

贴壁浇铸固体火箭发动机 动态应力应变分析

王尚文 康衍灵

摘 要

本文研究贴壁浇铸固体火箭发动机结构在燃烧室压力作用下的动态响应。固体火药药柱视为线性粘弹体, 发动机外壳视为线性弹性体, 利用轴对称平面应变粘弹理论, 导出动力学基本方程。它为积分微分方程形式, 经过数值积分与差分技术, 将方程离散化, 转化为代数方程, 用计算机求解。

文中着重讨论固体火药与发动机壳体交界面处的径向接触应力 $\sigma_{r=b}$ 并较为详细地研究了粘弹体剪切松弛模量 $G(t)$ 对 $\sigma_{r=b}$ 的影响, 以及燃烧室压力的上升梯度及药柱与发动机外壳的物理参量与几何参量对 $\sigma_{r=b}$ 的影响。

一、前 言

目前, 许多固体火箭发动机均采用贴壁浇铸火药的形式。这种发动机中的药柱按其力学性能可模型化为线性粘弹体, 其体积可视为不可压缩, 但抗剪性能为粘弹性的。在燃烧室内压作用下此类发动机的动态应力应变分析实质为轴对称、平面应变状态下的有粘弹性蕊层的薄壳组合体的动响应分析问题。

在固体火箭发动机壳体结构设计中过去习惯于直接采用发动机最大压力, 或将最大压力乘上一个因子做为计算载荷^[1]。这样处理缺乏必要的理论依据, 也易于偏离实际情况。后来通过将发动机药柱视为弹性体得到药柱与壳体径向接触应力 $\sigma_{r=b}$ 的计算公式^[2], 但由于未考虑药柱的粘弹性与惯性使计算的准确性存在问题。后来 J.D.Achenbach^[3] 从粘弹理论出发, 考虑惯性力, 得到了此类结构的动力基本方程。但只讨论了几种简单典型情况。本文在此基础上通过将方程离散化, 变为一个简单的数字化方程, 对各种复杂的松弛模量与内压情况均可迅速方便地得到解答, 为设计部门使用提供了方便条件。文中对于压力曲线上升梯度, 剪切松弛模量 $G(t)$ 对 $\sigma_{r=b}$ 的影响, 药柱与发动机壳体物理参量与几何参量对 $\sigma_{r=b}$ 的影响, 做了较为详细的计算研究, 得出了一些初步结论。

文中引入的基本假定有: (1) 结构系统可简化为轴对称平面应变状态。(2) 药柱体积不可压缩, 抗剪切力线粘弹性的。(3) 发动机外壳处于弹性小变形状态。

二、计 算 理 论 基 础

轴对称、平面应变、考虑惯性力条件下药柱运动方程为

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + (\sigma_r - \sigma_\theta)/r = \rho_p (\partial^2 u / \partial t^2) \quad (1)$$

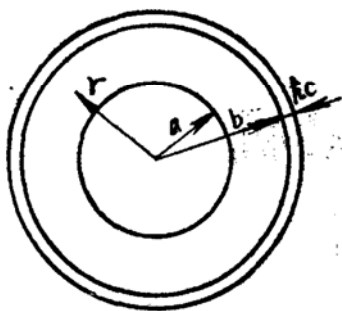


图 1

式中: r ——径向坐标, 如图 1 所示

ρ_p ——火药质量密度

u ——径向位移

σ_r ——径向应力

σ_θ ——周向应力

t ——时间变量

几何关系为

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{\partial u}{\partial r} \\ \varepsilon_\theta &= \frac{u}{r} \\ \varepsilon_z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

引入不可压缩性假定

$$\varepsilon = \varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z = 0 \quad (3)$$

由(1)、(2)则有

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} = 0 \quad (4)$$

(4) 的解为

$$u = K(t)/r \quad (5)$$

式中 $K(t)$ 仅为时间 t 的函数。

显然, 若 $K(t)$ 求得, 则 u 可得, 应力应变即可得到, 故解出 $K(t)$ 是关键所在。

令 S_{ij} , e_{ij} 表示偏应力与偏应变分量。对于不可压缩线粘弹材料, 其应力应变关系为

$$S_{ij}(r, t) = 2 \int_{0^-}^t G(t-S) \frac{de_{ij}(r, S)}{dS} dS \quad (6)$$

式中 $G(t)$ 为火药剪切松弛函数

由(6)有

$$\begin{aligned} \sigma_r - \sigma_\theta &= 2 \int_{0^-}^t G(t-S) \frac{d(\varepsilon_r - \varepsilon_\theta)}{dS} dS \\ &= 2 \int_{0^-}^t G(t-S) d(\varepsilon_r - \varepsilon_\theta) \end{aligned} \quad (7)$$

由(2)、(5)有

$$\varepsilon_r = \frac{\partial}{\partial r} (K/r) = -K/r^2$$

$$\varepsilon_\theta = K/r^2$$

$$\varepsilon_r - \varepsilon_\theta = -2K/r^2$$

$$\therefore \sigma_r - \sigma_\theta = -\frac{4}{r^2} \int_{0^-}^t G(t-S) dK(S) \quad (8)$$

将(5)、(8)代入(1)得

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} - \frac{4}{r^3} \int_{0^-}^t G(t-S) dK(S) = \rho_p \frac{\ddot{K}(t)}{r} \quad (9)$$

对 r 积分, 上式变为

$$\sigma_r + \frac{2}{r^2} \int_{0^-}^t G(t-S) dK(S) = \rho_p \ddot{K}(t) \ln r + A(t)$$

或

$$\sigma_r = \rho_p \ddot{K}(t) \ln r - \frac{2}{r^2} \int_{0^-}^t G(t-S) dK(S) + A(t) \quad (10)$$

式中 $A(t)$ 为待定的积分函数。

引入初始条件与边界条件。

设系统在 $t \leq 0$ 处于静止, 则

$$K(t) = \dot{K}(t) = 0, \quad t \leq 0 \quad (11)$$

在只有内压作用下, 边界条件为:

$$\sigma_r|_{r=a} = -\sigma_i(t) \stackrel{(10)}{=} \rho_p \ddot{K}(t) \ln a - \frac{2}{a^2} \int_{0^-}^t G(t-S) dK(S) + A(t) \quad (12)$$

式中 $\sigma_i(t)$ 为燃烧室内压

$$\begin{aligned} \sigma_r|_{r=b^*} = & -\frac{h_c}{b} \frac{E'}{b^2} K(t) - \rho_c \left(\frac{h_c}{b} \right) \ddot{K}(t) \stackrel{(10)}{=} \rho_p \ddot{K}(t) \ln b \\ & - \frac{2}{b^2} \int_{0^-}^t G(t-S) dK(S) + A(S) \end{aligned} \quad (13)$$

令 $-\sigma_i(t) = q(t)$

由(12)得

$$A(t) = q(t) - \rho_p \ddot{K}(t) \ln a + \frac{2}{a^2} \int_{0^-}^t G(t-S) dK(S) \quad (14)$$

