

固体火箭发动机推力 终止过程中诸曲线预估

叶 万 举

摘 要

本文讨论了固体火箭发动机采用反喷管进行推力终止的过程中, 压力——时间、负推力——时间、负冲量——时间、装药燃去厚度——时间诸曲线的预估方法。对压力曲线与某发动机的试验曲线作了比较, 吻合良好。

主 要 符 号

1. 推力终止过程中任意瞬间的参量

t 以终止初为起点的时间
 W 燃烧室燃气重量
 G_b 燃气重量秒生成量
 G_t 正、反喷管总重量秒流量
 P 燃烧室燃气压力
 T 燃烧室燃气温度
 V 燃烧室自由容积

A_b 装药燃烧面积
 r 瞬态燃速
 r_s 对应压力 P 的稳态燃速
 e 以终止初为起点的装药燃去厚度
 F 正、反喷管的合推力(负推力)
 I 负推力产生的冲量

2. 推力终止初始(第一准稳态)的参量

以上参量加注脚“0”

3. 相对参量

$\tau = t/t_c$ 相对时间(t_c 为特征时间, 见常量表)

$\overline{P} = P/P_0$ 相对压力

$\overline{T} = T/T_0$ 相对温度

$\overline{F} = F/F_0$ 相对推力

$\overline{I} = I/F_0 t_c$ 相对冲量

$\overline{e} = e/e_0$ 相对燃去厚度(e_0 为终止初的已燃厚度)

$\overline{A_b} = A_b/A_{b0}$ 相对燃面

$\overline{V} = V/V_0$ 相对自由容积

4. 常量

C_v 单位重量燃气的定容比热

C_p 单位重量燃气的定压比热

R 单位重量燃气的气体常数

χ 热损失修正系数

T_p 推进剂燃烧温度

ρ_p 装药密度

C_D 喷管流量系数

φ 流量修正系数

A_t 正喷管总喉面

A_r 反喷管总喉面

$\overline{A_r} = A_r/A_t$ 反喷管相对喉面

k 比热比

b 燃速系数

t_c 特征时间($t_c = W_0/G_{t0}$)

n 压力指数

一、前言

为控制导弹的射程,在达到预定的飞行速度时需终止推力。打开反喷管产生负推力、实现头体分离,是常用的有效方案。

反喷管与正喷管的喉面比不是很大时,工作在第一准稳态段的燃烧室,在打开反喷管后并不熄火,燃烧室压力迅速衰减并转入第二准稳态段工作。

为满足可靠分离所要求的负推力-时间曲线或负冲量值,发动机设计者需预估这一过程的压力、负推力、负冲量、装药燃去厚度等量随时间变化的曲线,进一步找到在满足最大射程相应的装药厚度之外,还需增加多大厚度来产生所要求的负冲量值。如果预估不准,要么达不到负冲量的要求,要么装药过剩,而这些过剩的装药则是推力终止前整个飞行过程中的消极重量。因此,这些计算对发动机的性能是密切相关的。

为使结果具有一定的通用性,普遍采用相对参量。在压力曲线的计算与试验相比较时,原始数据和试验结果均取自某发动机。

二、基本假设

反喷管打开前,燃烧室工作在第一准稳态段。由于要实行推力终止的时刻喉通比总是很小,因此燃烧室压力由装药前端至末端仅有很小变化。燃气从正喷管流出。

当反喷管突然打开,靠近反喷管的燃气立即排出,膨胀波沿燃烧室向正喷管方向传播并反射,造成各部位压力和流速的变化,一部分燃气流动方向改变,转向反喷管流出。由于膨胀波以音速传播,上述波动时间与燃烧室特征时间相比为百分之一的量级,因而在作简化计算时不予考虑^[2]。假设反喷管打开后,燃气即以相应比例同时向正、反喷管流出。

由试验数据和作者在另一算例中的结果说明,诸反喷管打开的不同步性以及打开过程的时间与燃烧室特征时间相比也是可以忽略的。因此,假设反喷管是立即完全打开的。

此外,尚需作下列主要假设:(1)每一瞬间燃烧室的参量是按“零维”理论考虑的轴向平均参量^[2];(2)燃烧室的热损失用不变的热损失系数来修正;(3)燃气服从理想气体状态方程;(4)燃气成分、燃速系数、压力指数不变。

