

固体火箭发动机喷管喉部 在烧蚀情况下温度场的理论预示

王光林 张 智 邹成区

摘 要

本文对喷管温度场计算提出了一个适用于工程设计的比较简单而有效的方法。文中的计算考虑了在燃气的对流与辐射加热情况下, 喷管材料产生烧蚀、移动边界、且对流换热系数及材料物性参数都随壁温变化的情况采用有限差分的数值计算方法, 对喷管温度场进行了理论预示, 得到满意结果。

一、引 言

喷管的烧蚀及其温度场的计算对于固体发动机的工作性能以及结构设计都有很大影响, 它是固体发动机研制和发展中的一个非常重要的研究课题。目前, 国内外已在这方面做了大量的工作, 但理论模型尚不完善、预示精度尚不高, 且全面预示方法相当复杂^[1,2]。国内有不少研究者对工作条件最为严重的喷管喉部的温度场提出了预示方法, 但都是从不同的角度进行简化假设, 有一定的局限性^[3,4]。本文的目的是为喷管喉部温度场预示提供一个适用于工程设计的比较简单而有效的方法。文中考虑了喷管喉部在高温燃气流的对流与辐射热流的作用下产生烧蚀的移动边界条件、且对流换热系数以及材料物性参数随壁面和喉衬内部温度变化的热传输模型, 利用有限差分的数值计算方法, 对喷管喉部的温度场进行了理论预示, 并与固定边界、固定换热系数、固定物性参数情况下的计算结果进行了比较, 同时还与试验结果进行了对比和分析。

二 模型的建立和基本传热方程

为了得出一个适用于工程设计的预示方法, 特作如下假设: (1), 喷管材料在轴向的导热远小于径向的导热, 因此只考虑沿径向的一维热传导问题; (2), 发动机在稳定工作状态下燃气的参数(压力、温度等)不随时间而变; (3), 一些资料表明, 在喉衬表面温度 T_w 较低时不发生明显的烧蚀, 当 T_w 超过某一温度 T_{wi} 时就产生烧蚀, 并且很快就达到稳定的线烧蚀率 $\dot{r}$ ^[5]。因而假定 $T_w < T_{wi}$ 时无烧蚀, $T_w \geq T_{wi}$ 时, $\dot{r} = \text{常数}$; (4), 由化学反应而引起烧蚀所带走的热量为常数, 记为 Q_c ; (5), 不考虑喉部材料的机械剥蚀; (6), 喷管喉部可以是多层不同的材料所组成, 但与壳体或外界环境的热交换量很小, 故可假设为绝热壁。

此时, 一维热传导方程的定解问题为:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{\varepsilon}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \\ \text{初始条件: } T(r, 0) = T_0 \\ \text{边界条件: } r = r_0, \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_0} = 0 \end{array} \right. \quad (1)$$

$$r = r_w, \quad q_{\text{conv}} + q_{\text{rad}} = q_{\text{cond}} + q_{\text{chem}}$$

式中 $\alpha = \frac{k(T)}{\rho C(T)}$; k, ρ, C 分别为喉部材料的导热系数, 密度和比热。对于石墨材料可采用如下近似公式来计算 $k(T)$ 和 $C(T)$ 。

$$k(T) = 311.099 - 0.2743T + 6.94 \times 10^{-5}T^2 \quad \text{W/m} \cdot \text{K}$$

$$C(T) = -76.74 + 2.1T - 5.1 \times 10^{-4}T^2 \quad \text{J/kg} \cdot \text{K}$$

T 为温度; τ 为时间; r 为径向半径。

为反映不同坐标系统的指数, $\varepsilon = 1$ 相当于圆柱坐标; $\varepsilon = 0$ 相当于直角坐标。

T_0 为初始温度; r_0 为喉部外壁半径; r_w 为喉部内壁半径。 q_{conv} 为对流热流率; q_{rad} 为辐射热流率; q_{cond} 为热传导率; q_{chem} 为材料烧蚀带走的热流率。

内壁边界条件中各项热流率计算如下:

$$1. \quad q_{\text{conv}} = h_c (T_{\text{gt}} - T_w)$$

h_c 为对流换热系数, 由 Bartz 公式确定^[6]; T_{gt} 为喉部燃气温度; T_w 为喉部内壁温度。

$$h_c = \left(\frac{0.026}{d_t^{0.2}} \right) \left(\frac{\mu^{0.2} C_p}{P_r^{0.6}} \right) \left(\frac{P_{c_g}}{C^*} \right)^{0.8} \left(\frac{d_t}{r_c} \right)^{0.1} \sigma$$