将(14)代入(13)得

$$\begin{aligned} \rho_p M \ddot{K}(t) + \left(\frac{h_c}{b} \right) \frac{E'}{b^2} K(t) + 2 \left(\frac{1}{a^2} \right. \\ \left. - \frac{1}{b^2} \right) \int_{0^-}^t G(t-S) dK(S) = -q(t) \end{aligned} \quad (15)$$

式中 $M = \ln(b/a) + (\rho_c/\rho_p)(h_c/b)$;

$E' = E_c/1 - \nu_c^2$

E_c —— 壳体弹性模量

ρ_c —— 壳体质量密度

ν_c —— 壳体泊桑比

$q(t) = -\sigma_i$

为消除(15)式中积分项在 $t=0$ 处的不连续性, 经简单推导得

* 为简单, 下面讨论中将 $\sigma_r|_{r=b}$ 简写为 $\sigma_{r=b}$ 。

$$\int_{0^-}^t G(t-S) dK(S) = G_g K(t) + \int_{0^+}^t G'(t-S) K(S) dS \quad (16)$$

式中 G_g 为药柱的玻璃剪切模量, $G(t)$ 上的一撇为对 $(t-S)$ 求导。

将(16)代入(15)得

$$\begin{aligned} \rho_p M \ddot{K}(t) + \frac{G_g}{a^2} K(t) & \left[\frac{2(b^2 - a^2)}{b^2} + \left(\frac{h_c}{b} \right) \frac{a^2}{b^2} \frac{E'}{G_g} \right] \\ & + 2 \left(\frac{b^2 - a^2}{a^2 b^2} \right) \int_{0^+}^t G'(t-S) K(S) dS = -q(t) \end{aligned} \quad (17)$$

令 $N = 2(b^2 - a^2)/b^2 + (h_c/b)(E'/G_g)(a^2/b^2)$

得

$$\begin{aligned} \rho_p M \ddot{K}(t) + \frac{G_g}{a^2} N K(t) + 2 \left(\frac{b^2 - a^2}{a^2 b^2} \right) \int_{0^+}^t G'(t-S) K(S) dS \\ = -q(t) \end{aligned} \quad (18)$$

此式为 $K(t)$ 的控制方程式, 为求得 $K(t)$ 的数值解, 将(18)式离散化。

对 $\ddot{K}(t)$ 采用中央差分:

$$\ddot{K}(t_n) = \frac{1}{\Delta t^2} \{K(t_{n-1}) - 2K(t_n) + K(t_{n+1})\}$$

式中 Δt 为时间步长。

对积分项用有限和逼近

$$\begin{aligned} \int_{0^+}^{t_n} G'(t_n-S) K(S) dS &= -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n-1} [K(t_{i+1}) + K(t_i)] \times \\ &\times [G(t_n - t_{i+1}) - G(t_n - t_i)] \end{aligned}$$

这样, (18) 式可写为如下离散化形式

$$\begin{aligned} \frac{\rho_p M}{\Delta t^2} \{K(t_{n-1}) - 2K(t_n) + K(t_{n+1})\} &+ \frac{G_g}{a^2} N K(t_n) \\ &- \left(\frac{b^2 - a^2}{a^2 b^2} \right) \sum_{i=1}^{n-1} [K(t_{i+1}) + K(t_i)] [G(t_n - t_{i+1}) \\ &- G(t_n - t_i)] = -q(t_n) \end{aligned} \quad (19)$$

依据 (19) 式编制了计算机计算程序。程序中对药柱厚度可以考虑为常量, 也可以考虑为时间的变量。松弛模量 $G(t)$ 可以用函数形式输入, 也可以用实验取得的离散数据的形式输入。

三、计算结果与分析

使用所编制的计算机程序, 研究了药柱剪切松弛模量 $G(t)$ 对界面径向接触应力 $\sigma_{r=b}$ 的影响, 压力曲线上升段梯度对 $\sigma_{r=b}$ 的影响, 以及药柱与壳体物理参量、几何参量对 $\sigma_{r=b}$ 的影响。

1. $G(t)$ 对于 $\sigma_{r=b}$ 的影响

火药柱从动力学角度为一种阻尼性质的材料, 本结构关系可视为线性粘弹体, 其剪切松弛模量 $G(t)$ 对于药柱与发动机壳体间径向接触应力 $\sigma_{r=b}$ 有明显的影响。

图 2、图 3 代表载荷情况与几何物理参量相同，只是 $G(t)$ 不同的两种典型情况。图 2 中 $G(t) = 7.03 + 697.1e^{-t/0.417}$ 。图 3 中 $G(t) = 7.03 + 697.1e^{-t/0.0001}$ 。第一种情况算得的放大因子 $K = \frac{\sigma_{r=b}|_{\max}}{P_{\max}} = 0.71$ ，并且振荡无明显的衰减现象，第二种情况 $K = 1.06$ ，有明显的振荡衰减现象。显然， $G(t)$ 的影响是很明显的。

为探讨 $G(t)$ 对 $\sigma_{r=b}$ 的影响，我们将 $G(t)$ 写为如下指数形式^[5.6]

$$G(t) = A + Be^{-t/c}$$

式中 A 、 B 、 C 为常量。

$t = 0$ 时， $G(t) = A + B = G_g$ 称为药柱的玻璃剪切模量。

$t \rightarrow \infty$ 时， $G(t) \rightarrow A$ 。

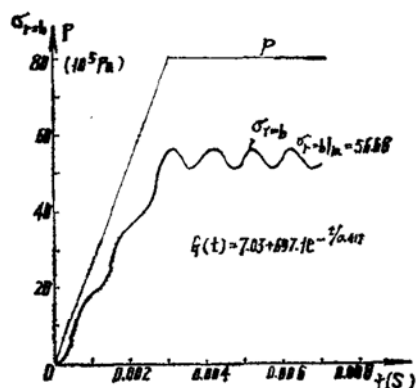


图 2

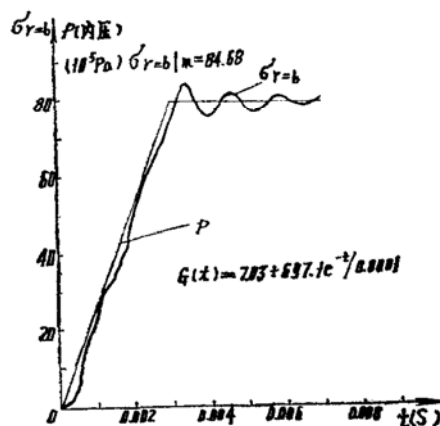


图 3

中间情况按指数规律变化，变化梯度取决于 C 的取值。 C 为小于 1 的量。

(1) 玻璃剪切模量 G_g 对 $\sigma_{r=b}$ 的影响 (C 保持不变)。

我们对 $G(t)$ 的衰减规律相同，只是 G_g 不同的两组情况进行了研究。图 4 所示，为 $G(t)$ 衰减规律均为 $e^{-t/0.417}$ 而截距 G_g 不同的情况。