三、基本方程

图1为带反喷管的发动机示意图。根据以上假设,可列出如下基本方程:

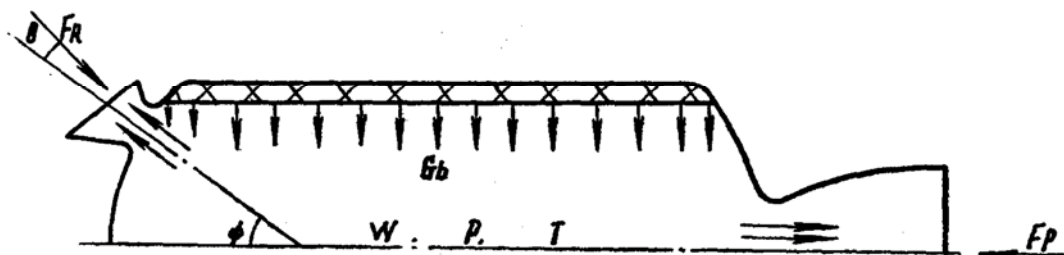


图1 发动机示意图

1. 质量守恒方程

$$\frac{dw}{dt} = G_b - G_t \quad (1)$$

初始条件: $G_{b0} = G_{t0}$.

2. 能量守恒方程

$$\frac{d(C_p W T)}{dt} = \chi C_p T_p G_b - C_p T G_t \quad (2)$$

式中, χ 为热损失修正系数, $\chi C_p T_p G_b$ 为单位时间内装药燃烧加入燃烧室自由容积的净能量; 由于单位时间内作用在装药边界的压力功远小于它, 因而压力功忽略不计。

温度的初始条件: $T_0 = \chi T_p$.

3. 状态方程

$$W = PV/RT \quad (3)$$

初始条件: $W_0 = P_0 V_0 / RT_0$.

4. 重量秒生成量

$$G_b = \rho_p g A_b r \quad (4)$$

初始条件: $G_{b0} = \rho_p g A_{b0} r_0$.

5. 瞬态燃速表达式^[3]

$$r = r_s \left[1 + \frac{na}{r_s^2 p} \frac{dp}{dt} \right] \quad (5)$$

式中, $r_s = bp^n$, a 为装药的热扩散率。

初始条件: $r_0 = bp_0^n$.

6. 瞬时燃烧面积

$$A_b = f(e) \quad \text{或} \quad \overline{A_b} = f(\overline{e}) \quad (6)$$

函数 $f(e)$ 或 $f(\overline{e})$ 由装药的形状尺寸确定。

初始条件: $A_b = A_{b0}$ 或 $\overline{A_b} = 1$.

7. 重量秒流量

$$G_t = C_D \sqrt{\frac{T_0}{T}} A_t P (1 + \varphi \overline{A_r}) \quad (7)$$

初始条件: $G_{t0} = C_D A_t P_0$.

8. 瞬时自由容积

$$V = g(e) \quad \text{或} \quad \overline{V} = g(\overline{e}) \quad (8)$$

函数 $g(e)$ 或 $g(\overline{e})$ 由燃烧室和装药的形状尺寸确定。

初始条件: $V = V_0$ 或 $\overline{V} = 1$.

9. 燃烧方程

$$\frac{de}{dt} = r \quad (9)$$

10. 负推力

$$F = [C_{Fp} A_t - C_{Fr} A_r \cos(\phi + \theta)] P \quad (10)$$

此处, 由于打开机构的零件喷出所产生的反冲力只是一瞬间的冲击力, 对负冲量的贡献很小,

忽略不计。 C_{Fp} 、 C_{Fr} 分别为正、反喷管的实际推力系数（经参考类似试验数据修正）； ϕ 为反喷管轴线与发动机轴线的夹角； θ 为由斜切喷嘴带来的反推力与反喷管轴线的夹角。

