力指数，但是，如果稍稍改变一下参数，对含其它类型的燃速催化剂也可以进行计算。同样，粘合剂类型改变了，只需在数据块中改变某些性能参数也可以进行模拟计算。

3. 简化计算与精确计算的比较

简化计算与精确计算是针对火焰扩散混合距离 X_d 的计算而言的。当 X_d 采用扩散方程求解时，谓之精确计算，否则是简化计算。

虽然，简化计算程序设计的语句较少、结构简明、运算时间短，这在推进剂配方设计和发动机计算方面很有意义。但是，简化计算有其局限性。对含 Fe_3O_4 的基础配方，在燃烧室工作压力为3.85MPa下，氧化剂表征粒径在40 μm 以上才能有效；在表征粒径167 μm 时，燃烧室工作压力大于 $5.07 \times 10^5 \text{Pa}$ 才有效。对含RF的基础配方，在3.04MPa下，能计算的最小表征粒径是50 μm ；在表征粒径137 μm 下，最低工作压力是1.013MPa。而精确计算程序其最小工作压力可小至 $1.03 \times 10^5 \text{Pa}$ 以下，最小氧化剂颗粒直径可小至1 μm 以下。因此，工作压力范围和氧化剂颗粒直径对精确计算的程序来说可任一选取。精确计算的缺点是运算时间长。

表 2 理论计算与实测结果 (含 Fe_3O_4 配方)

精确计算燃速 (cm/s)					压 力 (MPa)	简 化 计 算 燃 速 (cm/s)					声 发 射 法 实 测 燃 速 (cm/s)				
催 化 剂 (Fe_3O_4) 含 量 (%)						催 化 剂 (Fe_3O_4) 含 量 (%)					催 化 剂 (Fe_3O_4) 含 量 (%)				
0.0	0.5	1.0	1.5	2.0		0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0
0.6060	0.7603	0.8282	0.8391	0.8128	3.92	0.6086	0.7616	0.8128	0.8281	0.8357	0.6116	0.774	0.828	0.848	0.873
0.6542	0.8663	0.9451	0.9578	0.9705	4.90	0.6788	0.8686	0.9270	0.9483	0.9590	0.6786	0.851	0.938	0.943	0.988
0.7408	0.9862	1.0620	1.0766	1.0445	5.88	0.7404	0.9614	1.0289	1.0562	1.0699	0.7386	0.955	1.025	1.047	1.078
0.7933	1.0444	1.1421	1.1579	1.1744	6.86	0.7950	1.0442	1.1201	1.1534	1.1701	0.7950	1.044	1.121	1.153	1.177
0.8264	1.1543	1.2458	1.2095	1.2270	7.85	0.8436	1.1185	1.2021	1.2414	1.2610	0.8487	1.119	1.218	1.232	1.277
0.4730	0.5938	0.5846	0.5398	0.5939	压力指数	0.4717	0.5497	0.5654	0.5849	0.5943	0.4717	0.5446	0.5507	0.5498	0.5416
0.1052	0.0852	0.0961	0.1158	0.0925	维也里 系 数	0.1071	0.1010	0.1013	0.0960	0.0936					

表 3 理论计算与实测结果 (含 RF 配方)

精确计算燃速(cm/s)					压力 (MPa)	简化计算燃速 (cm/s)					声发射燃速仪测定的燃速* (mm/s)						
催化 剂 (RF) 含 量 (%)						催化 剂 (RF) 含 量 (%)					催化 剂 (RF) 含 量 (%)						
0.0	0.5	1.0	2.0	2.5		0.0	0.5	1.0	2.0	2.5	0.0	0.25	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5
0.5833	0.7593	0.8173	0.8505	0.8704	2.94	0.5895	0.7808	0.8356	0.8674	0.8696	5.83	7.03	7.97	8.40	8.67	8.90	8.73
0.6526	0.9536	1.0160	1.0372	1.0252	4.41	0.7030	0.9595	1.0263	1.0625	1.0566	7.30	8.61	9.73	10.23	10.90	10.97	10.75
0.8149	1.0932	1.1623	1.1877	1.1896	5.88	0.8166	1.1051	1.1792	1.2162	1.2016	8.57	10.07	11.20	12.03	12.53	12.83	12.27
0.8899	1.2020	1.2426	1.2705	1.2722	6.86	0.8847	1.1875	1.2643	1.3010	1.2800	8.87	10.80	11.93	12.60	12.67	13.03	12.80
0.9713	1.2688	1.2762	1.3406	1.3421	7.84	0.9480	1.2604	1.3386	1.3735	1.3470	9.77	11.47	13.03	13.40	14.03	14.23	13.67
0.5366	0.5259	0.4657	0.4666	0.4494	压力指数	0.5196	0.4898	0.4824	0.4707	0.4782	0.52	0.50	0.49	0.48	0.47	0.47	0.45
0.0905	0.1276	0.1701	0.1748	0.1877	维也里 系数	0.0973	0.1481	0.1628	0.1759	0.1905							