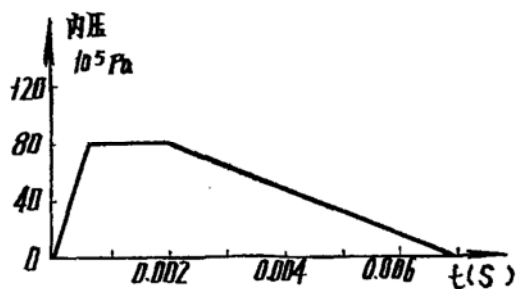
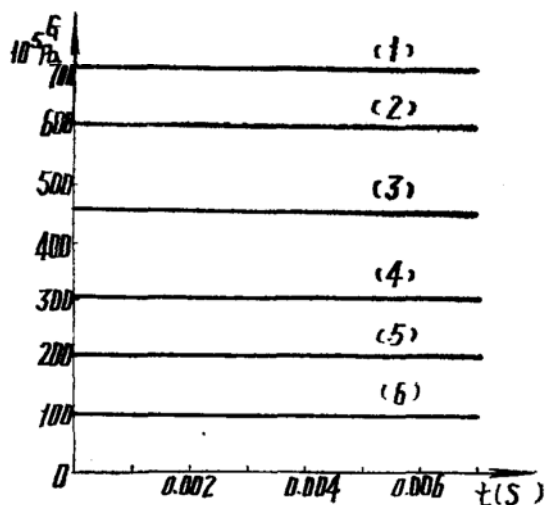


图 4

上面各种 $G(t)$ 情况, 对同一结构系统与载荷系统得到的 $\sigma_{r=b}|_{\max}$ 如表 1 所示, 其变化规律如图 5 所示。

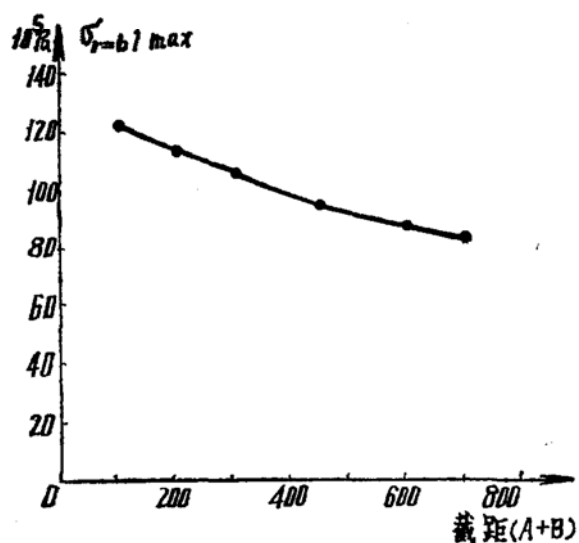


图 4 注解:

- (1) $G(t) = 7.03 + 697.1e^{-t/0.417}$
- (2) $G(t) = 7.03 + 600.0e^{-t/0.417}$
- (3) $G(t) = 7.03 + 450.0e^{-t/0.417}$
- (4) $G(t) = 7.03 + 300.0e^{-t/0.417}$
- (5) $G(t) = 7.03 + 200.0e^{-t/0.417}$
- (6) $G(t) = 7.03 + 100.0e^{-t/0.417}$

图 5

表 1

序 号	$G(t)$	$\sigma_{r=b} _{\max}$ (10^5Pa)
1	$7.03 + 697.1e^{-t/0.417}$	82.43
2	$7.03 + 600.0e^{-t/0.417}$	87.38
3	$7.03 + 450.0e^{-t/0.417}$	95.92
4	$7.03 + 300.0e^{-t/0.417}$	106.10
5	$7.03 + 200.0e^{-t/0.417}$	113.90
6	$7.03 + 100.0e^{-t/0.417}$	122.40

图 6 为 $G(t)$ 均按 $e^{-t/0.005}$ 规律衰减, 而截距 G_g 不同的情况。

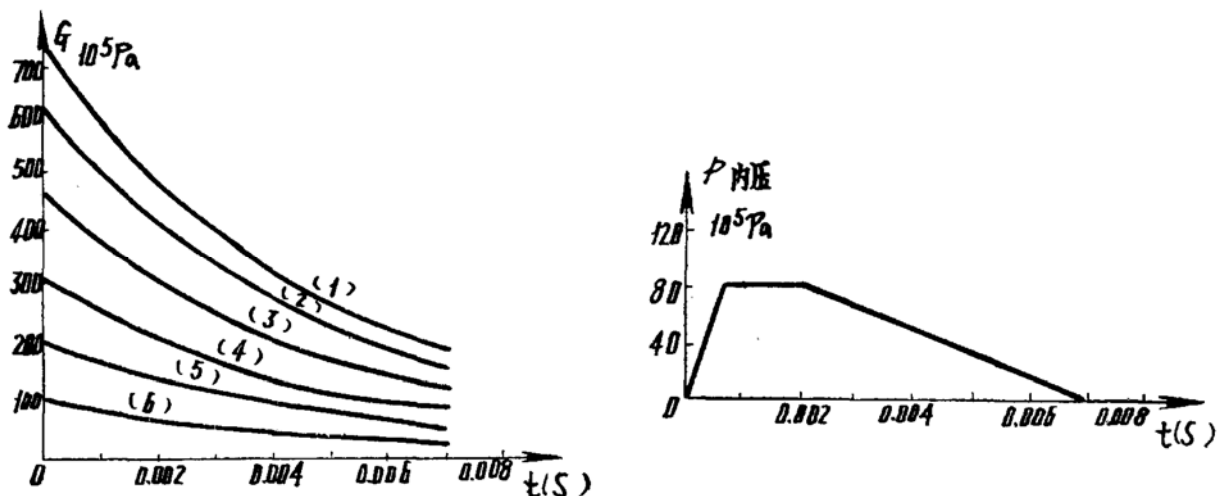


图 6

这组 $G(t)$ 在同一结构系统与载荷的情况下其最大径向接触应力如表 2 所示, 变化规律如图 7 所示。

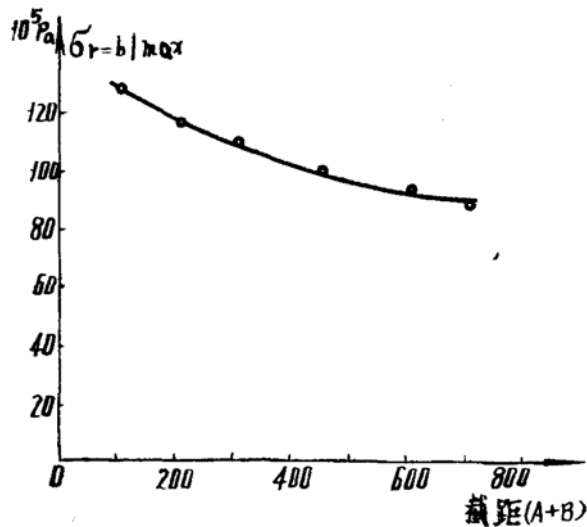


图 6 注解:

