

轴对称突扩直管流场计算

才大颖 张 唯 臧令千

摘 要

本文是为喷管喉部沉积问题的研究而进行的喷管突扩流场研究工作的一部分,重点研究了产生突扩流效应的轴对称直管流场。在等粘度和 $k-\varepsilon$ 紊流模型下,分别计算了三种速度分布下的流场,和国内外相关实验结果及Spalding, D.B.的计算结果进行比较,取得了满意的结果。同时考察了动边界下流场的变化,实现了突扩流效应的理论预测。

本文考察了SIMPLE方法。在源项处理、方程的非线性、方程的解法等方面做了分析研究和计算工作,解决了一些具体应用问题。

主题词: 固体火箭发动机, 尾喷管, 轴对称流, 流场

符 号 表

d_0 突扩直管入口直径	P 压力
R_0 突扩直, 管入口半径	ρ 密度
r 径向距离	τ 剪力
x 轴向距离	μ 粘性
u 轴向速度	下标
v 径向速度	P 中心点
δ 距离	E P 点东侧点
S_ϕ 源项	W P 点西侧点
ϕ 控制参数	S P 点南侧点
Γ_ϕ 控制参数 ϕ 的输送系数	N P 点北侧点
G_k 紊流动能的产生率	l 分子项
κ 紊流动能	t 紊流项
ε 紊流动能耗散率	

一、引 言

固体火箭发动机喷管内流场是一种复杂的两相流流场,国外有关这方面的文献比较多,现有资料表明这一问题已经得到解决^[1]。国内在近十多年来进行了不少的工作也初见成效^[2]。由于国内外大都以研究两相流损失及喷管烧蚀为目的来研究喷管内流场,因而共同特

点是以喷管收敛段某一截面的假设参数为起点计算粒子与气流的轨迹^{[1][3]}。实际上对内孔燃烧装药发动机,在工作过程中喷管入口段存在着突然扩张流动(以下简称突扩流),在相当一段时间内影响着喷管内流场。由于这种流场是三维、强紊流的两相流流场,并且反映了药型与喷管内流场的耦合关系,因此,分析、研究这种流场对指导发动机设计有着现实意义,而目前尚未见过这方面发表的文献资料。本文最终的目的是要取得有实用价值的计算方法,能够预测药型与喷管内流场的耦合关系,进一步完善喷管喉部沉积机理的研究。显然这将需要很大的工作量,因而目前的研究只是一个开端。

作为第一阶段重点研究了轴对称突扩直管流场,它是喷管突扩流场的基本模型。

二、基本方程

从最终目的出发,在轴对称突扩直管流场的研究中,应联系喷管突扩流流场的某些物理条件。因此,假设所研究的工质具有粘性、不可压特性;时均定常、满足N-S方程;而且紊流各向同性。这样,控制方程系统只剩下连续方程及动量方程,在柱坐标下为

连续方程

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} = 0 \quad (1)$$

动量方程

$$\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \left[\frac{\partial(r\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(r\tau_{xr})}{\partial r} \right] \quad (2)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \left[\frac{\partial(r\tau_{rx})}{\partial r} + \frac{\partial(r\tau_{rr})}{\partial x} \right] - \frac{\tau_{\theta\theta}}{r} \quad (3)$$

且

$$\tau_{xx} = -P + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \quad (4)$$

$$\tau_{rr} = -P + 2\mu \frac{\partial v}{\partial r} \quad (5)$$

$$\tau_{\theta\theta} = -P + 2\mu \frac{v}{r} \quad (6)$$

$$\tau_{xr} = \tau_{rx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad (7)$$

