1988年6月 推 进 技 术 Jun.1988
第 3 期 JOURNAL OF PROPULSION TECHNOLOGY No.3

纤维增强复合材料圆柱壳的屈曲计算

徐 秀 珍

摘 要

本文利用各向异性多层扁壳的大挠度方程，探讨了正交各向异性多层圆柱壳，在考虑偶合效应和沿厚度方向剪切变形时的轴压，外压及其联合作用下的稳定性问题。用逆解法，给出正交各向异性多层圆柱壳在薄膜力作用下的临界载荷算式。进行了实例计算，并与国内、外实例的实验值比较，符合得相当好。

主题词： 纤维增强复合材料，圆柱壳体，强度计算

符 号 表

x，y，z	直角坐标
N_x，N_y	壳体在分别垂直于 x，y 轴的二截面单位长度上的法向力
N_{xy}	壳体在垂直于 x 轴的截面单位长度上平行 y 轴的剪力
M_x，M_y、M_{xy}	x，y 轴向弯矩
O_x，Q_y	壳体在分别垂直于 x，y 轴的二截面单位长度上平行于 z 轴的剪力
q_x，q_y，q_z	壳体单位面积上分布载荷沿坐标轴的分量
u_0，v_0，w_0	壳体变形在 x，y，z 方向的位移
ϕ_y，ϕ_y	壳体在 x，y 方向的转角
u，v，w	壳体上任一点的位移
ε	应变
K	曲率
r_{xz}，r_{yz}	剪应变分量
A_{ij}	面内拉(压)刚度元
B_{ij}	偶合刚度元
C_{ij}	横向剪切刚度元
D_{ij}	弯曲刚度元
R	圆筒半径

一、前 言

JL型号发动机在发射过程中，圆柱段同时承受轴压，外压载荷作用。因此，固体火箭发动机复合材料壳体的稳定性是很突出、很重要的问题。

本文利用文献[1]的广义位移函数，用斯坦因(Stein)的非线性前屈曲一致理论，对屈曲全部基本方程进行了详细推导，采用线性理论进行简化。国内外的许多试验数值证明用线性理论，在考虑偶合效应和横向剪切变形时，计算大于8层的复合材料圆柱壳的屈曲载荷，是足够精确的。

由于固体火箭发动机复合材料壳体的圆柱段绝大多数大于8层，这就使刚度矩阵中的 A_{16}，A_{26}，B_{16}，B_{26}，D_{16}，D_{26} 接近于零，因而可以把复合材料圆柱壳简化为正交各向异性多层圆柱壳来研究。

二、复合材料圆柱壳的屈曲计算方法

1. 根据单元体在大挠度情况下的平衡，可以得到扁壳假定下圆柱壳的平衡方程

$$
\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial N_x}{\partial x}+\frac{\partial N_{xy}}{\partial y}+q_x=0\\
&\frac{\partial N_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial N_y}{\partial y}+q_y=0\\
&\frac{\partial M_x}{\partial x}+\frac{\partial M_{xy}}{\partial y}-Q_x+m_x=0\\
&\frac{\partial M_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial M_x}{\partial y}-Q_y+m_y=0\\
&\frac{\partial Q_x}{\partial x}+\frac{\partial Q_y}{\partial y}-\frac{N_y}{R}+\frac{\partial}{\partial_x}\left(N_x\frac{\partial w}{\partial x}+N_{xy}\frac{\partial w}{\partial y}\right)\\
&\quad+\frac{\partial}{\partial y}\left(N_{xy}\frac{\partial w}{\partial x}+N_y\frac{\partial w}{\partial y}\right)+q_z=0
\end{aligned}\right\}\tag{1}
$$