- (1) $G(t) = 7.03 + 697.1e^{-t/0.005}$
- (2) $G(t) = 7.03 + 600.0e^{-t/0.005}$
- (3) $G(t) = 7.03 + 450.0e^{-t/0.005}$
- (4) $G(t) = 7.03 + 300.0e^{-t/0.005}$
- (5) $G(t) = 7.03 + 200.0e^{-t/0.005}$
- (6) $G(t) = 7.03 + 100.0e^{-t/0.005}$

图 7

表 2

序 号	$G(t)$	$\sigma_{r=b \max}$ (10^5pa)
1	$7.03 + 697.1e^{-t/0.005}$	85.97
2	$7.03 + 600.0e^{-t/0.005}$	90.71
3	$7.03 + 450.0e^{-t/0.005}$	98.85
4	$7.03 + 300.0e^{-t/0.005}$	108.30
5	$7.03 + 200.0e^{-t/0.005}$	115.50
6	$7.03 + 100.0e^{-t/0.005}$	123.40

由上述各图显然可以看到 $G(t)$ 的 G_g 愈大界面接触应力最大值 $\sigma_{r=b|\max}$ 愈小。这一规律显然是正确的, 因为同一衰减规律下 G_g 愈大, 其平均剪切模量就愈大, 则药柱与壳体接触面处的径向位移就愈小, 所以 $\sigma_{r=b}$ 必然降低, 其最大峰值也必然降低。故剪切松弛模量具有同样衰减规律下选择玻璃剪切模量高者可使交面接触应力降低。

另外, 图 8、图 9、图 10, 表示其它条件相同, 只 G_g 不同的三种情况的 $\sigma_{r=b}$ 时间历程图。由这组图可知 G_g 愈小者振荡得愈严重。

(2) $G(t)$ 函数中的 C 值对 $\sigma_{r=b}$ 的影响

图 11 为 G_g 相同而 C 值不同的 6 种情况。它们的其它结构参量与内压载荷情况均相同, 算得的 $\sigma_{r=b|\max}$ 如表 3 所示, 变化规律如图 12 所示。

$C = 0.417, 0.005, 0.001, 0.0001$ 四种情况的 $\sigma_{r=b}$ 时间历程如图 13-16 所示。

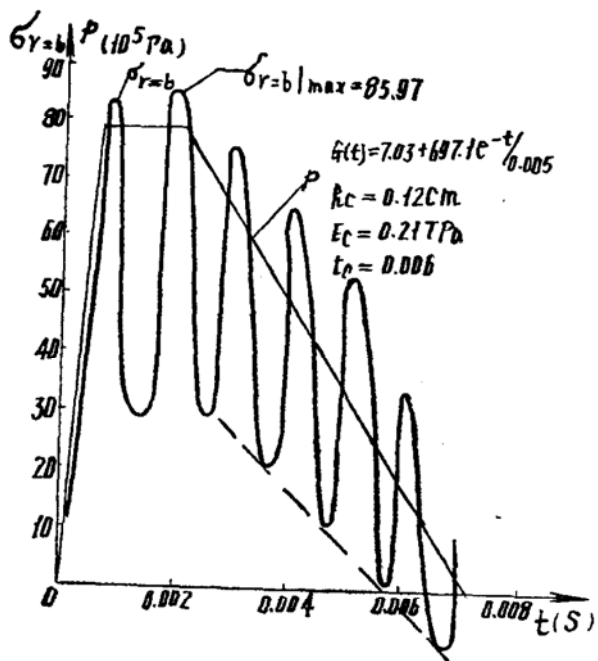


图 8

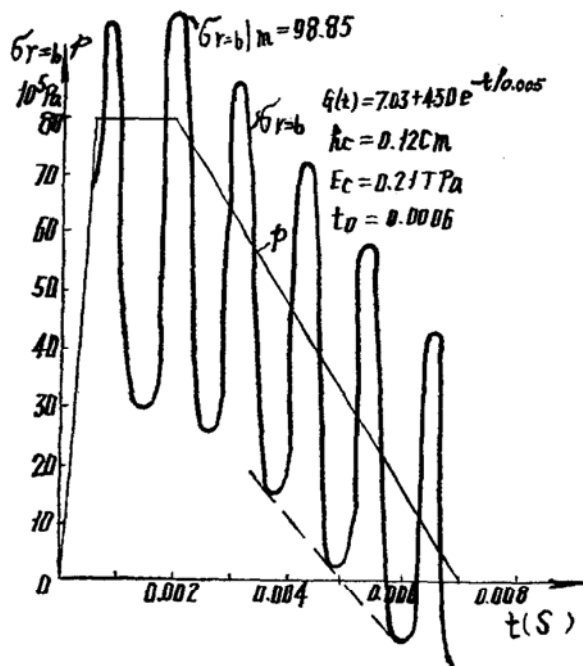


图 9

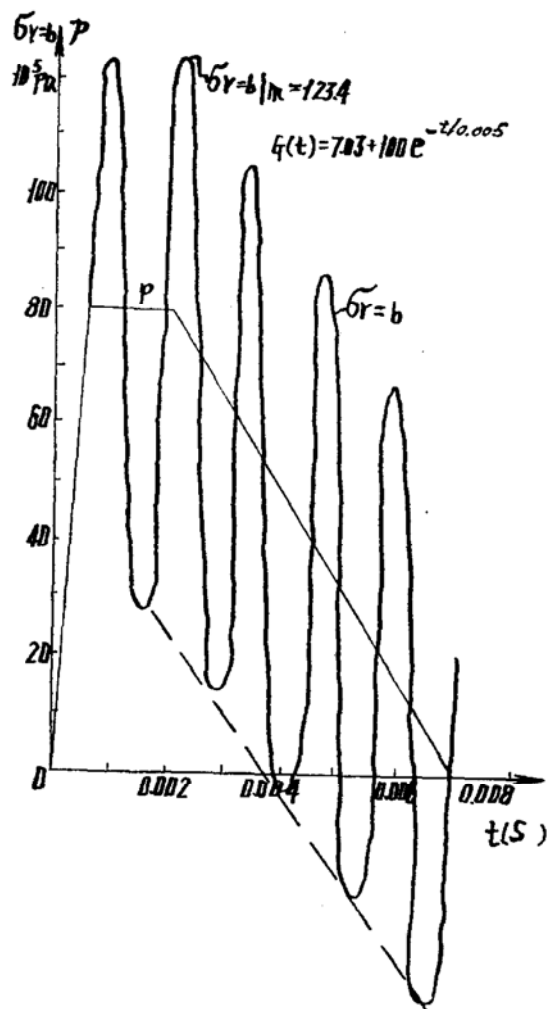


图 10

表 3

序 号	C	$\sigma_{r=b _{\max}} (10^5 \text{Pa})$
1	0.417	82.43
2	0.10	82.57
3	0.01	84.26
4	0.005	85.97
5	0.001	93.57
6	0.0001	116.10