μ 代表了有效粘性,其值由下式决定:

$$\mu = \mu_l + \mu_t \quad (8)$$

μ_l 称分子粘性, μ_t 为紊流粘性

确定 μ_t 的方法很多,即有Prantle的混合长度理论,又有Nee, V.W.^[10]等人的一方程模式和Spalding, D.B.^[5]的二方程模式,本文选择了

$$\mu_t = c_\mu \rho \kappa^2 / \varepsilon \quad (9)$$

这个紊流粘性系数可以通过紊流动能 κ , 紊流动能的耗散率 ε 得到, 不仅克服了混合长度理论带来的脉动量以平均量代替的误差, 而且又体现了一方程模式的优点。

κ, ε 分别满足下列方程:

$$\rho \left(u \frac{\partial \kappa}{\partial x} + v \frac{\partial \kappa}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial \kappa}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial \kappa}{\partial x} \right] + G_k - \rho \varepsilon \quad (10)$$

$$\rho \left(u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + v \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right] + (c_1 G_k - c_2 \rho \varepsilon) \frac{\varepsilon}{\kappa} \quad (11)$$

G_k 表示紊流动能的生成率，由速度梯度及粘性系数控制。

$$G_k = \mu \left[2 \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{v}{r} \right)^2 \right\} + \left(\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (12)$$

在紊流模型中包括五个经验常数^[6]

$$c_\mu \quad c_1 \quad c_2 \quad \sigma_k \quad \sigma_\varepsilon$$

$\sigma_k, \sigma_\varepsilon$ 称 κ, ε 输运方程的Prantle数。

三、离散方程

上述控制方程可以统一于一个通用形式

$$\text{div}(\rho \vec{V} \phi) - \text{div}(\Gamma_\phi \text{grad} \phi) = S_\phi \quad (13)$$

对微分方程(13)在交错网格控制体内积分，运用文献^[7]建议的混合差分格式，并且对源项 S_ϕ 线性化：

$$S_\phi = S_c + S_p \phi_p \quad (14)$$

可得到下列离散方程：

$$a_p \phi_p = \sum a_{ni} \phi_{ni} + S_c \Delta V \quad (15)$$

$$a_p = \sum a_{ni} - S_p \Delta V$$

$$i = E, S, W, N$$

a_{ni} 为 P 点四周各点系数， ϕ_{ni} 为 P 点四周各点 ϕ 值， ΔV 表示微元体积。

$\phi, \Gamma_\phi, S_\phi$ 值的柱坐标下的具体形式如表1

$$S_u = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \mu}{\partial x} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \mu}{\partial r} \cdot \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$S_v = -\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial \mu}{\partial x} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial \mu}{\partial r} \cdot \frac{\partial v}{\partial r} - \mu \frac{v}{r^2}$$

$$S_k = G_k - \rho \varepsilon$$

$$S_\varepsilon = (c_1 G_k - c_2 \rho \varepsilon) \cdot \varepsilon / \kappa$$

表 1

方 程	ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ
连 续	1	0	0
动 量	u	μ	S_u
	v	μ	S_v
紊 流 动 能	κ	μ/σ_κ	S_κ
紊流动能耗散率	ε	μ/σ_ε	S_ε

四、壁面函数

在壁面附近流体参数的梯度变化比较剧烈,要想得到较为精确的解在理论上必须增加该区域的网格节点密度,这就增加了内存,又耗费了大量的机时,而且精度提高幅度也不会很大^[6]。因此有必要改进这一区域的计算模式。

本文选择了壁面函数法来求解壁面附近区域参数。该方法要求首先求解全紊流区域内参数,从而确定了“远离”壁面的 P 点参数(图1), P 点应满足紊流雷诺数远大于1,假设壁面上点 N 和点 P 间速度服从对数定律:

$$u^+ = \ln(Ey^+)/c_K \quad (16)$$

c_K 称冯·卡门常数, E 为对数定律常数。

$$c_K = 0.41 \quad E = 9.025$$

u^+ , y^+ 分别代表了无因次速度,厚度,两者分别满足于下两式: (17)

$$\begin{aligned} u^+ &= u/u_\tau \\ y^+ &= c_D^{-\frac{1}{4}} \rho \kappa^{\frac{1}{2}} y / \mu_l \end{aligned} \quad (18)$$

u_τ 称摩擦速度, c_D 为紊流经验常数

$$u_\tau = (\tau_w / \rho)^{\frac{1}{2}} \quad (19)$$

由于在壁面附近的剪力层中,紊流动能 κ 和紊流动能耗散率 ε 几乎处于平衡状态,因而壁面剪力可由 P 点值代替,而且剪力值和 y_p^+ 有关。

$$\begin{aligned} y_p^+ &\geq 11.5 \text{ 时} \\ \tau_w = \tau_p &= c_k \cdot c_\mu^{\frac{1}{4}} \rho_p u_p \kappa_p^{\frac{1}{2}} / \ln(Ey^+) \\ y_p^+ &< 11.5 \text{ 时} \\ \tau_w &= \mu_l u_p / \delta \end{aligned} \quad (20)$$