对于轴压、外压和面内剪力作用下的屈曲问题$q_x=q_y=0$。当坐标面选在中性面时，单位面积壳体内外表面上的分布外力对所选坐标轴的力矩$m_x=m_y=0$。

几何方程

$$u=u_0+z\phi_x,\quad v=v_0+z\phi_y,\quad w=w_0 \tag{2}$$

$$
\{\varepsilon\}=\begin{Bmatrix}
\dfrac{\partial u_0}{\partial x}+\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial w}{\partial x}\right)^2\\
\dfrac{\partial v_0}{\partial y}+\dfrac{w}{R}+\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial w}{\partial y}\right)^2\\
\dfrac{\partial u_0}{\partial y}+\dfrac{\partial v_0}{\partial x}+\dfrac{\partial w}{\partial x}\dfrac{\partial w}{\partial y}
\end{Bmatrix}\{K\}=\begin{Bmatrix}
\dfrac{\partial \phi_x}{\partial x}\\
\dfrac{\partial \phi_y}{\partial y}\\
\dfrac{\partial \phi_x}{\partial y}+\dfrac{\partial \phi_y}{\partial x}
\end{Bmatrix}\tag{3}
$$

$$r_{xz}=\frac{\partial w}{\partial x}+\phi_x,\qquad r_{yz}=\frac{\partial w}{\partial y}+\phi_y \tag{4}$$

剪力为

$$
\begin{Bmatrix}Q_x\\Q_y\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}C_{55}&C_{45}\\C_{45}&C_{44}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\dfrac{\partial w}{\partial x}+\phi_x\\\dfrac{\partial w}{\partial y}+\phi_y\end{Bmatrix}\tag{5}
$$

式中C_{44}，C_{45}，C_{55}[1]为剪切刚度系数。

对于正交各向异性壳$A_{16}=A_{26}=B_{16}=B_{26}=D_{16}=D_{26}=0$，则内力和弯矩为

$$
\begin{Bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & B_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & B_{12} & B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 & D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial u_0}{\partial x} + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \\ \dfrac{\partial v_0}{\partial y} + \dfrac{w}{R} + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\partial w}{\partial y}\right)^2 \\ \dfrac{\partial u_0}{\partial y} + \dfrac{\partial v_0}{\partial x} + \dfrac{\partial w}{\partial x}\dfrac{\partial w}{\partial y} \\ \dfrac{\partial \phi_x}{\partial x} \\ \dfrac{\partial \phi_y}{\partial y} \\ \dfrac{\partial \phi_x}{\partial y} + \dfrac{\partial \phi_y}{\partial x} \end{Bmatrix} \tag{6}
$$

圆柱壳受轴压，外压或扭转是轴对称问题。前屈曲变形是轴对称的，则方程(1)～(6)中对y求偏导数的项均消失，并且对x求偏导数的各项变成对x求导数。

屈曲时位移和内力均发生了微小增量。忽略圆柱壳的缺陷，考虑到屈曲时变形是非轴对称的，所以屈曲时的状态是x，y的函数。这样由屈曲状态减去前屈曲状态，就得到了屈曲的全部方程。将屈曲应变表达式代入内力表达式，再代入平衡方程，就得到一个齐次方程组。屈曲时载荷保持不变，这样在齐次边界条件下，就给出齐次方程组的特征值，即临界压力。

根据斯坦因非线性前屈曲一致理论，在求解时，要先解出前屈曲方程中的内力，从而保证方程的前屈曲解和边界条件的一致性。但是，前屈曲状态的平衡方程和几何方程有非线性项，给求解带来困难。如果采用传统做法，假定前屈曲状态用薄膜理论来描述，即假定前屈曲阶段的法向位移w是个常量。这就造成前屈曲状态与边界条件不一致，也就违背了斯坦因非线性前屈曲一致理论。但是，实践证明，对于正交各向异性多层圆柱壳，这样得到的解是足够精确的。于是屈曲的全部方程为

$$
\left.\begin{aligned}
&\frac{\partial \delta N_x}{\partial x} + \frac{\partial \delta N_{xy}}{\partial y} = 0 \\
&\frac{\partial \delta N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \delta N_y}{\partial y} = 0 \\
&\frac{\partial \delta M_x}{\partial x} + \frac{\partial \delta M_{xy}}{\partial y} - \delta Q_x = 0 \\
&\frac{\partial \delta M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \delta M_y}{\partial y} - \delta Q_y = 0 \\
&\frac{\partial \delta Q_x}{\partial x} + \frac{\partial \delta Q_y}{\partial y} - \frac{\delta N_y}{R} = -\left(\overline{N}_x \frac{\partial^2 \delta w}{\partial x^2} + 2\,\overline{N}_{xy}\frac{\partial^2 \delta w}{\partial x \partial y} + \overline{N}_y \frac{\partial^2 \delta w}{\partial y^2}\right)
\end{aligned}\right\} \tag{7}
$$