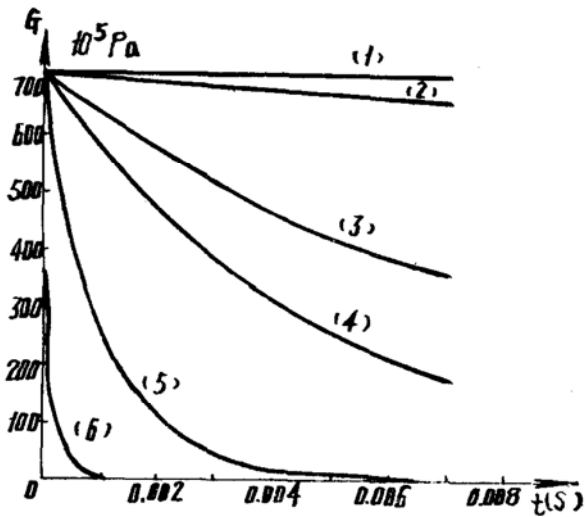


图 11

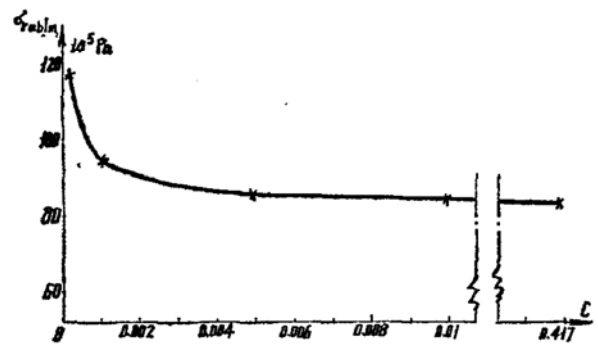
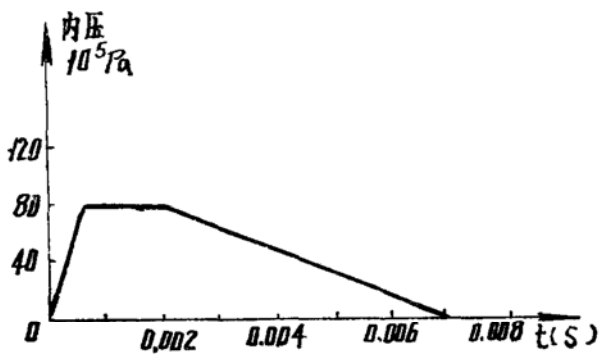


图 12



- (1) $G(t) = 7.03 + 697.1e^{-t/0.417}$
 (2) $G(t) = 7.03 + 697.1e^{-t/0.1}$
 (3) $G(t) = 7.03 + 697.1e^{-t/0.01}$
 (4) $G(t) = 7.03 + 697.1e^{-t/0.005}$
 (5) $G(t) = 7.03 + 697.1e^{-t/0.001}$
 (6) $G(t) = 7.03 + 697.1e^{-t/0.0001}$