δ 为 p 点至壁面距离。

一般来说,紊流动能的扩散在壁面为零,那么 ε_p 就是 ε 方程的壁面边界值,

$$\varepsilon_p = c_\mu^{\frac{3}{4}} \kappa_p^{\frac{3}{2}} / c_k y_p \quad (21)$$

其中 κ_p 由 κ 方程解得,而 κ 方程中的耗散项在壁面附近控制容积中,取平均值 $\rho \bar{\varepsilon}$

$$\rho \bar{\varepsilon} = \rho \int_0^{y_N} \varepsilon dy \quad (22)$$

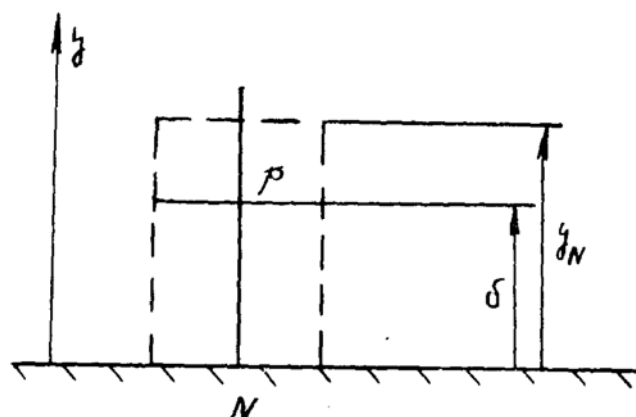


图1 壁面微元体示意图

五、计算中存在的问题及解决的措施

以SIMPLE方法求解定常问题经常出现迭代发散现象,在本阶段的突扩直管流场的研究中,计算调试表明;运用SIMPLE方法原则上是可行的,但在实际应用中还存在着许多问题,是不完善的。

影响迭代敛散性的因素很多,在计算调试中发现导致发散的原因主要表现在以下三个方面:

1. 源项的线性化

一般来说,源项是因变量 ϕ 本身的函数^[7],因此,在离散通用控制方程(13)时,一般以线性关系式(14)模拟这种关系。 S_C , S_P 的取法因人及物理模型而异,尽管理论上讲源项线性化的表达式对敛散性影响不大,在保证 $S_P \leq 0$ 的前提下随着迭代的进程,源项将趋向于原来的表达式。即在收敛解中,线性化源项都趋向原来的表达式。但是,要得到这种结论就要付出大量的机时,并不可取,因此,源项线性化的特殊处理是非常必要的。

本文的线性化处理是严格满足收敛规则的,特别是在紊流输运方程 κ , ε 的源项处理上,讨论了源项线性化的不同形式对敛散性的影响,得到了比较满意的线性化表达式。各控制方程的源项线性化表达式见表2;

表2

ϕ	S_ϕ	S_C	S_P
u	S_u	$-\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \mu}{\partial x} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \mu}{\partial r} \cdot \frac{\partial u}{\partial r}$	0
v	S_v	$-\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial \mu}{\partial r} \cdot \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial \mu}{\partial x} \cdot \frac{\partial v}{\partial r}$	0
κ	S_κ	$1.5G_\kappa + (C_2 - 1) \rho \varepsilon$	$-(C_2 \rho \varepsilon + 0.5G_\kappa)/\kappa$
ε	S_ε	$[C_1 G_\kappa + (C_2 - 1) \rho \varepsilon] \varepsilon / \kappa$	$-(2C_2 - 1) \rho \varepsilon / \kappa$