随着工作时间的变化, 喉径 d_t 和 T_w 是变化的, h_c 将随着 τ 的增加而减少。

2. q_{rad} 可近似地利用两平行平板之间的辐射热流公式进行计算:

$$q_{\text{rad}} = \varepsilon_e \sigma_0 (T_{\text{gt}}^4 - T_w^4)$$

$$\varepsilon_e = \frac{1}{\frac{1}{\varepsilon_w} + \frac{1}{\varepsilon_g} - 1}$$

式中 ε_e 为有效辐射系数; ε_w 为壁面的辐射系数; ε_g 为燃气的辐射系数。 $\varepsilon_g = 1 - \exp$

$(-0.808 \frac{n}{16} \rho_t d_t)$ 。其中 n 为推进剂中含铝百分数, ρ_t 为喉部燃气密度。 σ_0 为波尔兹曼——

斯蒂芬常数。

$$3. \quad q_{\text{cond}} = -k(T) \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=r_w}$$

$$4. \quad q_{\text{chem}} = \dot{r} \rho Q_c \text{ 本例中取 } Q_c = 1.0467 \times 10^7 \text{ J/kg。}$$

当 $T_w < T_{wi}$ 时, 取 $q_{\text{chem}} = 0$

三、方程的离散化及计算方法

考虑烧蚀移动边界, h_c , k 和 C 均为变数的情况, 故采用数值计算的方法。

沿半径方向等距地划分为 N 个网格, 每网格步长 $h = \Delta r = \frac{r_0 - r_w}{N}$ 时间步长 $k = \Delta \tau$, 开始时温升快, 故 $\Delta \tau$ 应取小些, 以后 $\Delta \tau$ 可取大些, 仍满足 $\Delta \tau < h/\dot{r}$ 。如图1所示。

下面分别列出内点和边界结点的差分方程:

1. 内部采用Crank-Nicolson(简称为C-N)的六点差分格式, 对于六点间均为等距的网格, 如图2所示。

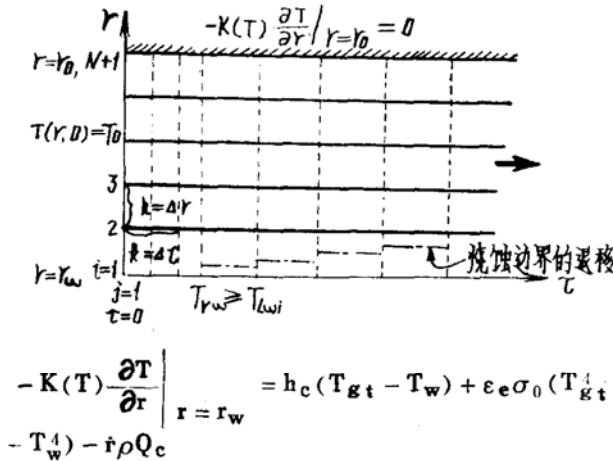


图1 定解问题示意图

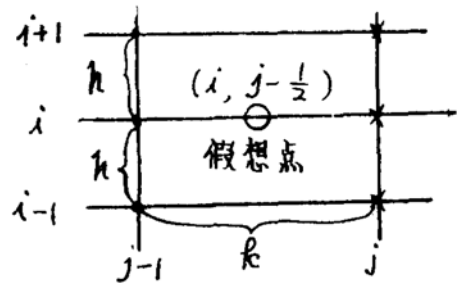


图2 均匀网格的C-N格式图

$$\left(\frac{\partial T}{\partial \tau} \right)_0 = \frac{T_{i,j} - T_{i,j-1}}{k} + 0 \left(\frac{k^2}{4} \right)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_0 = \frac{1}{4h} (T_{i+1,j-1} - T_{i-1,j-1} + T_{i+1,j} - T_{i-1,j}) + 0(h^2)$$

$$\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right)_0 = \frac{1}{2h^2} (T_{i+1,j-1} - 2T_{i,j-1} + T_{i-1,j-1} + T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}) + 0(h^2)$$

将上列各式代入原方程(1), 略去截断误差, 整理后得

$$A_3 T_{i-1,j} + B_3 T_{i,j} + C_3 T_{i+1,j} = D_3 \quad (2)$$

差分方程(2)可适用于未烧蚀前 $N \geq i \geq 2$ 各个内点, 出现烧蚀后, 如第一个网格未烧掉, 则可用于 $N \geq i \geq 3$ 各个内点。当第一个网格烧完脱落后, 第二个网格开始烧蚀, 此时, 方程(2)可用于 $N \geq i \geq 4$ 的各个内点, 依次类推。