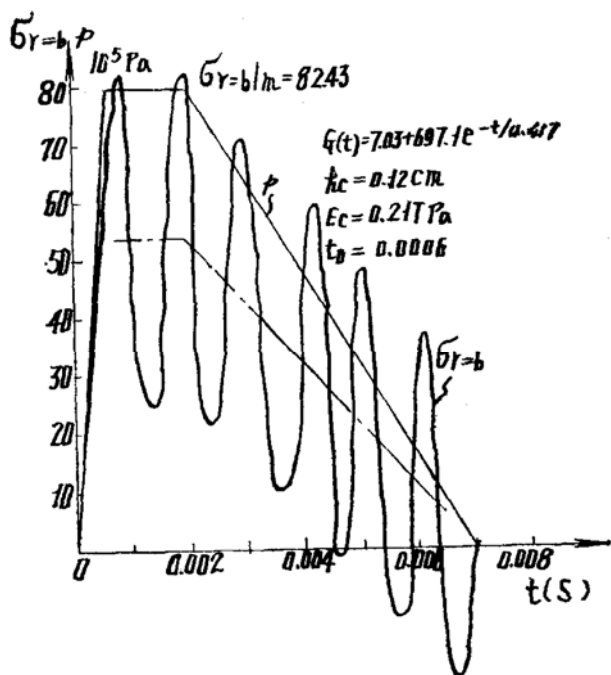


图 13

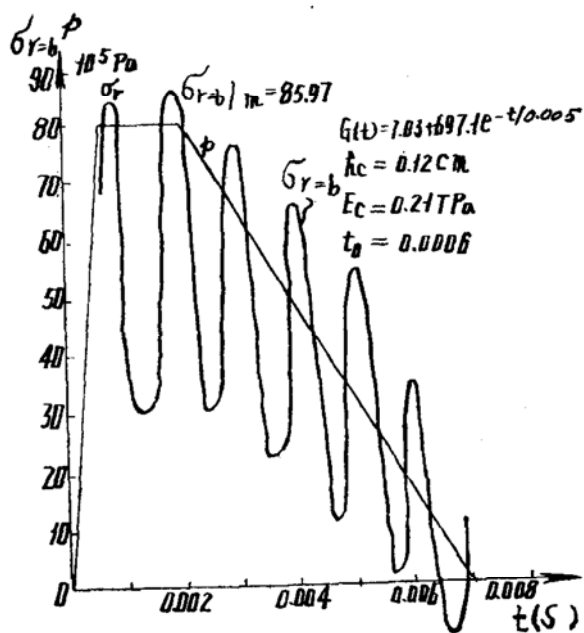


图 14

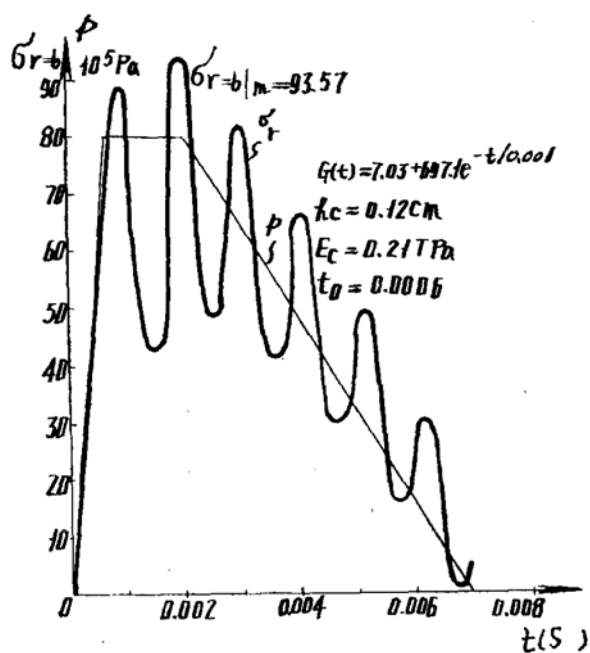


图 15

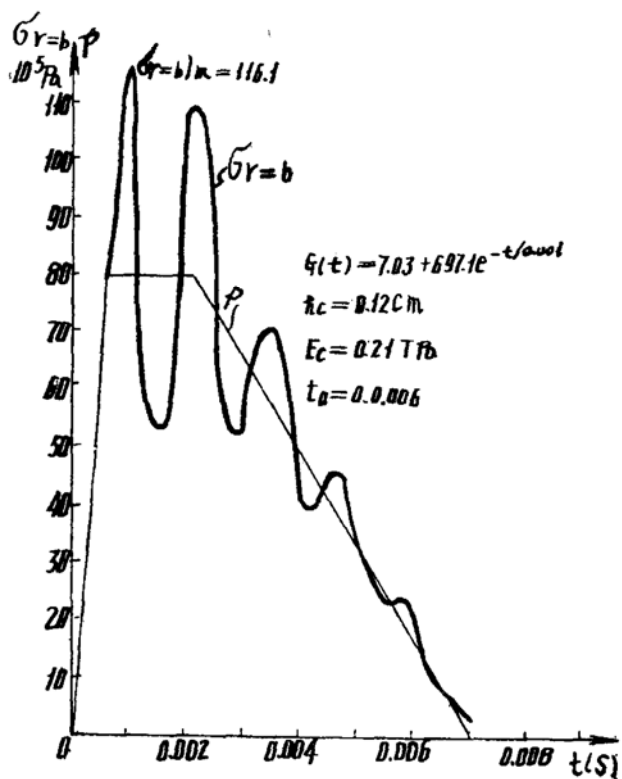


图 16

由这组计算结果明显可以看出, $G(t)$ 的变化率愈大 (C 愈小), 将产生较大的 $\sigma_{r=b}|_{\max}$, 这是 $G(t)$ 普遍降低的必然结果。另外还有两个重要现象可从上面四个图看出。一是随着 $G(t)$ 的变化率加大, 其阻尼作用就更加突出。由图15、图16可见, 阻尼引起的振幅衰减, 随着 C

的降低逐渐明显。另一现象是由于振荡存在，当阻尼作用不突出时，在载荷后期阶段，有可能产生拉应力，如图13、14所示。这对药柱的稳定燃烧是不利的。

关于C值对振荡衰减的影响，可以理论上证实如下：

由线粘弹理论知，松弛模量 $G(t)$ 与复松弛模量有如下关系^[4]

$$G_1(\omega) = \omega \int_0^{\infty} G(\xi') \sin \omega \xi' d\xi' \quad (20)$$

$$G_2(\omega) = \omega \int_0^{\infty} G(\xi') \cos \omega \xi' d\xi' \quad (21)$$

式中 $G_1(\omega)$ 、 $G_2(\omega)$ 分别为复松弛模量的实部与虚部；

ξ' 为时间积分变量； ω 为圆频率。

在所讨论情况下

$$G(\xi') = A + B e^{-\xi'/c} \quad (22)$$

将 (22) 代入 (20)、(21) 得

$$G_1(\omega) = \omega A \int_0^{\infty} \sin \omega \xi' d\xi' + \frac{\omega^2 C^2 B}{1 + C^2 \omega^2} \quad (23)$$

$$G_2(\omega) = \omega A \int_0^{\infty} \cos \omega \xi' d\xi' + \frac{\omega B C}{1 + C^2 \omega^2} \quad (24)$$

设 δ 为滞后相位角，由线粘弹理论有^[4]

$$\tan \delta = \frac{G_2}{G_1} \quad (25)$$

$$\frac{\Delta W}{W} = 2 \pi \sin \delta \quad (26)$$

式中 ΔW —— 一个循环中单位体积能量损失

W —— 系统单位体积最大能量

显然 δ 是反应阻尼的物理量， δ 愈大，能量耗散愈大，阻尼愈大。由 (23)、(24) 式可知，在除C以外均不变条件下，由于 $C < 1$ ，当C降低时 G_1 的降低速度远远大于 G_2 的降低速度，故 G_2/G_1 升高，因之 δ 升高，阻尼增大。所以随着C降低， $G(t)$ 的变化速率提高，阻尼作用日益更加突出，振荡的振幅衰减的就愈快。加大阻尼是防止界面拉应力产生的方法之一。不过当C降低时 $\sigma_{r=b}$ 的平均水平要升高。如何选择要权衡其利弊情况综合分析。

另外，从计算结果还可以看到 $G(t)$ 的改变对系统振动频率是有影响的，不过不甚突出。随着 $G(t)$ 变化速率提高，振动频率略有降低。

同时， $G(t)$ 的变化速率虽然对 $\sigma_{r=b}$ 的平均水平有影响，但比之于 G_g 要小得多。

2. 载荷上升梯度对 $\sigma_{r=b}$ 的影响

除载荷上升段外其他情况均相同的诸系统，载荷上升梯度愈大，即点火时间 t_0 愈短，其振荡的振幅愈大， $\sigma_{r=b|_{\max}}$ 也愈大，放大因子K随之也愈大，但 $\sigma_{r=b}$ 的平均水平基本不变，如图17—20所示。

