

关于平衡压力的几个问题

王 德 佩

摘 要

本文论述了定义物理量的基本要求并对平衡压力下了定义。然后, 简略地证明了平衡压力的稳定条件以及燃烧室压力与平衡压力的近似关系。对于侧面燃烧装药的固体火箭发动机, 在稳定条件下, 燃烧室压力-时间曲线上只有少数特殊点处于平衡状态工作, 而大量的其它点处于准平衡状态下工作。

主题词: 固体火箭发动机, 推力室压力

符 号 表

A_b —燃烧面积	A_t —喷喉面积
b —燃速系数	C^* —特征速度
K —面喉比	Γ —比热比的函数
M —装填参量	$\dot{m}_b$ —燃气每秒生成量
$\dot{m}_t$ —燃气每秒流出量	$\Delta \dot{m}$ —燃气每秒净增量
n —燃速压力指数	p —燃烧室压力
p_{eq} —平衡压力	ρ_g —燃气密度
ρ_p —火药密度	R —气体常数
r —火药燃速	T —燃气温度
t —时间	V —燃烧室自由容积

一、前 言

平衡压力是固体火箭发动机中一个常用的重要概念。无论在理论上、在工程设计上还是对火箭发动机工作过程的理解上都具有重要的作用。本文仅就平衡压力的定义、平衡压力与燃烧室压力之间的关系以及平衡压力的实际意义等问题进行一些探讨。

为了讨论问题方便、鲜明起见, 本文着重考虑零维情况、并假设:

- 1) 燃气为完全气体;
- 2) 火药装药的燃烧服从几何燃烧定律;
- 3) 火药装药燃烧完全, 且在燃烧过程中燃温不变;
- 4) 不考虑侵蚀燃烧效应;
- 5) 燃气在喷管中的流动为一维准定常流动。

二、关于平衡压力的定义

定义是揭示概念内涵的逻辑方法。在自然科学领域，一个物理量的定义应能反映该物理量的本质属性，而且，一般也能根据定义导出该物理量的数学表达式。

平衡压力是一个物理量，它的定义也应符合上述对定义的基本要求。

根据燃气质量守恒关系，不难得出求解燃烧室压力的常微分方程

$$\frac{V}{RT} \frac{dp}{dt} = \dot{m}_b - \dot{m}_l$$

由上式可以看出，当 $\dot{m}_b > \dot{m}_l$ 时， $\frac{dp}{dt} > 0$ ，燃烧室压力升高。当 $\dot{m}_b < \dot{m}_l$ 时， $\frac{dp}{dt} < 0$ ，燃

烧室压力降低。当 $\dot{m}_b = \dot{m}_l$ 时， $\frac{dp}{dt} = 0$ ，这时燃气每秒生成量等于每秒流出量，燃烧室内的燃气质量处于平衡状态。在此状态下的燃烧室压力称为平衡压力。据此平衡压力可定义为：平衡压力是燃烧室内燃气每秒生成量等于每秒流出量时的燃烧室压力。

当采用线性燃速定律时，

$$\dot{m}_b = \rho_p A_b b p n$$

$$\dot{m}_l = \frac{A_l}{C^*} p$$

根据定义可导出平衡压力的数学表达式为

$$p_{eq} = (C^* \rho_p b K)^{\frac{1}{1-n}} \quad (2)$$

按定义的一般规律，主词应是所下定义的概念，而谓词应是最邻近的较高的属和种差。对上述平衡压力的定义来说，主词是平衡压力，而最邻近的较高的属是燃烧室压力，种差是燃气的每秒生成量等于每秒流出量。种差“燃气每秒生成量等于每秒流出量”是定义揭示平衡压力本质属性的必备条件，而不是定义中并非必要，可以摆脱的限制条件。摆脱种差就无从定义了。