对于非等距的C-N六点格式, 如图3所示, 就应用不等距网格的中心差分格式, 也属于二阶精度。如

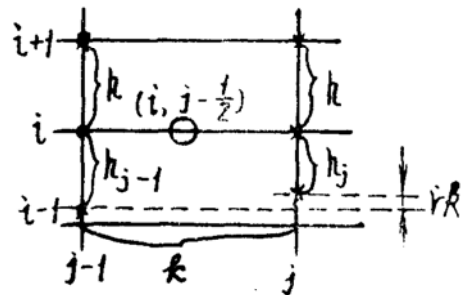


图3 不等距网格的C-N格式

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{i,j} = \frac{h_j^2 T_{i+1,j} - h^2 T_{i-1,j} - (h_j^2 - h^2) T_{i,j}}{h_j h (h_j + h)}$$

$$\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}\right)_{i,j} = \frac{h T_{i-1,j} + h_j T_{i+1,j} - (h_j + h) T_{i,j}}{\frac{1}{2} h_j h (h_j + h)}$$

同样可写出 $\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{i,j-1}$ 及 $\left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2}\right)_{i,j-1}$ 的式子, 应用上述均匀网格C-N格式同样方法可得

$$A_2 T_{i-1,j} + B_2 T_{i,j} + C_2 T_{i+1,j} = D_2 \quad (3)$$

若第一个网格尚未烧完, 则(3)式适用于 $i=2$ 的内点, 若第二个网格已脱落, 第二个网格在烧蚀时, 则(3)式适用于 $i=3$ 内点, 依次类推。

2. 外壁边界条件采用均匀网格的三点向后差分公式

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{N+1,j} = \frac{3T_{N+1,j} - 4T_{N,j} + T_{N-1,j}}{2h} + O(h^2)$$

由外壁绝热边界条件可得:

$$A_4 T_{N-1,j} + B_4 T_{N,j} + C_4 T_{N+1,j} = D_4 \quad (4)$$

式中 $A_4 = 1$, $B_4 = -4$, $C_4 = 3$, $D_4 = 0$

3. 内壁边界由于烧蚀出现后是后移的, 故采用非均匀网格的三点向前差分公式

$$\left(\frac{\partial T}{\partial r}\right)_{i,j} = \frac{-h(2h_j + h)T_{i,j} + (h_j + h)^2 T_{i+1,j} - h_j^2 T_{i+2,j}}{h_j h (h_j + h)}$$

它具有二阶精度, 将其代入内壁边界条件经整理后得:

$$A_1 T_{i,j} + B_1 T_{i+1,j} + C_1 T_{i+2,j} = D_1 \quad (5)$$

$$\text{式中 } A_1 = -\frac{2h_j + h}{h_j (h_j + h)} + \frac{h c_{i,j}}{k_{i,j}}, \quad B_1 = -\frac{h_j + h}{h_j h},$$

$$C_1 = \frac{h_j}{h(h_j + h)},$$

$$D_1 = \frac{1}{K_{i,j}} [h c_{i,j} T_{gt} + \varepsilon_e \sigma_0 (T_{gt}^4 - T_{i,j-1}^4) - r \rho Q_C]$$

此式中的 $T_{i,j}^4$ 已用 $T_{i,j-1}^4$ 来代替以获得方程的线性化, 同样目的对 $h c_{i,j}$, $k_{i,j}$ 在计算时也是采用 $T_{i,j-1}$ 。

若要求保留 $T_{i,j}^4$, 则(5)式将变成

$$A_1 T_{i,j} + A'_1 T_{i,j}^4 + B_1 T_{i+1,j} + C_1 T_{i+2,j} = D'_1 \quad (5')$$

$$A'_1 = \frac{1}{k_{i,j}} \varepsilon_e \sigma_0, \quad D'_1 = \frac{1}{k_{i,j}} [h c_{i,j} T_{gt} + \varepsilon_e \sigma_0 T_{gt}^4 - r \rho Q_C]$$

在第一个网格内烧蚀时, (5)或(5)'式用于 $i=1$, 第一个网格脱落, 第二个网格被烧蚀时, 则用于 $i=2$, 依次类推。当 $T_w < T_{wi}$, 没有开始烧蚀前, (5)或(5)'式自然用于 $i=1$, 而且可令 $h_j = h$, 于是有: D_1 , D'_1 和 A'_1 均不变;

$$A_1 = \frac{3}{2h} + \frac{h_{C1,j}}{k_{1,j}}; B_1 = -\frac{2}{h}; C_1 = \frac{1}{2h}。$$

