

关于平衡压力概念的商榷

胡 大 亿

摘要

本文对惯用的平衡压力定义作了修订。在此基础上阐述了平衡压力的性质与用途，并讨论了以下三个问题：（1）在燃烧室压力的变化率 $\frac{dp}{dt} \neq 0$ 时，平衡压力有没有定义；（2）在 $\frac{dp}{dt} = 0$ 时，燃烧室压力是不是平衡压力；（3）在当今电子计算机广泛使用的情况下，平衡压力的概念还有没有用。

一、引言

平衡压力是固体火箭技术中一个常用的概念。但近年来也有人发表文章^[1]提出：“平衡压力概念逐渐失去了原有的作用”，应当用“工作压力的概念”来“取代平衡压力的概念”，其基本理由如下。

1. 据定义，平衡压力是 $\frac{dp}{dt} = 0$ 这一平衡态下的燃烧室压力。“在目前多数压力—时间曲线中，并无压力导数 $\frac{dp}{dt} = 0$ 的平衡段存在，而 $\frac{dp}{dt} = 0$ 的某些点又显然不是所说的平衡压力”。可见，平衡压力是一个过时的概念。

2. “平衡是不平衡的一种特例。用特例表示一般，是一种没有办法的办法”。既然今天已有准确计算压力的方法，“平衡压力概念赖以产生和存在的客观条件也就发生了变化”，理应用新的概念加以取代，以便“逐步向实际逼近”。

这里至少提出了以下几个值得商榷的问题。

1. 在 $\frac{dp}{dt} \neq 0$ 时，平衡压力有没有定义？

2. 在 $\frac{dp}{dt} = 0$ 点上，燃烧室压力是不是平衡压力？

3. 在当今电子计算机广泛使用的情况下，平衡压力的概念还有没有用？

本文试图通过下面的讨论对这几个问题作出回答。

二、平衡压力定义的探讨

早期材料^[2,3]所作的平衡压力的定义没有多大变化地为现在的一般教材^[4,5]所采用，其定义的思路如下。

从零维情况出发，不计温度的变化等，可由燃气的连续方程得

$$\frac{V}{RT} \frac{dp}{dt} = \dot{m}_b - \dot{m}_t \quad (1)$$

式中 V ——燃烧室自由容积; t ——时间;

p 、 T 、 R 分别为燃烧室内燃气的压力、温度和气体常数;

\dot{m}_b 、 \dot{m}_t 分别为燃气的秒生成量及喷管中的秒流量。

当 $\frac{dp}{dt} = 0$, 亦即 $\dot{m}_b = \dot{m}_t$ 时, 燃烧室内的燃气处于进出相等的动平衡状态, 这时的燃烧室压力就叫做平衡压力。

这个定义对简单压力曲线(图1)的水平段是有明确意义的, 并曾在早期的内弹道计算中起过一定作用。但它把平衡压力与特定条件($\frac{dp}{dt} = 0$)下的燃烧室压力联系在一起, 自然会使人这样理解: 平衡压力在 $\frac{dp}{dt} = 0$ 时存在, 而在 $\frac{dp}{dt} \neq 0$ 时不存在。因而定义范围显得

十分局限。据此可以认为文献(1)的看法是有一定道理的。但应指出, 这种情况是沿用早期定义, 没有让概念跟上技术发展的实际步伐所造成的; 只要不墨守成规, 而是从实际出发, 对定义加以改进, 那就会出现“山重水复疑无路, 柳暗花明又一村”的局面。

为鲜明起见, 我们着重考虑简单的零维情况。承认(1)式, 并采用指数燃速定律及一维准定常理想喷管流的假设。这时有

$$\dot{m}_b = \rho_p A_b \cdot r = \rho_p A_b \cdot b p^n \quad (2)$$

$$\dot{m}_t = \Gamma p A_t / \sqrt{RT} = p A_t / C^* \quad (3)$$

这里, r 、 b 、 n 分别为燃速、燃速系数及燃速的压力指数;

ρ_p 、 C^* 、 Γ 分别为推进剂密度、特征速度及比热比的函数;

A_b 、 A_t 分别为装药燃烧面积及喷管喉部面积。将(2)、(3)两式代入(1)式, 两边除以 $A_t p^n / C^*$, 考虑到 $\sqrt{RT} = \Gamma C^*$, 并记 $K = A_b / A_t$, 可得

$$\frac{V p^{-n}}{\Gamma^2 C^* A_t} \cdot \frac{dp}{dt} = C^* \rho_p b K - p^{1-n} \quad (4)$$

我们记

$$p_{eq} = (C^* \rho_p b K)^{\frac{1}{1-n}} \quad (5)$$

则(4)式成为

$$\frac{V p^{-n}}{\Gamma^2 C^* A_t} \cdot \frac{dp}{dt} = p_{eq}^{1-n} - p^{1-n} \quad (6)$$