由(2)式可知，平衡压力是火药性质，装药尺寸及发动机结构的函数。这些因素与发动机的装填条件有关。为了方便可引入装填参量 M ，令 $M = C^* \rho_p b K$ ，则得

$$p_{eq} = M^{\frac{1}{1-n}} \quad (2')$$

上式反映了组成装填参量的各因素对平衡压力的影响及其影响程度。虽然平衡压力与装填参量之间的关系是由定义导出的，而且存在相互对应的关系，但是，不宜于用装填参量来定义平衡压力，因为即使所用火药相同，对不同的火箭发动机，可有多种燃烧面积与喷喉面积组成相同的面喉比而得到相同的 M 值；也可由多种药形组成相同的 M 值，从而得到相同的 p_{eq} 值。换言之，相同的 p_{eq} 值可表征不同的装填状况。因此，用装填状况定义平衡压力是不合适的，而且不符合对定义的基本要求。

当然，定义应随着科学技术的发展以及人们对对象本质认识的深化而改变、补充或修正。例如，60年代初，考虑到燃气每秒生成量 $\rho_p A_b r$ 中，除一部分流出燃烧室之外，还有一部分用来充填燃去火药的容积所需要的燃气量 $\rho_g A_b r$ 。因此，燃烧室内燃气的实际平衡状态应是每秒净增量

$$\Delta \dot{m} = (\rho_p - \rho_g) A_b r$$

等于每秒流出量。于是将平衡压力的定义改为^[4]：平衡压力是燃气每秒净增量等于每秒流出量时的燃烧室压力。据此定义导出了其数学表达式

$$p_{eq} = \left[M \left(1 - \frac{\rho_g}{\rho_p} \right) \right]^{\frac{1}{1-n}}$$

当 $\rho_g \ll \rho_p$ 时, $\frac{\rho_g}{\rho_p} \ll 1$, 于是在忽略燃气充填量时, 仍得 $p_{eq} = M^{\frac{1}{1-n}}$

但是, 补充、修正以至改变了的定义, 仍应符合对定义的基本要求。

三、平衡压力与燃烧室压力的关系

平衡压力与燃烧室压力既有区别又有联系。其区别, 从平衡压力的定义中已可明瞭。这里着重讨论二者之间的联系。

1. 平衡压力与燃烧室压力的稳定性

燃烧室压力方程

$$\frac{V}{RT} \frac{dp}{dt} = \dot{m}_b - \dot{m}_t$$

中, 通常 $\frac{V}{RT}$ 很小, 可将上式看成是微系数常微分方程。上式的蜕化方程恰好是平衡压力方程

$$\dot{m}_b - \dot{m}_t = 0$$

解之可得

$$p_{eq} = M^{\frac{1}{1-n}}$$

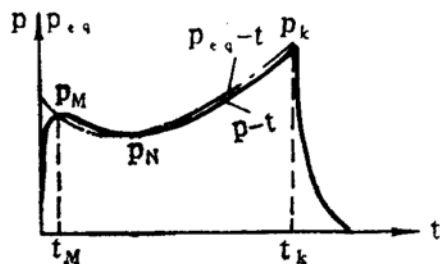


图1 $p_{eq}-t$ 曲线、 $p-t$ 曲线示意图

对于燃烧面随时间发生变化的固体火箭发动机, 由于 M 随时间发生变化, p_{eq} 也随时间发生变化, 所以平衡压力方程的解即形成 $p_{eq}-t$ 曲线, 如图1中虚线所示。根据吉洪诺夫, A.H. 微系数常微分方程解的稳定性理论可以证明^[3], 若蜕化方程即平衡压力方程的解是稳定的, 则原方程即燃烧室压力方程的解也是稳定的, 并且迅速趋近于蜕化方程的解。因此, 可用平衡压力方程的解作为燃烧室压力方程的近似解。

如令 $f(p, t) = \dot{m}_b - \dot{m}_t$, 可以看出, 在 $p_{eq}-t$ 曲线上, 倘若由于其某些因素的影响使得 p_{eq} 偏离该曲线, 当 $\frac{\partial f(p, t)}{\partial p} < 0$ 时, 平衡压力向升高方向偏离, 则在影响因素消失后, $f(p, t)$ 必将减小, 从而自动恢复到平衡压力; 如平衡压力向降低方向偏离, 在影响因素消失后, $f(p, t)$ 必增大, 从而也能自动恢复到平衡压力, 可见, 在 $\frac{\partial f(p, t)}{\partial p} < 0$ 的情况下, 蜕化