$$\{\delta\varepsilon\}=\begin{Bmatrix}\dfrac{\partial\delta u_0}{\partial x}\\[2ex] \dfrac{\partial\delta v_0}{\partial y}+\dfrac{\delta w}{R}\\[2ex] \dfrac{\partial\delta u_0}{\partial y}+\dfrac{\partial\delta v_0}{\partial x}\end{Bmatrix}\qquad \{\delta K\}=\begin{Bmatrix}\dfrac{\partial\delta\phi_x}{\partial x}\\[2ex] \dfrac{\partial\delta\phi_y}{\partial y}\\[2ex] \dfrac{\partial\delta\phi_x}{\partial y}+\dfrac{\partial\delta\phi_y}{\partial x}\end{Bmatrix}\tag{8}$$

$$\delta r_{xz}=\frac{\partial\delta w}{\partial x}+\delta\phi_x,\qquad \delta r_{yz}=\frac{\partial\delta w}{\partial y}+\delta\phi_y\tag{9}$$

$$\begin{Bmatrix}\delta Q_x\\ \delta Q_y\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}C_{55} & C_{45}\\ C_{45} & C_{44}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\dfrac{\partial\delta w}{\partial x}+\delta\phi_x\\[2ex] \dfrac{\partial\delta w}{\partial y}+\delta\phi_y\end{Bmatrix}\tag{10}$$

$$\begin{Bmatrix}\delta N_y\\ \delta N_y\\ \delta N_{xy}\\ \delta M_x\\ \delta M_y\\ \delta M_{xy}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & B_{12} & 0\\ A_{12} & A_{22} & 0 & B_{12} & B_{22} & 0\\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & B_{66}\\ B_{11} & B_{12} & 0 & D_{11} & D_{12} & 0\\ B_{12} & B_{22} & 0 & D_{12} & D_{22} & 0\\ 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & D_{66}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\dfrac{\partial\delta u_0}{\partial x}\\[2ex] \dfrac{\partial\delta v_0}{\partial y}+\dfrac{\delta w}{R}\\[2ex] \dfrac{\partial\delta u_0}{\partial y}+\dfrac{\partial\delta v_0}{\partial x}\\[2ex] \dfrac{\partial\delta\phi_x}{\partial x}\\[2ex] \dfrac{\partial\delta\phi_y}{\delta y}\\[2ex] \dfrac{\partial\delta\phi_x}{\partial y}+\dfrac{\partial\delta\phi_y}{\partial x}\end{Bmatrix}\tag{11}$$

在（11）式中，$\overline{N}_x$，$\overline{N}_y$，$\overline{N}_{xy}$为薄膜内力和剪力。δ表示屈曲时位移和内力的增量。

把(10)、（11）代入(7)得

$$\begin{bmatrix}L_{11} & L_{12} & L_{13} & L_{14} & L_{15}\\ L_{21} & L_{22} & L_{23} & L_{24} & L_{25}\\ L_{31} & L_{32} & L_{33} & L_{34} & L_{35}\\ L_{41} & L_{42} & L_{43} & L_{44} & L_{45}\\ L_{51} & L_{52} & L_{53} & L_{54} & L_{55}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\\ \\ \\ \\ \\ \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}0\\ 0\\ 0\\ 0\\ \overline{N}_x\dfrac{\partial^2\delta w}{\partial x^2}+2\overline{N}_{xy}\dfrac{\partial^2\delta w}{\partial x\partial y}+\overline{N}_y\dfrac{\partial^2\delta w}{\partial y^2}\end{Bmatrix}\tag{12}$$