初始条件： $F_0 = C_{Fp} A_t P_{00}$ 。

11. 负冲量

$$I = \int_0^t F dt \quad (11)$$

令特征时间为

$$t_c = W_0 / G_{t0} = W_0 / G_{b0} \quad (12)$$

表示反喷管打开初始瞬间燃烧室的燃气重量若以当时的秒流量流出，所需的时间。下面均以 t_c 作为时间的单位，故有相对时间

$$\tau = t / t_c \quad (13)$$

根据以上方程，经一系列推导，可得以相对参量表示的便于数值解的方程组如下：

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\tau}{d\tau} &= 1 \\ \frac{d\bar{P}}{d\tau} &= \frac{k(\bar{A}_b \bar{P}^n - \sqrt{\bar{T}}(1 + \phi \bar{A}_r) \bar{P}) - \beta \bar{A}_b \bar{P}^{1+n}}{\bar{V} - \alpha \bar{A}_b / \bar{P}^{1+n} + \alpha \beta \bar{A}_b / k \bar{P}^n} \\ \frac{d\bar{T}}{d\tau} &= \left[\frac{\bar{T}}{\bar{P}} + \left(\frac{\bar{T}}{\bar{V}} \beta - \frac{\bar{T}^2}{\bar{P} \bar{V}} \right) \bar{A}_b - \frac{\alpha}{k \bar{P}^{1+n}} \right] \frac{d\bar{P}}{d\tau} \\ &\quad + \left(\frac{\bar{T}}{\bar{V}} \beta - \frac{\bar{T}^2}{\bar{P} \bar{V}} \right) \bar{A}_b \bar{P}^n + \frac{\bar{T}^{1.5}}{\bar{V}} (1 + \phi \bar{A}_r) \\ \frac{d\bar{e}}{d\tau} &= r \bar{P}^n \left[1 + \frac{\alpha}{k \bar{P}^{1+2n}} \frac{d\bar{P}}{d\tau} \right] \\ \bar{A}_b &= f(\bar{e}) \\ \bar{V} &= g(\bar{e}) \\ \bar{F} &= \left[1 - \frac{C_{Fr}}{C_{Fp}} \bar{A}_r \cos(\phi + \theta) \right] \bar{P} \\ \bar{I} &= I / F_0 t_c = \int_0^\tau \bar{F} d\tau \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

式中，各组合常量 α 、 β 、 γ 分别为：

$$\alpha = \frac{k n a}{r_0^2 t_c} \quad (15)$$

反映采用瞬态燃速表达式的影响，若用稳态燃速表达式，可取 $\alpha = 0$ 。

$$\beta = \frac{A_{b0} r_0 t_c}{V_0} \quad (16)$$

因为 $A_b r = \frac{dV}{dt}$ ， $A_{b0} r_0 = \frac{A_b r}{A_{b0}} r_0 = \frac{r_0}{A_{b0}} \frac{dV}{dt}$

$$\text{所以 } \beta = \frac{r_0}{A_{b0}} \frac{d\bar{V}}{d\tau} \quad (17)$$

反映自由容积随时间变化的影响。若不考虑自由容积的变化，可取 $\beta = 0$ 。

$$\gamma = \frac{r_0 t_c}{e_0} \quad (18)$$

式中, e_0 为终止初装药的已燃厚度。

方程组(14)可用简单程序进行数值解。输入相应发动机的原始数据, 可得以相对参量表示的 $\bar{P}-\tau$ 、 $\bar{T}-\tau$ 、 $\bar{F}-\tau$ 、 $\bar{e}-\tau$ 、 $\bar{I}-\tau$ 等曲线, 或以绝对参量表示的 $P-t$ 、 $T-t$ 、 $F-t$ 、 $e-t$ 、 $I-t$ 等曲线。

图 2 是上述部分曲线的例子。假如总体设计者要求产生相对负冲量值为 $\bar{I}_A$, 则可从图上查到由推力终止初瞬间开始计算的相对工作时间 τ_A 及相对燃去厚度 $\bar{e}_A$, $\bar{e}_A$ 即是保证所需相对负冲量应在设计时留出的装药最小相对厚度。