2. 方程的非线性

对非线性代数方程组迭代求解时, 参数波动可能会引起系数变化过大而导致迭代发散。为了避免这种情况, 往往采用亚松驰因子, 从而使因变量参数波动振幅大大减小。

本文采用了全松驰方程计算了 u , v , κ , ε 四个参数:

$$\phi_{\text{new}} = \phi_{\text{old}} + \alpha(\phi_{\text{FDE}} - \phi_{\text{old}}) \quad (23)$$

其中 ϕ_{FDE} 为有限区域内计算的值, ϕ_{old} 为前一次迭代值, ϕ_{new} 为采用亚松驰后的值, α 称亚松驰因子, 取值应小于1。

对压力校正方程则采用了部分松驰

$$P = P^* + \alpha_p P' \quad (24)$$

P' 为校正压力, α_p 为压力亚松驰因子, P^* 为上一次迭代值。

调试表明: 亚松驰因子可以使参数波动减小, 但减小到一定程度以后, 会产生小范围内的参数波动, 经过多次迭代收敛趋势不大。这说明此时亚松驰因子不再起作用。事实上, 这是SIMPLE方法本身造成的, 由于忽略了邻近速度场对校正速度的影响, 在初始或迭代中间的某一步, P' 可能很大, 造成了以不太准确的校正公式计算得到的速度场可能偏离连续条件甚远, 因而在计算中引入了流量连续校正和压力亚松驰方法, 从而加快了收敛速度。

3. 初场的确定

流场的计算主要表现在速度场、压力场、和粘性场的计算。由于方程的非线性, 迫使我们放弃了直接解法, 采用了迭代方法, 而迭代初场的确定则尤其重要。

计算中发现, 在 κ - ε 紊流模型计算中粘性初场的构成要比速度、压力初场构成重要, 粘性初场决定着迭代的敛散性。速度与压力初场虽然在敛散性方面不如粘性初场敏感, 但它们是收敛速度的强函数。因此计算调试的次序是粘性初场、速度与压力初场。

本文采用附面层理论确定粘性的平均值, 并且提出了一种以迭代初场为准则的计算方法, 弥补了SIMPLE方法本身的不足, 成功地应用在轴对称突扩直管流场的研究中。

六、计算结果及讨论

本文采用了均匀分布、正弦分布及全紊流分布等三种入口速度分布, 利用等粘度和 κ - ε 紊流模型计算了轴对称突扩直管流场。计算结果表明: 入口速度分布的不同流场差异较大, 特别是回流区内的参数对入口速度分布更加敏感。

1. 两种紊流模型下的流场计算

在紊流模型的处理上, 本文考察了两种模式: 等粘度和 κ - ε 模式。图2是两种紊流模型、三种轴向入口速度分布下的轴向速度场。可以看到, 由于等粘度紊流模型只是把紊流问题折算成层流问题, 难免会出现一些不合理的结果, 如出口速度分布不够饱满等。尽管如此, 等粘度模型的计算结果在一定程度上还是可信的, 尤其在回流区, 除了壁面附近速度过低外, 基本上和 κ - ε 模型一致, 而且具有程序简单, 运算时间短等优点, 作为一般的工程估算是可行的。

和等粘度模型相比, κ - ε 模型的加入使程序变得相当复杂, 而且不易控制, 稳定性极差。通过对SIMPLE的完善工作, 运用前面提及的方法, 得到了满意的结果。和等粘度模型相比回流区尺度有所减小, 而且反向速度场更接近于实验值, 结果大大改善。由于紊流的扩散能力远远大于层流, 所以速度梯度和等粘度模型相比明显减小, 因而速度变化不那么剧烈, 具