在（12）式中

$$
\left.\begin{aligned}
&L_{11}=A_{11}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+A_{66}\frac{\partial^2}{\partial y^2}\\
&L_{12}=L_{21}=(A_{12}+A_{66})\ \frac{\partial^2}{\partial x\partial y}\\
&L_{13}=L_{31}=B_{11}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+B_{66}\frac{\partial^2}{\partial y^2}\\
&L_{14}=L_{41}=L_{23}=L_{32}=(B_{12}+B_{66})\ \frac{\partial^2}{\partial x\partial y}\\
&L_{15}=L_{51}=\frac{A_{12}}{R}\frac{\partial}{\partial x}\\
&L_{22}=A_{66}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+A_{22}\frac{\partial^2}{\partial y^2}\\
&L_{24}=L_{42}=B_{66}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+B_{22}\frac{\partial^2}{\partial y^2}\\
&L_{25}=L_{52}=\frac{A_{22}}{R}\frac{\partial}{\partial y}\\
&L_{33}=D_{11}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+D_{66}\frac{\partial^2}{\partial y^2}-C_{55}\\
&L_{34}=L_{43}=(D_{12}+D_{66})\ \frac{\partial^2}{\partial x\partial y}-C_{45}\\
&L_{35}=L_{53}=\left(\frac{B_{12}}{R}-C_{55}\right)\frac{\partial}{\partial x}-C_{45}\frac{\partial}{\partial y}\\
&L_{44}=D_{66}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+D_{22}\frac{\partial^2}{\partial y^2}-C_{44}\\
&L_{45}=L_{54}=-C_{45}\frac{\partial}{\partial x}+\left(\frac{B_{22}}{R}-C_{44}\right)\frac{\partial}{\partial y}\\
&L_{55}=\frac{A_{22}}{R^2}-C_{55}\ \frac{\partial^2}{\partial x^2}\ -2C_{45}\ \frac{\partial^2}{\partial x\partial y}-C_{44}\frac{\partial^2}{\partial y^2}
\end{aligned}\right\} \tag{13}
$$

2. 求屈曲载荷

固体火箭发动机壳体是由圆柱段，前、后封头及裙构成的。发动机壳体通过裙与其它构件相连。封头和裙为圆柱段提供了弹性支撑。圆柱段两端简化为广义的S_2简支边界条件[3]，坐柱原点选在圆柱壳的一端，x轴平行其对称轴。

在$x=0$，L处

$\delta N_x=0$，$\delta M_x=0$，$\delta v_o=0$，$\delta w=0$，$\delta\phi_y=0$

为了满足屈曲方程和边界条件，并求得闭合形式解，设屈曲广义位移波函数为

$$\left.\begin{aligned}\delta u_o&=u_{mn}\cos\alpha x\sin\beta y\\ \delta v_o&=v_{mn}\sin\alpha x\cos\beta y\\ \delta\phi_x&=\phi_{xmn}\cos\alpha x\sin\beta y\\ \delta\phi_y&=\phi_{ymn}\sin\alpha x\cos\beta y\\ \delta w&=w_{mn}\sin\alpha x\sin\beta y\end{aligned}\right\}\tag{14}$$

式中 u_{mn}、v_{mn}、ϕ_{xmn}、ϕ_{ymn}、w_{mn}为屈曲广义位移波形函数的幅值。

$$\alpha=\frac{m\pi}{L},\qquad\qquad \beta=\frac{n}{R}\tag{15}$$

式中 R为圆筒半径，L为圆筒长，m是纵向半波数，n为环向全波数，m、n 是正 整 数。将（14）代入（12）得

$$\begin{vmatrix}T_{11}&T_{12}&T_{13}&T_{14}&T_{15}\\T_{21}&T_{22}&T_{23}&T_{24}&T_{25}\\T_{31}&T_{32}&T_{33}&T_{34}&T_{35}\\T_{41}&T_{42}&T_{43}&T_{44}&T_{45}\\T_{51}&T_{52}&T_{53}&T_{54}&T_{55}\end{vmatrix}\begin{Bmatrix}u_{mn}\\v_{mn}\\\phi_{xmn}\\\phi_{ymn}\\w_{mn}\end{Bmatrix}=0\tag{16}$$