方程的解是稳定的。根据同样分析可知, $\frac{\partial f(p, t)}{\partial p} > 0$ 时蜕化方程的解是不稳定的。于是,

从对蜕化方程解的稳定性分析得到了稳定条件

$$\frac{\partial f(p, t)}{\partial p} < 0$$

$$\text{即} \quad \frac{d\dot{m}_b}{dp} < \frac{d\dot{m}_t}{dp}$$

对于线性燃速定律可得稳定条件为 $n < 1$ 。

应着重指出，在 $p_{eq}-t$ 曲线的上方及下方都属于燃烧室压力方程解的区域。偏离 $p_{eq}-t$ 曲线的压力实际上已经是燃烧室压力。因此，在满足稳定条件的情况下，燃烧室压力总是向平衡压力趋近且稳定于平衡压力。据此可知，平衡压力的稳定性反映了燃烧室压力的稳定性，平衡压力的稳定条件也表征了燃烧室压力的稳定条件。可以说，仍在平衡压力是燃烧室压力稳定的前提， $\frac{d\dot{m}_b}{dp} < \frac{d\dot{m}_t}{dp}$ 是燃烧室压力稳定的必要条件。讨论燃烧室压力稳定性离不开平衡压力。

2. 平衡压力与燃烧室压力的近似解

固体火箭发动机的燃烧室压力方程与平衡压力方程是描述同一物理过程的两个物理量随时间变化关系的数学方程。正如上文所述，燃烧室压力方程是微系数常微分方程，在满足稳定条件的情况下，可以用平衡压力方程的解作为燃烧室压力方程的近似解。

将 $p_{eq} = (C^* \rho_p b K)^{\frac{1}{1-n}}$ 代入方程(1)可以得到

$$p = p_{eq} \left[1 - \frac{V}{RT} \frac{C^*}{A_t p^n p_{eq}^{1-n}} \frac{dp}{dt} \right]^{\frac{1}{1-n}} \quad (3)$$

从上式不难发现，除满足稳定条件 $\frac{d\dot{m}_b}{dp} < \frac{d\dot{m}_t}{dp}$ 外，还需 $\frac{dp}{dt}$ 较小即 $\dot{m}_b \approx \dot{m}_t$ ，也就是在所谓 $p-t$ 曲线平衡段才能用平衡压力作为燃烧室压力的近似解。对于 $p-t$ 曲线的上升段及阶梯压力曲线的过渡段，尽管 $\frac{V}{RT}$ 较小，但 $\frac{dp}{dt}$ 较大，所以，不能用平衡压力作为燃烧室压力的近似解。

由(3)式还可看出，当 $\frac{dp}{dt} > 0$ 时， $p < p_{eq}$ ，燃烧室压力略低于平衡压力，

如图1中 $p_m \sim p_N$ 段所示；当 $\frac{dp}{dt} < 0$ 时， $p > p_{eq}$ ，燃烧室压力略高于平衡压力，如图1中

$p_N \sim p_K$ 段所示。当 $\frac{dp}{dt} = 0$ 时， $p = p_{eq}$ ，即在 $p-t$ 曲线上， $\frac{dp}{dt} = 0$ 处，如图1中 p_M 及 p_N 点，燃烧室压力等于平衡压力。当然，实际 $p-t$ 曲线要比上述情况复杂得多。

在 $p-t$ 曲线平衡段，通常 $\frac{V}{RT} \frac{C^*}{A_t p^n p_{eq}^{1-n}} \frac{dp}{dt} \ll 1$ ， $p \approx p_{eq}$ 用平衡压力作为燃烧室压力的近似解可以保证一定的精度。因此，这种近似计算的方法不失为一种简便可行的方法。至于是否运用这种近似解法，主要决定于设计工作任务，计算精度要求以及所具备的计算工具等具体条件。是否用平衡压力求燃烧室压力，并不影响平衡压力这一概念存在的必要性。

3. 平衡压力与燃烧室压力的工作状态

如前文所述,在固体火箭发动机 $p-t$ 曲线上, $\frac{dp}{dt} = 0$ 处 $\dot{m}_b = \dot{m}_l$, 燃烧室压力处于平衡状态下工作。那么,在 $\frac{dp}{dt} \neq 0$ 处,燃烧室压力处于什么状态下工作?