很容易看出, p_{eq} 是装药性能及燃面相对值所确定的一个反映燃烧室装填状况的综合参数, 它具有压力的量纲, 且在平衡态下等于燃烧室压力。因此, 我们把 p_{eq} 定义为燃烧室的平衡压力。

显然, 这样定义的平衡压力仅仅是燃烧室装填状况的一个定量表达, 不附带任何条件。这样就使它从原来的限制条件下摆脱出来。

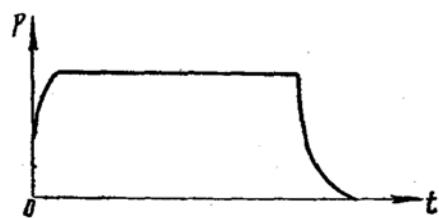


图 1

还需再作一点补充说明。由(6)式可见，在 $\frac{dp}{dt} = 0$ 的平衡条件下， $p = p_{eq}$ 。这就表明，刚才所下的定义与如下的说法是相通的：利用与 $\frac{dp}{dt} = 0$ 相应的平衡条件 $\dot{m}_b = \dot{m}_t$ 所解得的压力就是平衡压力。这后一说法具有普遍意义，可以作为一般情况下（包括 \dot{m}_b 不能用显式表达^[6, 7]的情况在内）平衡压力的定义。这里必须强调指出，平衡条件仅仅是用来求解的一个方程，并非定义中的限制条件，这与惯用定义是有严格区别的。

三、平衡压力的性质

新定义的平衡压力有如下两个突出的性质。

1. 平衡压力时时有定值，它的存在与实际的燃烧室压力及其对时间的导数的大小无关。

如(5)式所示的那样，平衡压力的值只取决于装药性能及燃面相对值等所确定的燃烧室装填状况。燃烧室的装填状况一定，平衡压力的值也就一定。在发动机工作过程的任一瞬时都有确定的装填状况，所以平衡压力时时有定值。借助于一定的计算方法就可以在计算压力——时间曲线的同时计算出平衡压力随时间变化的曲线。由此可见，平衡压力是独立存在的；燃烧室压力及其对时间的导数的实际值如何对平衡压力的存在不产生任何影响。这样，我们就不难回答引言中所提的第一个问题：不管 $\frac{dp}{dt}$ 是否为零，平衡压力都有定义。

2. 平衡压力是燃烧室压力的平衡中心和稳定极限，且在准稳定段的燃烧室压力是追随平衡压力而变化的。

当偏离平衡压力时，燃烧室压力总是要向平衡压力靠拢，过程要由不平衡向平衡方向发展。在 $p < p_{eq}$ 时， $\frac{dp}{dt} > 0$ ， p 要上升，向 p_{eq} 靠拢，在 $p > p_{eq}$ 时， $\frac{dp}{dt} < 0$ ， p 要下降，也要向 p_{eq} 靠拢。在平衡压力不变的情况下，燃烧室压力最终将达到平衡压力。这时， $\frac{dp}{dt} = 0$ ，压力将不再发生变化而稳定下来。这种情况如图2所示。所以可以说：平衡压力既是燃烧室压力的平衡中心又是燃烧室压力能达到的稳定极限。

在平衡压力随时间变化的情况下，我们把压力建立过程之后到装药基本燃完之前这一段叫做准稳定段，如图3中的a~c段所示。在准稳定段上，燃烧室压力与平衡压力很接近，并大体上与平衡压力有相同的升降变化趋势。由于从接近到相等仍需一个时间过程，当经过一定时间间隔燃烧室压力达到原来的平衡压力值时，平衡压力却又变到了新的值。这样，就形成了燃烧室压力追随平衡压力而变并稍稍滞后于平衡压力的情况。具体一点说，除了a、b一类转折点附近之外，平衡压力下降时，燃烧室压力也下降，且总是稍稍高于平衡压力；平衡压力上升时，燃烧室压力也上升，且总是稍稍低于平衡压力。这种情况如图3所示。

现在，我们来回答引言中所提的第二个问题。利用(6)式不难得出这个问题的肯定回答。但为了形象而更有说服力起见，下面再根据平衡压力的性质利用图3作一补充分析。

由图3可见，在a点之前， $p < p_{eq}$ ， p 上升向 p_{eq} 趋近。在接近a点时， p 上升而 p_{eq} 下降，因而两曲线相交于a点。过了a点， p_{eq} 继续下降，由于 p 的滞后， $p > p_{eq}$ ， p 也要下降。所以

交点a必定是p上升与下降的转折点，即在该点上必定有 $\frac{dp}{dt} = 0$ 。同理，另一交点b必定是p下降与上升的转折点，亦有 $\frac{dp}{dt} = 0$ 。推而广之，对有两个交点的情况如此，对有更多交点的情况亦如此，在两曲线的交点上，必定有 $\frac{dp}{dt} = 0$ 。另一方面，不是交点， $p \neq p_{eq}$ ，则不可能有 $\frac{dp}{dt} = 0$ 。故可得出结论： $\frac{dp}{dt} = 0$ 一定与 $p = p_{eq}$ 相对应。可见，在压力——时间曲线任何 $\frac{dp}{dt} = 0$ 的点上，都必定有 $p = p_{eq}$ ，即燃烧室压力一定是平衡压力；那种“ $\frac{dp}{dt} = 0$ 的某些点又显然不是所说的平衡压力”的说法是没有根据的。