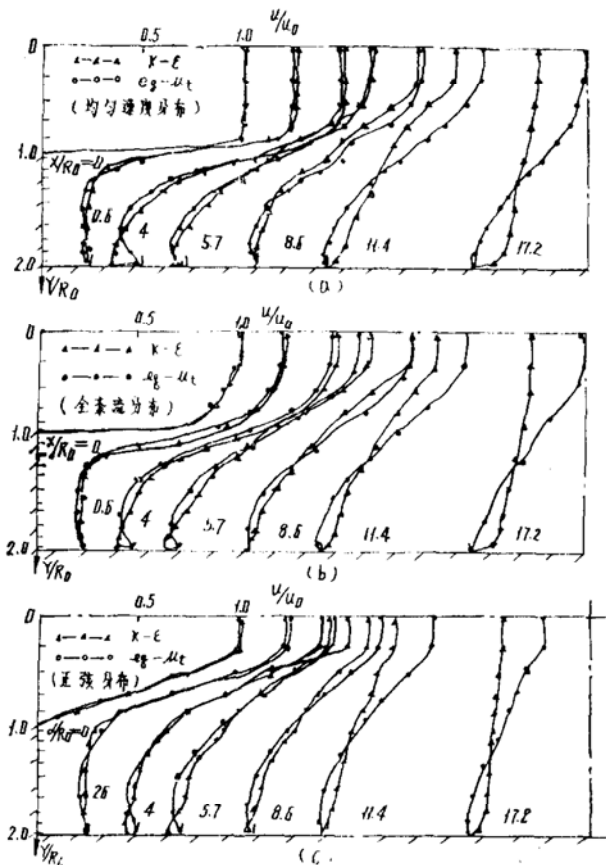


图2 两种紊流模型计算的轴向速度场
(a)均匀分布 (b)全紊流分布 (c)正弦分布

有良好的紊流特征。

2. 入口速度分布与流场的耦合关系

图3给出了三种入口速度分布, 采用 κ - ϵ 紊流模型计算的流场的比较。发现在回流区内, 轴向与经向速度场对入口速度分布特别敏感, 不仅反映了涡心位置和回流区长度与速度分布的耦合关系, 而且反映了涡流强度与入口速度分布的耦合关系。从另一角度说, 这种耦合只能说是局部的, 在某种意义上说入口速度分布只表现了平均速度的差异, 这样在整体上入口速度分布与流场的耦合关系显得没有局部关系重要。这说明入口速度分布的影响集中反映在回流区内参数的变化, 离开回流区, 流体将重新恢复到无分离流的紊流流动状态。

3. 动边界与流场的耦合关系

图4给出了四种边界下, 均匀入口速度分布时, 采用 κ - ϵ 紊流模型计算的压强场与速度场, 可以看到随着入口直径的增大, 突扩效应减弱, 相应地回流区尺度减小, 但涡流强度有所增强。