式中

$$\left.\begin{aligned}T_{11}&=A_{11}\alpha^2+A_{66}\beta^2\\ T_{12}&=T_{21}=(A_{12}+A_{66})\alpha\beta\\ T_{13}&=T_{31}=B_{11}\alpha^2+B_{66}\beta^2\\ T_{14}&=T_{41}=T_{23}=T_{32}=(B_{12}+B_{66})\alpha\beta\\ T_{15}&=T_{51}=-\frac{A_{12}}{R}\alpha\\ T_{22}&=A_{66}\alpha^2+A_{22}\beta^2\\ T_{24}&=T_{42}=B_{66}\alpha^2+B_{22}\beta^2\\ T_{25}&=T_{52}=-\frac{A_{22}}{R}\beta\\ T_{33}&=D_{11}\alpha^2+D_{66}\beta^2+C_{55}\\ T_{34}&=T_{43}=(D_{12}+D_{66})\alpha\beta\\ T_{35}&=T_{53}=-\left(\frac{B_{12}}{R}-C_{55}\right)\alpha\\ T_{44}&=D_{66}\alpha^2+D_{22}\beta^2+C_{44}\\ T_{45}&=T_{54}=-\left(\frac{B_{22}}{R}-C_{44}\right)\beta\\ T_{55}&=\frac{A_{22}}{R^2}+C_{55}\alpha^2+C_{44}\beta^2+\overline{N}_x\alpha^2+2\overline{N}_{xy}\alpha\beta+\overline{N}_y\beta^2\end{aligned}\right\}\tag{17}$$

式（16）是齐次线性代数方程组，非零解的充分与必要条件是它的系数行列式等于零。求屈曲载荷，就是求方程（16）的最小特征值。

对于前屈曲无矩状态，圆柱壳在外压和轴压作用下，$\overline{N}_{xy}=0$。

在均匀外压力q作用下，$\overline{N}_x=-qR/2$，$\overline{N}_y=-qR$，$m=1$，由于环向单值要求n为正整数。求得的最小特征值q，就是外压失稳的临界压强。

在均匀轴压力p_1作用下，$\overline{N}_x=-p_1$，$\overline{N}_y=0$，m、$n=1$、2、3…，求得最小特征值p_1，再由公式

$$p_{cr}=\int_0^{2\pi}Rp_1\mathrm{d}s \tag{18}$$

得到临界载荷p_{cr}的值。

在均匀轴压，外压联合作用时，$\overline{N}_x=-p_1$，$\overline{N}_y=-Rq$，$m=1$，$n=1$、2、3…。当轴压载荷一定时，则最小特征值即为外压的临界压强。反之，当均匀外压力q一定时，最小特征值为p_1，再由公式(18)就得到轴压临界载荷值。

当然，如果圆柱壳的轴压临界载荷p_{cr}和外压临界压强q_{cr}均已知道，并且轴压载荷p或外压强度q已知其一，就可以用相关性方程

$$\frac{p}{p_{cr}}+\frac{q}{q_{cr}}=1 \tag{19}$$

求得轴压，外压联合作用时的临界压力q或p。

三、实验及实例计算

我们成功地完成了一台P_g-ϕ155玻璃钢壳体的外压失稳试验和P_g-M_1、P_g-M_2两台玻璃钢壳体的轴压失稳试验。它们的弹性常数见表1。几何参数，实验临界压强及理论计算临界压强列入表2。

表1　P_g－Φ155、P_g－M1和P_g－M2试件的材料常数

内　容	弹性模量（MPa）	泊　松　比	剪切模量（MPa）	体　积　含　量
纤　维	$E_f=63743$	$\nu_f=0.22$	$G_f=26478$	0.6263
基　体	$E_m=3628.5$	$\nu_m=0.35$	$G_m=1373$	0.3737

表2

试件编号	工　况	长　度（cm）	内壁半径（cm）	厚度（mm）和缠绕角（度）	实验临界压强（压力）	理论临界压强（压力）	实验值/理论值 %
P_g-Φ155	外压	15.5	7.75	0.7,8.2°/0.88,90°	0.4099MPa	0.4105MPa	99.85
P_g-M1	轴压	121.9	23.6	1.2,8.6°/1.8,90°	4.903×10^5N	5.072×10^5N	96.67
P_g-M2	轴压	135.9	23.8	1.7,21.9°/2.14,90°	6.08×10^5N	6.19×10^5N	98.2