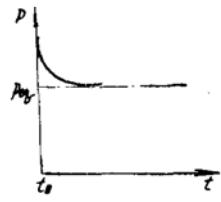
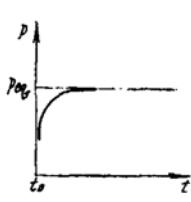


图 2

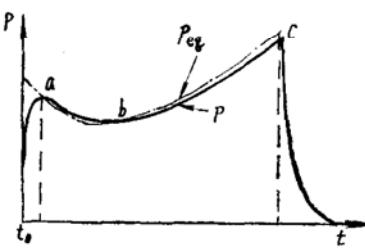


图 3

四、平衡压力概念的应用

新定义的平衡压力与燃烧室压力既然是两个独立的概念，而在内弹道计算中要算的是燃烧室压力，它又可以利用电子计算机独立地计算出来，那么平衡压力的概念还有没有用呢？对这个问题的回答是：在电子计算机广泛使用的今天，平衡压力仍然是一很有用的概念。下面准备就此略述。

1. 可用平衡压力与燃烧室压力相对差的界限值作为能否转入准稳定计算的标准。

在可采用零维模型的计算中，严格说来，不仅要考虑连续方程而且要考虑能量方程，燃烧室内的燃气温度是变量而不是常量^[8]。但计算表明，在燃烧室压力非常接近平衡压力时，燃气温度更接近于一不变的平衡温度。因此，可在准稳定计算中省去能量方程而按等温条件计算。这肯定会给计算带来方便。

在必须采用一维模型的计算中，情况比零维的复杂得多。这时计算划分为非定常和准定常（相当于准稳定）两种类型尤为必要。这样，在发动机工作的绝大部分时间里可用准定常方法计算，从而可以节省大量机时，并有利于迅速进行各种方案的计算。

2. 在初步估算中，可在准稳定段用平衡压力代表燃烧室的计算压力。

作过的计算^[5,9]表明，准稳定段的燃烧室压力与平衡压力相差很小，一般不超过 1%。在初步估算中，用平衡压力作为燃烧室压力的近似是完全允许的。在实际工作中，作为初步设计都用平衡压力或最大平衡压力来进行各种有关的设计计算。

在变截面装药通道下的一维准定常内弹道计算中，计算平衡压力^[6]与较精确地计算燃烧室压力^[7]，两者的结果相差不多，而前者的程序要简单许多。因此，在这种情况下用平衡压力作为燃烧室计算压力的近似，好处也是十分明显的。

五、结 束 语

《推进技术》在发表文献〔1〕时特别加了按语，倡议对所提问题展开讨论。本文所作的讨论及对三个问题的回答就是对这一倡议的响应。笔者认为：文献〔1〕所提的部分问题是具有一定道理的，但这种问题是沿用平衡压力的早期定义所造成的；只要从实际出发，对定义加以适当修订，平衡压力的概念就会出现新的生命力，文献〔1〕所提问题也就会迎刃而解。当然，这些看法很可能是一孔之见，难免有不够妥当之处。在这里提供出来的目的是希望能起到抛砖引玉的作用，引出更多更好的意见，以促进对有关问题认识的加深和统一。

参 考 资 料

1. 杨文成：关于工作压力的概念，《推进技术》1982.№1.
2. Wimpress, R.N.: Internal ballistics of solid fuel rockets, 1950.
3. Barrere, M. et al.: Rocket propulsion, 1960.
4. 董师严等：固体火箭发动机原理，国防工业出版社，1983。
5. 固体火箭发动机设计基础(上册)，长沙工学院104教研室，1977。
6. 常显奇：考虑浸蚀燃烧引起的装药通道横截面积沿长度变化时的内弹道计算，《兵工学报》(弹箭分册)1982.№3。
7. 胡大亿：变截面通道下内弹道计算问题的探讨，国防科学技术大学论文报告资料82—1035。
8. 叶万举等：固体火箭发动机工作过程理论基础，国防科技大学出版社，1985。
9. 胡大亿：对某些内弹道计算方法的评述，国防科学技术大学论文报告资料82—1001。

【致读者】 本文对我刊1982年第一期“关于工作压力的概念”一文中的观点提出了商榷。我们认为开展这种讨论是有益的，对基本概念的深入理解有帮助。

本刊提倡不同观点互相讨论，（不限于本文所讨论的问题）。百家争鸣以活跃学术气氛。有关这一方面的来稿，字数请不超过五千（包括图、表在内）。

（本刊编辑部）