4. 计算结果的可靠性

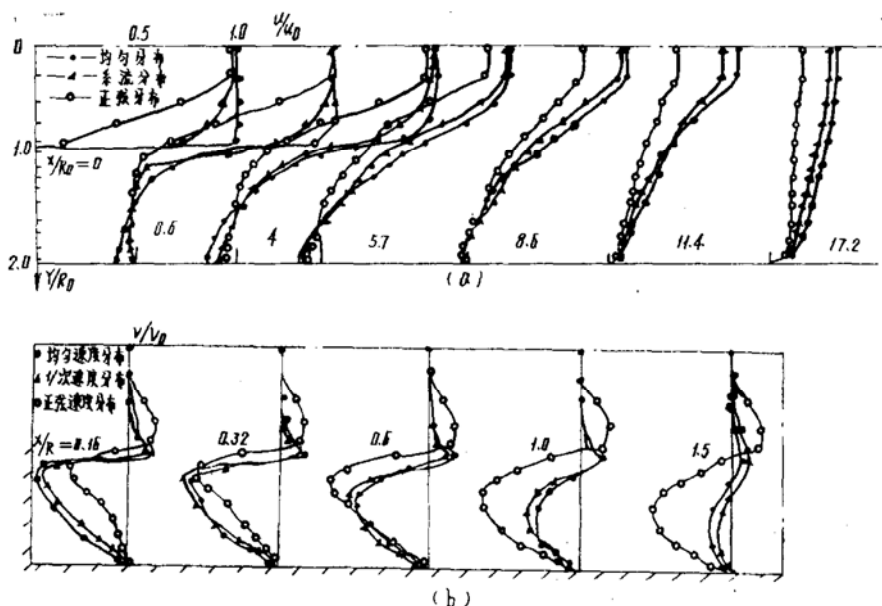


图3 三种入口速度分布下, 用 κ - ϵ 模型计算的速度场
(a)轴向速度场 (b)径向速度场

本文没有针对突扩直管这一模型做专门实验,但为了分析计算结果的可靠性,把计算结果与Spalding, D.B.的计算值, Minh, H.Ha.和Chassing, P.的热线及皮托管实验值^[8],清华大学的用二维激光多普勒测速系统测得的值^[10]进行了定量及定性的比较,结果都是满意的。

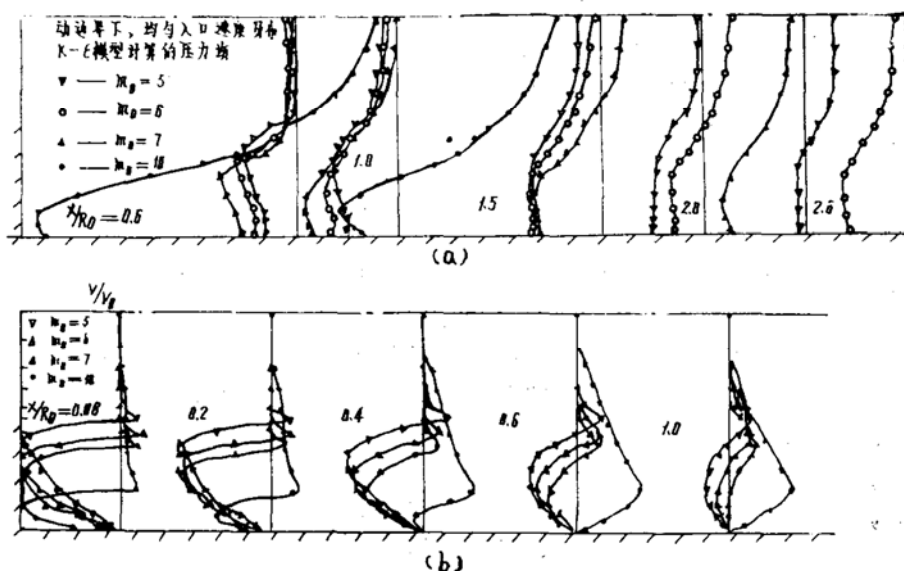
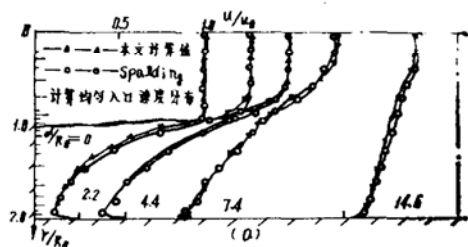
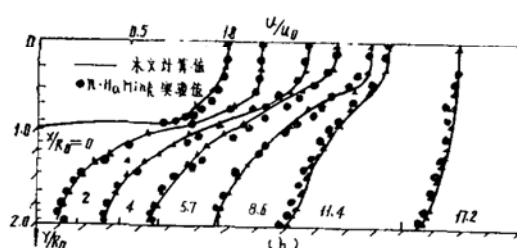


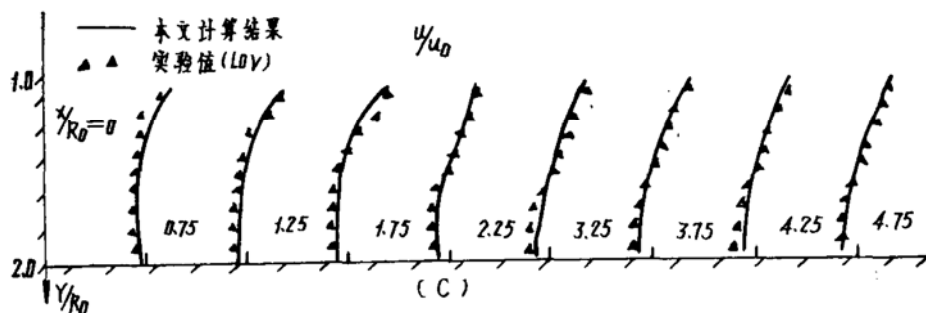
图4 均匀入口速度分布下,用 $k-\epsilon$ 紊流模型计算值
(a)压力场 (b)径向速度场