文献〔7〕提供了日本人[10][11]的一组轴压试验件的材料和几何参数，如表3。日本人做的轴压试验临界压力、经典解，本文的理论计算结果及文献〔7〕的计算值均列人表4。

表3

材料：碳纤维/环氧	几何参数
$E_{11}=1367$ MPa	圆柱壳内半径$R=100$mm
$E_{12}=81.69$ MPa	圆柱长 $L=300$mm
$G_{12}=47.46$ MPa	单层厚 $t=0.125$mm
$\nu_{12}=0.316$	层数 8层

表4

反对称斜交铺层 缠绕角(度) 层数 总厚度(mm)	本文解	文献〔10〕〔11〕解		文献〔7〕解	实验值比本文解(%)
	屈曲应力 $\overline{\sigma}_{cr}$ (MPa)	经典解 $\overline{\sigma}_{cr}$ (MPa)	实验值 σ_{cr} (MPa)	屈曲应力 $\overline{\sigma}_{cr}$ (MPa)	
AA—20—8—1	1.777	1.795	1.314	1.788	73.9
AA—45—8—1	1.549	1.569	0.905	1.604	58.4
AA—70—8—1	1.769	1.795	1.28,1.25	1.778	72.4,70.7

表5

试件编号	壁厚H (cm)	纤维体积含量	壳体叠层方式	内半径$R=11.5$cm 长度$L=32$cm
SG—01	0.142	0.59	$\frac{H}{3},90°/\frac{H}{3},15°/\frac{H}{3},90°$	纤维和基体弹性常数
SG—03	0.142	0.62	$\frac{H}{3},90°/\frac{H}{3},0°/\frac{H}{3},90°$	$E_f=196133$ MPa
SG—04	0.136	0.61	同上	$G_f=26478$ MPa
SG—05	0.142	0.60	同上	$\nu_f=0.23$ $E_m=2942$ MPa
SG—06	0.140	0.60	同上	$G_m=1373$ MPa
SG—07	0.131	0.60	$\frac{H}{3},90°/\frac{H}{3},45°/\frac{H}{3},90°$	$\nu_m=0.35$

文献〔8〕提供的一组试验件的物理及几何参数列入表5。当轴压一定时，实测的外压临界应力、本文解和文献〔8〕的解均列入表6。

表6

试件编号	预轴压力 $p\times10^3$ (N)	外压试验临界压强 q_{cr} (MPa)	本文解		文献〔8〕解	
			$\overline{q}_{cr}$ (MPa)	$q_{cr}/\overline{q}_{cr}$ %	$\overline{q}_{cr}$ (MPa)	$q_{cr}/\overline{q}_{cr}$ %
SG—01	78.53	0.2942	0.3430	85.8	0.4031	73.0
SG—03	19.69	0.4080	0.4899	83.3	0.4805	84.9
SG—04	24.60	0.3658	0.4235	86.4	0.4266	85.7
SG—05	39.31	0.3854	0.4295	89.7	0.4629	83.3
SG—06	19.69	0.4246	0.4715	90.0	0.4952	85.7
SG—07	45.78	0.1961	0.3253	60.3	0.2893	67.8

以上所举的算例均属于中长壳，并且都大于8层。由实例计算结果说明：

（1）纤维增强复合材料圆柱壳随着层数的增加，正交各向异性增强了，偶合效应的影响降低了。

（2）固体发动机的封头和裙为圆柱段提供了弹性支撑。理论计算假设为S_2简支边界条件是合理的。

（3）本文假设前屈曲变形是个常量。实例的轴压、外压及其联合作用时的临界应力，实验值与理论值之比一般在70%～99%之间。这说明前屈曲变形对中长纤维缠绕复合材料圆柱壳轴压、外压或轴外压联合作用时的影响降低了。