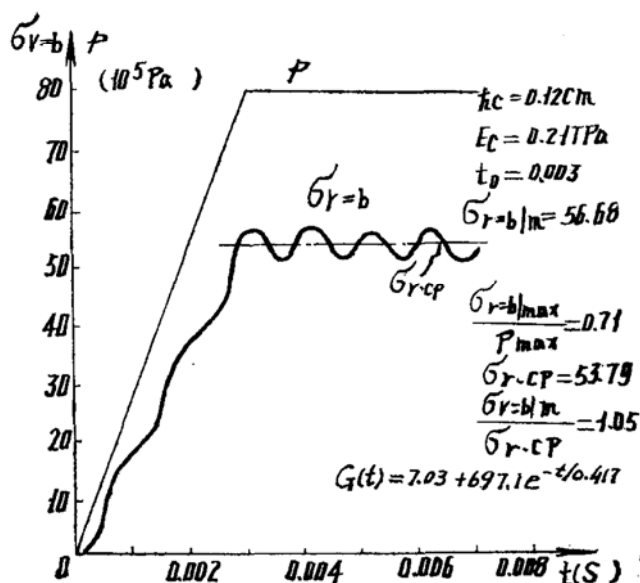


图 17

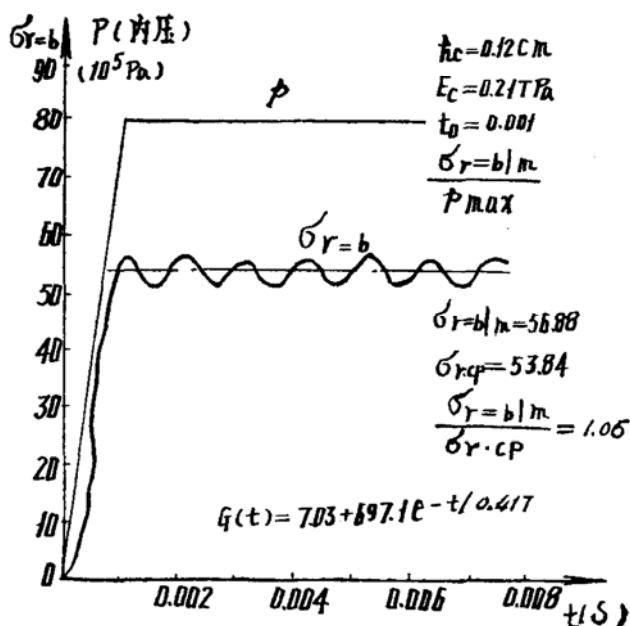


图 18

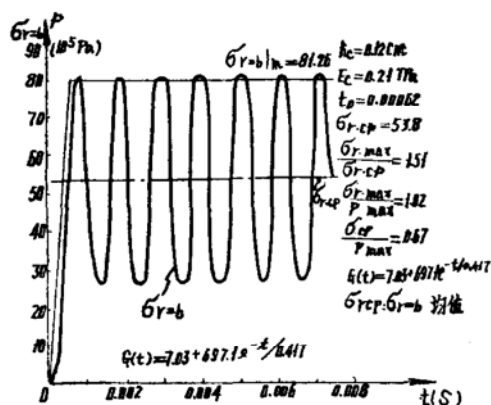


图 19

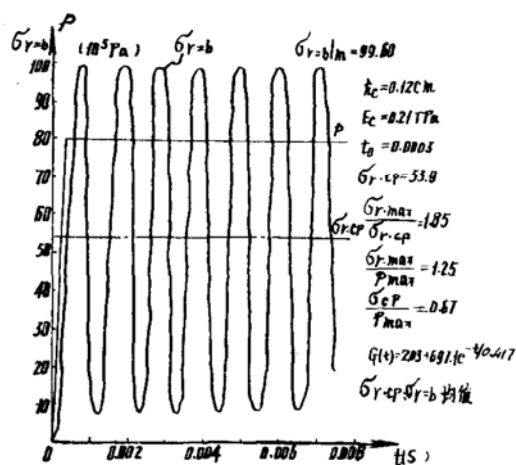


图 20

由这一组图可知，随着载荷上升梯度不同，放大因子 K 可能小于 1，也可能大于 1。当上升时间 t_0 远大于系统振荡周期时 $K < 1$ ，当 t_0 小于振荡周期时 $K > 1$ 。随着上升时间加大，振幅逐渐减小，动力作用明显降低，最后稳定到一个较低的水平上。动力效应降低所能稳定到的水平，取决于 $G(t)$ 变化率以及药柱质量密度情况。随着 t_0 变大， $\sigma_{r=b|m} \max$ 最后趋于稳定的情况如表 4 及图 21 所示。

表 4

序号	t_0 (秒)	$\sigma_{r=b} _{\max}$ (10^5Pa)	
		$h_c = 0.12 \text{cm}, E_c = 21 \text{TPa}$	$h_c = 0.2 \text{cm}, E_c = 8.0 \text{TPa}$
1	0.00001	106.20	147.30
2	0.0001	105.50	142.80
3	0.0003	99.60	110.60
4	0.0006	81.26	86.26
5	0.001	56.88	75.13
6	0.002	56.77	75.12
7	0.003	56.68	75.11
8	0.004	56.60	75.10

表中: h_c : 发动机壳体厚度; E_c : 发动机壳体弹性模量。

3. 结构系统的其它物理、几何参量对 $\sigma_{r=b}$ 的影响

(1) 药柱厚度 H 的影响

如图 1 所示, 药柱厚度 H 的变化, 可通过保持 a 不变而改变 b 得到。计算结果示于图 22。显然, 随着 b 变大, 振荡现象降低, 直到振荡现象消失。

由图上明显可看出, 随着 b 加大 $\sigma_{r=b} |_{\max}$ 逐渐降低。

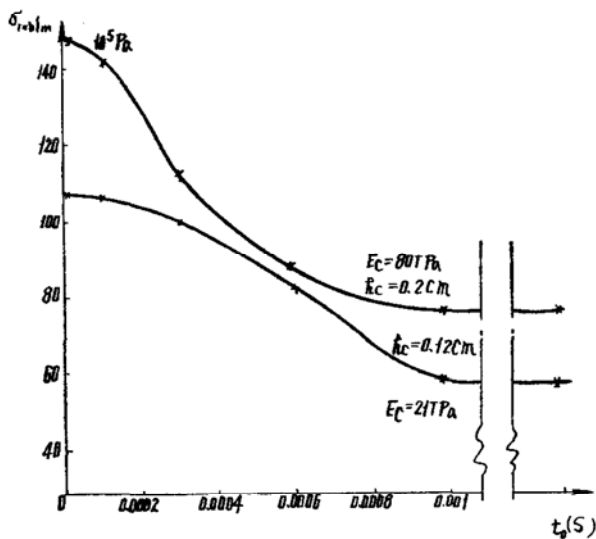


图 21

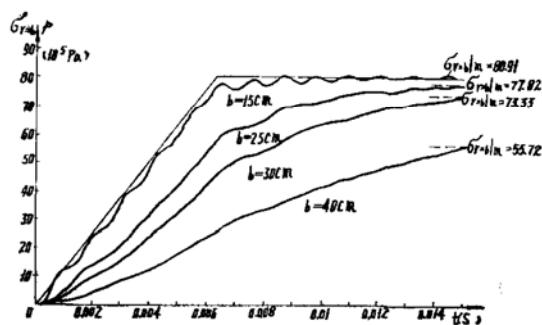


图 22

(2) 火药质量密度 ρ_p 的影响

当药柱质量密度很小时, 动力作用微弱, 振荡现象不明显。同时由于惯性小, $\sigma_{r=b}$ 基本上逼近外载曲线, 如图 23 所示。

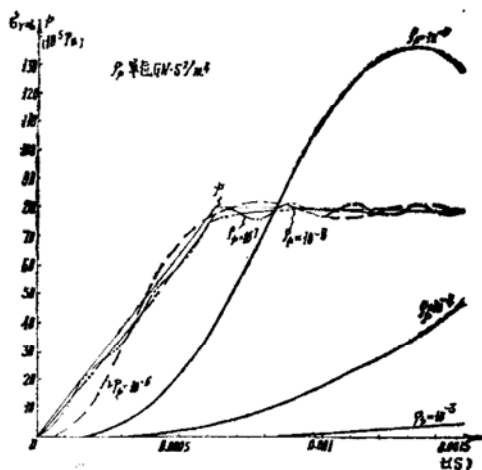


图 23

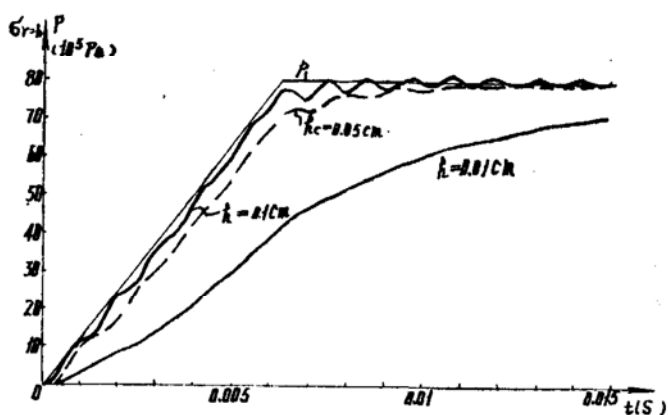


图 24

随着 ρ_p 加大, 振荡现象逐渐突出, 振荡的频率逐渐降低, $\sigma_{r=b}|_{\max}$ 逐渐升高。但当 ρ_p 过大时振荡现象又一次消失, 而且 $\sigma_{r=b}$ 迅速降低, 这时属于系统固有频率过低, 外载荷不能将该系统激发的情况。