(a)与Spalding, D.B.计算值比较



(b)与Minh, H.Ha.的实验值比较



(c)与清华大学LDV的实验值比较

图5 本文计算结果与有关实验、计算值的比较

七、结 束 语

现已完成的工作表明：在轴对称突扩直管流动模型中，确实存在着突扩流效应，而且回流区的尺度对来流速度及其速度分布、动边界、紊流模型等敏感。基本上解决了入口速度分布与流场的耦合关系，为喷管突扩流场的进一步研究提供了必要的依据。

限于篇幅、本文没有把流量连续校正、平均粘性的附面层解法、有关加速收敛的变松弛因子、方程求解的变向扫描以及提出的以初场构成为准则的可行算法收入，准备在《SIMPLE方法的收敛性》一文中详细叙述。

参 考 文 献

- (1) Jacques, L.J. and Segnin, J.A.M.: Two-Dimensional Transonic Two-phase Flow in Axisymmetric Nozzle, AIAA Paper №74-1088.
- (2) 方丁酉：时间相关法计算喷管跨音速流动，《推进技术》，1985年，第二期。
- (3) 李占国，邱可成：固体火箭发动机喷管中的跨音速轴对称两相流，航天部四院科技报告，81105。
- (4) Patanker, S.V., Pratap, V.S. and Spalding, D.B.: The Prediction of Turbulent Flow in Cured, Physis(1974).
- (5) Spalding, D.B.: The prediction of Three-Dimensional Steady Turbulent Flows, Imperial College Heat Transfer Report, EF/TN/A16(1969).
- (6) Launder, B.E. and Spalding, D. B.: The Numerical Computation of Turbulent Flows, N74-12066(1973).
- (7) Patanker, S.V.: Numerical Methods of Heat Transfer and Fluid Flows.
- (8) Thomas, D.T.: Computation Methods for Fluid Flow, New York Springer, 1983.
- (9) Nee, V.W.: The Calculation of the Incompressible Turbulent boundary-Layer by a Simple Theory, Conference on Computation of Turbulent boundary Layers, Vol.1 Stanford University(1968), also Physics of Fluid 12(1968).
- (10) 沈熊，于和生：二维激光多普勒测速系统用于测量湍流分离流动，《航空学报》1984年4月。

TWO IMPORTANT RESEARCH ORIENTATION OF THE SOLID-FUELED RAMJET IN ANTI-AIRCRAFT MISSILES

Cheng Chuzhi

Abstract

Solid-fueled ramjet strongly tempts the anti-aircraft missile designers, but up to now its use is still confined to a great extent. This paper discussed two important research orientations accelerating its use, which are high after-burning ram and BTT technology. The integral design of missile body with the ramjet is also discussed in the paper.

Keywords: Solid-fueled ramjet, Anti-aircraft missile

THE CALCULATION OF FLOW FIELD IN A AXISYMETRY CENTRAL DUMP COMBUSTER

Cai Daying Zhang Wei Zang Lingqian

Abstract

The study in this paper is a part of the research work about flow field in a central dump combustor for solving the problem of nozzle throat sedimentation. According to the $k-\epsilon$ kinetic turbulent model and the condition of constant viscosity, the flow fields under three different kinds of velocity distributions are computed. The results, compared with the experimental data obtained from home and abroad and the computational results by Spalding, are very satisfactory. At the same time, some attention has been given to the change of flow field under moving boundary conditions in order to predict the effect of sudden expansion flow theoretically.

The SIMPLE method has been used to solve the flow field described by a set of nonlinear partial differential equations, and the source terms in the equations are handled delicately.

Keywords: Solid rocket engine, Jet nozzle, Axisymmetric flow, Flow field