（4）文献〔8〕只考虑了偶合效应，没有考虑横向剪切变形引起的刚度矩阵的变化。比较表6中的本文解和文献〔8〕的解可知，横向剪切使刚度矩阵发生变化，多数情况下，可使轴压、外压或其联合作用下的临界应力下降，但也有微弱上升的情况。如表6中的SG-03和SG-07两个试件。

（5）由表4和表6可知，缠绕角是45°时，纤维缠绕复合材料圆柱壳的轴压、外压临界应力降低了；而且，理论值与实验值比较，精度较差。这说明铺层方向是很重要的。本文对同一个结构，尺寸不变，只改变铺层方向，理论计算的轴压、外压临界应力均不相同。

（6）本文对同一个结构，改变其厚度，发现厚度增加10%，其轴压或外压临界应力可以提高20%左右。

（7）提高剪切模量，可使轴压或外压临界应力有微弱提高。

（8）实例计算的理论值与实验值如此接近，说明复合材料圆柱壳对缺陷的敏感度下降了。从而使模型的制做更加容易，使产品重量减轻了。这充分反映复合材料的优越性。

（下转第29页）

离，从而提高了扩压器的静压恢复系数，改善了扩压器出口流场的均匀性。

2. 在扩压壁上安装与角落涡片构成同向旋转的适当结构参数的涡流片可以进一步改善角落区域的流动，使扩压器静压恢复系数进一步提高。

3. 安装涡流发生器后不仅改善了扩压器稳态性能（$M_1=0.3$时C_p提高14%，$\overline{D}$ 下降26%；$M_1=0.7$时C_p提高17.5%）而且使扩压器出口最大脉动总压紊流度下降21.4%。

参 考 文 献

〔1〕 Gessner, F. B., Chan, Y. L.: Flow in a Rectangular Diffuser with Local Flow Detachment in the Corner Region, Trans.of the ASME J. of Fluids Engineering, Vol.105 June 1983.

〔2〕 Neumann, H. E., Povinelli L. A., Coltrin, R. E.: An Analytical and Experimental Study of Short S-Shaped Subsonic Diffuser of a Supersonic Inlet, AIAA Paper №80-0386, 1980.

〔3〕 Senoo, Y., Nishi, M.: Improvement of the Performance of Conical Diffusers by Vortex Generators, Trans.of the ASME J. of Fluids Engineering March 1974.

〔4〕 Chen Xiao, Fang Liangwei: Application of Vortex Generators in Flow Control of the Inlet, ASME Paper 85-IGT-74.

（上接第38页）

参 考 文 献

〔1〕 王震鸣，刘国玺，吕明身：各向异性多层扁壳的大挠度方程，«应用数学和力学»，第3卷，第1期，1982年1月。

〔2〕 周承倜：«薄壳弹塑性稳定性理论»，第一版，国防工业出版社，1978年12月。

〔3〕 周承倜，周建平：«非线性稳定性理论»，下册，«应用数学和力学»讲座讲义（第三十一期），杭州，1984年4月。

〔4〕 刘锡礼，王秉权：«复合材料力学基础»，第一版，中国建筑工业出版社，1979年12月。

〔5〕 〔美〕R，M.琼斯著，朱颐龄等译校：«复合材料力学»，第一版，上海科学技术出版社，1981年6月。

〔6〕 周承芳：玻璃纤维缠绕复合材料旋转壳体的弹性系数计算，«大连工学院报»，第21卷，第2期，1982年6月。

〔7〕 郭明：复合材料圆柱壳轴压临界载荷计算，«固体火箭推进»，1982年第2期。

〔8〕 刘丽娜：碳/环氧复合材料圆柱壳在联合载荷作用下临界值的计算与分析，«复合材料应用技术交流会论文集»，航天部华北技术交流站，1985年10月。

〔9〕 王震鸣，戴涪陵：正交各向异性的多层，夹层和加筋扁壳的弯曲、稳定和震动，«力学学报»，1983年9月第5期。

〔10〕 Uemura, M.etal: Coupling Effect on Axial Compressive Buckling of Laminated Composite Cylindrical Shells, «Progress in Science and Engineering of Composite», ICCM-IV, Tokyo, 1982.

〔11〕 平野阳一：«日本航空宇宙学会志», Vol.32, No.360 1984.