由于装填参量随时间发生变化,随着时间的推移,燃气每秒生成量等于燃气每秒流出量的平衡状态也发生变化,即由一个平衡状态过渡到另一个新的平衡状态,因此, $p_{eq}-t$ 曲线是一个动平衡过程。

在固体火箭发动机的装药点燃之后,由于满足稳定条件,燃烧室压力迅速升高,而且,必然向 $p_{eq}-t$ 曲线趋近,形成 $p-t$ 曲线的上升段。该段属于由不平衡向平衡状态过渡的过渡段。

因为满足稳定条件,所以燃烧室压力一旦达到或接近平衡压力之后,如无其他因素的影响,燃烧室压力不会偏离平衡压力。但是随着时间的推移,当装填参量发生变化时,平衡状态也随之发生相应的变化。此时,燃烧室压力总能自动地迅速趋近于新的平衡状态所对应的新的平衡压力,从而形成了与 $p_{eq}-t$ 曲线相接近的 $p-t$ 曲线,即所谓平衡段。这样,在 $p-t$ 曲线平衡段,除 $\frac{dp}{dt} = 0$ 的各点处于平衡状态外,燃烧室压力总是向平衡压力趋近并在接近平衡状态即 $\dot{m}_b \approx \dot{m}_l$ 的准备状态下工作。也只有这样,火箭发动机才能持续地工作下去,直到火药燃烧结束为止。

四、结 束 语

众所周知,固体火箭发动机中,燃气每秒生成量与每秒流出量的多少决定了表征火箭发动机热力过程的重要参数——燃烧室压力的高低。而平衡压力正是燃气每秒生成量等于每秒流出量这一特定状态下的燃烧室压力。因此,平衡压力的定义应能揭示这个本质属性。

平衡压力是个重要的概念。它对固体火箭发动机工作过程的理解、燃烧室压力稳定性的分析、稳定条件的导出以及燃烧室压力的计算等许多方面具有重要作用。因此,尽管由于电子计算机的出现,因而可以不用平衡压力近似计算燃烧室压力,但平衡压力的概念仍有它的存在价值。

参 考 文 献

- (1) 杨文成:关于工作压力的概念,《推进技术》,1982, No.1。
- (2) 胡大亿:关于平衡压力概念的商榷,《推进技术》,1986, No.3。
- (3) 王德佩:压力-时间曲线平衡段近似解法的数学分析,炮兵技术学院《教学与研究》,1985, No.2。
- (4) 王德佩 鲍弘仁:固体火箭发动机原理,炮兵工程学院,1963年版。
- (5) 董师颜等:固体火箭发动机原理,国防工业出版社,1983年版。

致读者:关于固体火箭发动机燃烧室平衡压力问题的讨论,本刊自1982年第2期开始到本期为止,已经陆续发表了三篇文章。经过讨论,我们认为就平衡压力的概念和意义,已经有了深入的理解,这个问题的公开讨论到此结束。

(本刊编辑部)

dynamic and static performance of the regulator. The validation of the method suggested in this paper is confirmed by the experimental results.

Keywords: Controllable thrust rocket engine, Engine control system, Dynamic characteristic, Static characteristic

SOME PROBLEMS ON THE EQUILIBRIUM PRESSURE

Wang Depei

Abstract

In this paper, the fundamental requirements for defining the physical parameters are discussed, and the equilibrium pressure is defined. The stable condition of equilibrium pressure and the approximate relationship between the chamber pressure and the equilibrium pressure are derived. In the case of a side-burning grain of a solid propellant rocket engine, only few particular points along the chamber pressure versus time curve under the stable condition are kept in equilibrium. The rest on the curve remain in quasi equilibrium.

Keywords: Solid rocket engine, Thrust chamber pressure

COMPOSITE SOLID PROPELLANT TOWARD HIGH ENERGY

Wang Wenjun

Abstract

This paper reviewed the development trend of high energy composite solid propellant in foreign countries recent years, and pointed out three ways in realizing high energy solid propellant. HTPB propellants which contain nitroamine compounds and/or high level of solid, NEPE propellants, and propellants containing beryllium, boron and azide compounds etc. At the end of the paper, some ideas about how to develop high energy solid propellant in China were presented.

Keywords: High energy propellant, Solid propellant