利用差分方程(5)或(5)', (3), (2), (4)即可求解此线性方程组。有关求解过程本文不再详述。本例的计算机主程序的粗框图见图4。

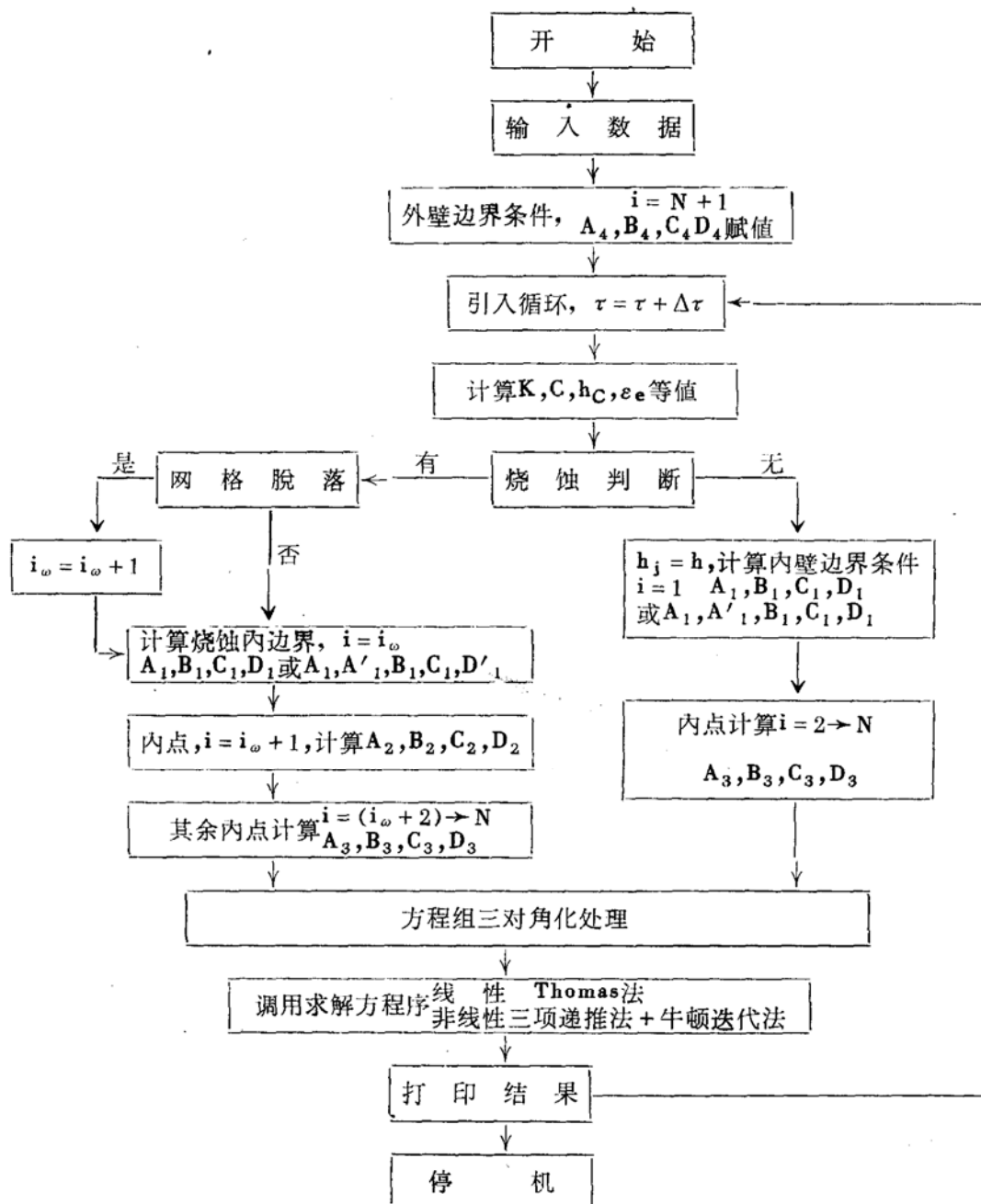


图 4

四、算例及计算结果分析

我们对一个实验发动机的喷管进行了计算。喉衬材料为石墨, 喉衬外具有较好的绝热层, 已知数据如下:

$$T^* = 3190K, P_C = 5.88MPa, T_{gt} = 2900K,$$

$$\begin{aligned}
 r &= C_p/C_v = 1.189, \quad C_p = 2.188 \text{ kJ/kg} \cdot \text{K}, \quad \varepsilon_w = 0.6, \\
 d_i &= 7.66 \text{ mm}, \quad 2r_0 = 64 \text{ mm}, \quad T_{wi} = 1600^\circ\text{C}, \\
 r &= 0.03 \text{ mm/s}, \quad Q_c = 125.6 \text{ kJ/mol}, \quad T_0 = 298 \text{ K}, \quad \varepsilon = 1, \\
 \tau_m &= 20 \text{ s}, \quad \rho = 2200 \text{ kg/m}^3, \\
 k &= 311.099 - 0.2743T + 6.94 \times 10^{-5}T^2 \text{ W/m} \cdot \text{K}, \\
 C &= -76.74 + 2.1T - 5.1 \times 10^{-4}T^2 \text{ J/kg} \cdot \text{K}
 \end{aligned}$$