(3) 发动机壳体厚度 h_c 的影响

变化 h_c 的计算结果, 如图24所示。由图可见, 当 h_c 很小时振荡很弱, 随着 h_c 增加, 振荡趋于明显, 而且振动频率提高。但 h_c 加大到一定数值后, 再增加 h_c , 对 $\sigma_{r=b}$ 的振荡情况影响不大, 如图25、26所示。

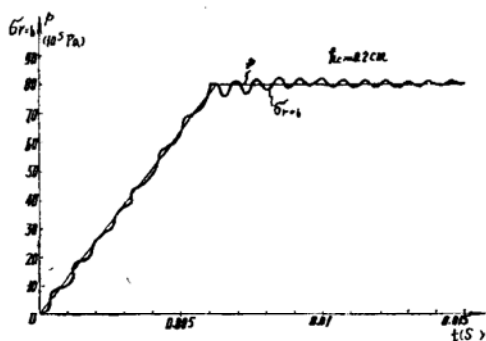


图 25

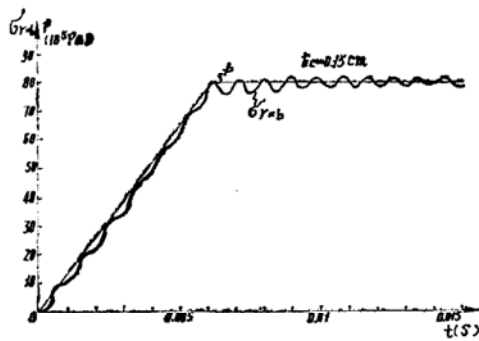


图 26

由此计算表明, 发动机外壳厚度在一般范围内对发动机界面动态应力影响是不大的。

(4) 发动机壳体弹性模量 E_c 对 $\sigma_{r=b}$ 的影响

E_c 对 $\sigma_{r=b}$ 的影响基本上与 h_c 相似。 E_c 很小时 $\sigma_{r=b}$ 不振荡, 随着 E_c 升高, 振荡的频率提高, 振幅降低, 放大因子 K 降低, 如图27所示。

(5) 发动机壳体质量密度 ρ_c 对 $\sigma_{r=b}$ 的影响

ρ_c 对 $\sigma_{r=b}$ 的影响很小, 如图28所示。 ρ_c 由零变到 $\rho_c = 0.1 \times 10^{-3} \text{ GN}\cdot\text{s}^2/\text{m}^4$ 其间的振荡情况基本相同, 只当 $\rho_c = 0.1 \times 10^{-2} \text{ GN}\cdot\text{s}^2/\text{m}^4$ 时才出现振荡消失的情况, 但这样大的质量密度无现实意义, 故在计算 $\sigma_{r=b}$ 时可以将壳体惯性忽略不计, 即取 $\rho_c = 0$ 即可。

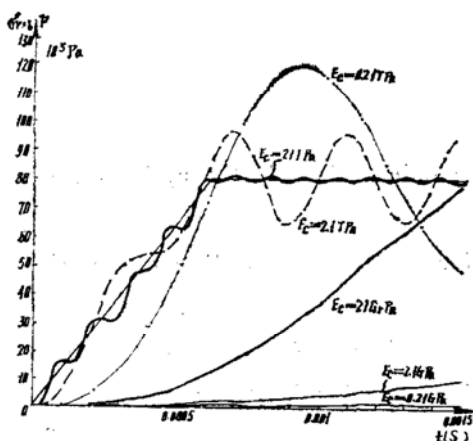


图 27

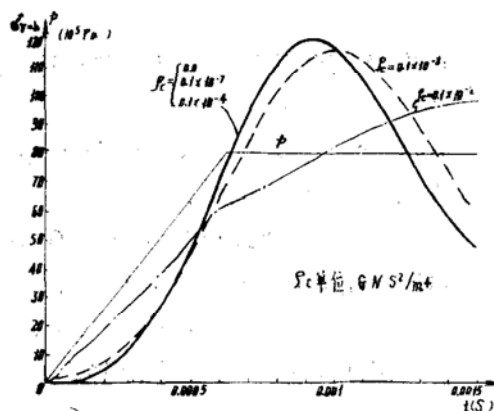


图 28

四、几点结论

通过以上计算结果的讨论,可以得出以下几点初步结论:

1. 壳体内部具有阻尼材料填充层的结构系统,从动力学观点,并不一定能使交面接触应力 $\sigma_{r=b}$ 比内压载荷值低。也就是放大因子 K 可能小于1,也可能大于1,这取决于外载上升时间 t_0 、 G_g 及 $G(t)$ 变化率情况,以及系统几何、物理参量的具体匹配情况。为了正确判明 $\sigma_{r=b}$ 的具体情况,必须进行动力系统的动态响应分析,笼统地认为由于存在火药柱的缓冲作用,一定使作用于壳体上的压力比内压值低是不确切的。
2. 发动机内部的粘弹性火药,从动力学观点它可以发挥三个作用:响应的滞后作用;降低 $\sigma_{r=b}$ 平均水平的作用;使振荡的振幅衰减作用。各种作用的大小情况取决于剪切松弛函数 $G(t)$ 特征及与载荷变化相匹配的情况。
3. 载荷上升时间 t_0 (即压力曲线上上升段)对交面接触应力的影响显著, t_0 愈小,动力作用愈突出,放大因子 K 愈大。
4. 药柱的惯性作用不容忽视,而发动机壳体的惯性作用则可以忽略不计。

五、后 记

本文讨论中未考虑药柱厚度随时间变化的影响。药柱厚度随时间减小,一方面质量降低使惯性降低,另一方面药柱对振动的阻尼作用也降低,二者对 $\sigma_{r=b}$ 的影响相反。最终对 $\sigma_{r=b}$ 的影响情况取决于药柱厚度随时间的具体变化规律。由于这一规律无可资应用的资料,故本文未予以讨论,但我们所编程序,可以很方便地处理这类问题。

参 考 文 献

- (1) 张吉瑞等译: 固体火箭发动机设计基础, 下册。
- (2) 固体火箭发动机设计。北京工业学院讲义, 1979。
- (3) Achenbach, J.D.: Dynamic response of a long casebonded viscoelastic cylinder. *AI-
AA. J.* 1965, p673.
- (4) Findley, W. N., Lai, J. S., Onaran, K.: Creep and relaxation of nonlinear viscoelastic materials. 1979, p90-103.
- (5) Sankaran, G. V., Jana, M. K.: Thermoviscoelastic analysis of axisymmetric solid propellant grains. *AIAA/SAE 11-th Propulsion Conference, AIAA Paper №75-1343*, 1975.
- (6) Srinathá, H.R., Lewis, R. W.: A Finite element method for thermoviscoelastic analysis of plane problems. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 1981, P21—33.