* 此数据由吕振忠、郑子浩、刘培琼提供

六、结 语

1. 运用改进的BDP模型, 采用简化公式设计程序, 语句少、结构简明, 运算时间短, 对常用的推进剂配方和使用压力范围, 简化计算很适应。但是, 这种计算有其局限性, 在燃烧室工作压力和氧化剂粒径小于某个值后就不能得出计算结果。

2. 利用扩散方程对火焰扩散混合距离, 设计精确计算程序, 燃烧室工作压力在 $1.013 \times 10^5 \text{Pa}$ 以下、氧化剂粒径小至 $1\mu\text{m}$ 都能进行运算。因此, 工作压力和氧化剂粒径大小对精确计算的程序来说可任一选取, 而且可以提高到任一需要的精度。

3. 本文设计的复合推进剂燃速与压力指数的计算程序具有通用性, 它可应用于推进剂的配方研究、生产过程的质量控制以及发动机设计。

参 考 文 献

- (1) Beckstead, M.W., Derr, R. L. and Price, C.F.: A Model of Composite Solid Propellant Combustion Based on Multiple Flame, AIAA Journal, Vol. 8, No.12, pp200—227 (1970).
- (2) Chen, N.S., Derr, R.L. and Price C.F.: Extended Model of Solid Propellant Combustion Based on Multiple Flame, CPIA Publication 231, Vol. II, pp25—42(1972).
- (3) Sammons, G.D.: Solid Propellant Combustion Modeling, CPIA Pub.243, Vol. I, pp149—156(1973).
- (4) AD AO19674.
- (5) AD AO56892.
- (6) 彭培根: 复合固体推进剂燃速与压力指数的理论预测, 《推进技术》, 1985年, 第4期。

(上接第18页)

明显。

公式(3—5)还表明, p_o 也影响 F_R 、 $\psi + \delta$ 。因此, 还可取不同的 p_o 进行计算, 以取得更大的发动机轴向推力。

参 考 文 献

- (1) 孙思诚: 斜切喷管火箭发动机推力的近似计算, 《推进技术》, 1984.3。
- (2) 苗瑞生等: 火箭气体动力学, 北京工业学院。
- (3) 王有元等: 固体火箭发动机设计, 北京工业学院。

technical performances, production scale, purchase environments and other factors are analysed in this paper. By use of the Least Squares Method for statistic price data taken from the SRM purchase contracts, a usable method to estimate the CER and CEM of SRM's fly-away cost with satisfied precision are established. In addition, a new type of CER such as 'Cost = Constant • (Total quantity) performance' to indicate the relations among the product cost, total quantity and performance is also presented.

Keyword: Cost analysis, Cost estimate, Solid rocket engine, U.S.A.

INVESTIGATION ON THE NUMERICAL COMPUTATION METHODS TO SIMULATE THE BURNING RATE OF SOLID COMPOSITE PROPELLANTS

Peng Peigen Jiang Daizhi

(National University of Defence Technology)

Abstract

In this paper, a study on the numerical computation methods for burning rate is conducted based on modified BDP combustion model. Accurate solution and simplified expression are employed in diffusion flame simulation. It is shown that the calculation accuracy of accurate method is higher, of which in the computer program the combustion pressure range and particle size of oxidizers can be selected arbitrarily, and the simplified method are valid only for larger diameters of oxidizer particles and higher combustion pressures.

Keywords: Propellant burning rate, Simulation, Calculation method, Composite propellant, Solid rocket propellant

A EXPERIMENTAL STUDY ON VISCOELASTIC PROPERTIES OF SC₀₋₁ PROPELLANTS

Zhao Bohua Xin Zhenhe

(Beijing Institute of Technology)

Abstract

With dynamic viscoelasticity testing device DDV-Ⅱ-EA the dynamic viscoelastic properties of SC₀₋₁ solid propellant samples are measured, Main curves and formulae of complex modulus $E^*(\omega a_T)$ as well as stress relaxation modulus $E(t/a_T)$ are obtained through computerisation and analysis based on the principle of