计算与试验曲线已示于图 5 和图 6。现分析于下:

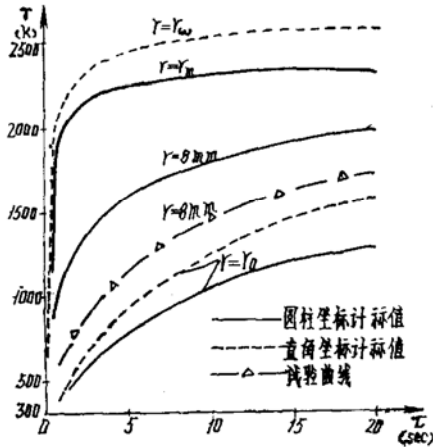


图 5

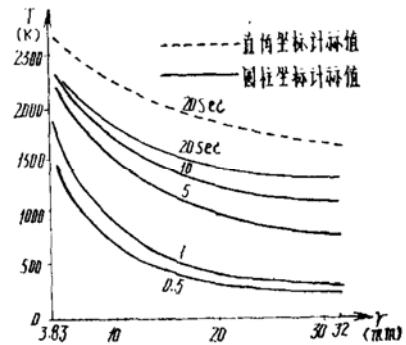


图 6

从图中的曲线可以看出, 理论计算曲线与试验曲线的变化规律是一致的, 但计算值较试验值为高。

采用圆柱坐标计算所得理论值较直角坐标计算值为低, 前者较接近真实情况。本例采用的导热微分方程式为 $\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial \tau}$, 若考虑导热系数 k 随温度变化的情况, 应采用下式计算, $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(rk \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \rho C \frac{\partial T}{\partial \tau}$, 会使计算结果更加接近真实情况。这尚需用计算证明。

本方法编制的计算程序具有一定的通用性, 无论对移动边界或固定边界情况; 或当 h_c , k , ρ , C 等采用其它表示式时, 只要适当更换计算卡片仍能进行运算。对于多层结构的喉衬或炭化材料的温度场, 本方法只要稍加扩展, 亦能进行计算。若能提高测试精度, 可通过理论计算与试验值进行比较, 并求出适用于某种条件下的修正因子, 这样更利于工程上的应用。

喷管喉部温度场的预示是个很复杂的问题, 我们仅仅从不同的角度作了些工作, 尚有一定的局限性。就目前已作的工作来看, 无论在模型的完善或计算方法方面, 还是提高试验技术等方面都还有许多工作要做。

参 考 文 献

- (1) "Aerotherm Graphite Surface Computer Program (GASKET)." AD-745446, AD-744854.
- (2) "Aerotherm Axisymmetric Transient Heating and Material Ablation Computer Program

(ASTHMA3)." AD—744853, (AFRPL—TR—72—24), 1972.

- (3) 陈国光等: 固体火箭发动机喷管石墨喉衬的温度场和应力场研究.《推进技术》, 1983年第1期。
- (4) 王松柏、梅其志: 材料在烧蚀时的温度分布函数及烧蚀速率.《推进技术》, 1983年第4期。
- (5) Keswani, S.T., Kuo, K.K. and et al: Recession behavior of graphitic nozzles in simulated rocket motors. AIAA—83—1317, 1983
- (6) Bartz, D.R.: A simple equation for rapid estimation of rocket nozzle convective heat transfer coefficients. Jet Propulsion, 1957.

~~~~~

(上接第8页)

- (5) Lotter, R. W. and Malefakis, J.: Intake design and intake/airframe integration for a fo-  
st-stall fighter aircraft concept. AGARD Cp-247, 1979.
- (6) 何中伟: 薄附面层的测量技术研究.《航空学报》, VOL. 3, NO 2, 1982.
- (7) Myles, F. Schwendemann and Bobby, W. Sanders: Tangential blowing for control of strong  
normal shock-boundary layer interactions on inlet ramps. AIAA 82-1082.
- (8) 何中伟: 飞机进气道动态总压靶设计中若干问题.《南航学报》, 1985、3.