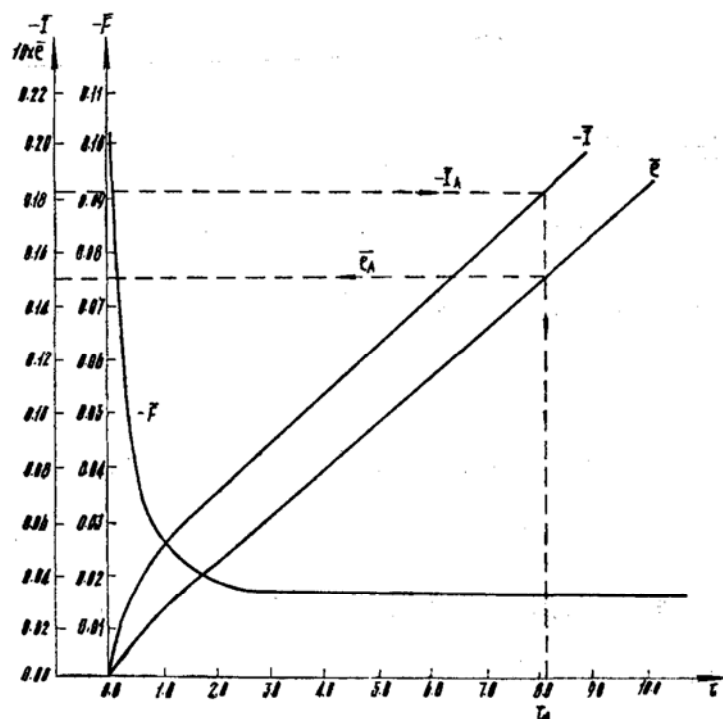


图 2 部分曲线的例子

四、比较、分析

1. 由于缺乏有关推力方面的数据, 只针对某发动机比较压力曲线的数值解与试验值。见表 1 与图 3。

表 1 压力曲线的数值解与试验值

τ	0.00	0.04	0.10	0.20	0.40	0.60	0.80	1.00	1.20	1.40	1.60	1.80	2.00	2.20	2.50	3.00
$\bar{P}_{\text{试}}$	1.00	0.892	0.748	0.599	0.397	0.298	0.248	0.215	0.195	0.184	0.176	0.170	0.168	0.166	0.163	0.163
$\bar{P}_{\text{算}}$	1.00	0.907	0.785	0.629	0.435	0.328	0.265	0.228	0.204	0.189	0.179	0.173	0.169	0.166	0.163	0.162

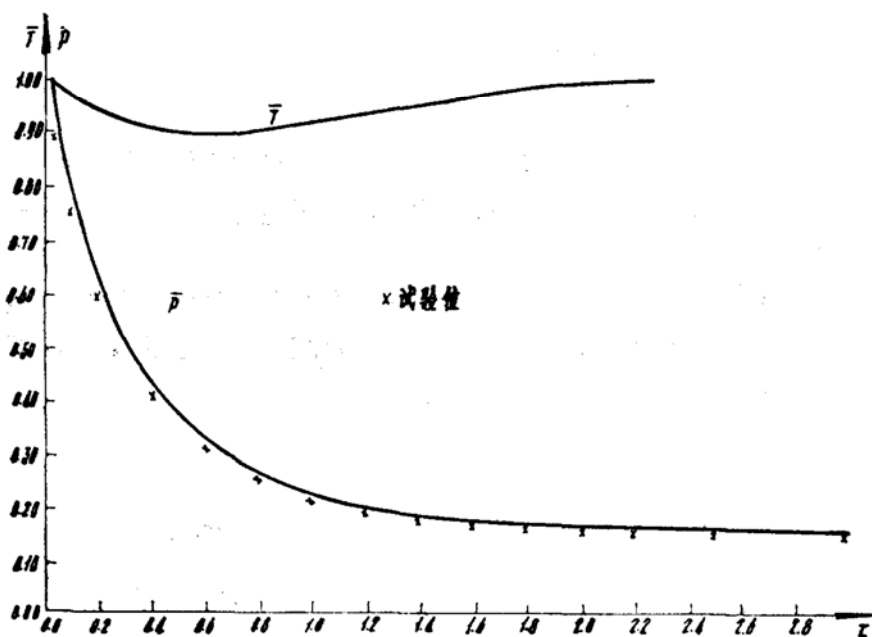


图3 $\bar{P}-\tau$ 、 $\bar{T}-\tau$ 曲线的数值解和 $\bar{P}-\tau$ 曲线的试验值

压力指数 n 、流量修正系数 φ 的选取对结果影响很大。这一点可从不考虑燃面变化时第二稳态压力的简化解

$$\bar{P}_2 = \left[\frac{1}{1 + \varphi A_r} \right]^{\frac{1}{1-n}} \quad (19)$$

一眼看出。考虑到压力瞬变段时间较短，负冲量主要由第二准稳态段提供，因此在计算时选取了在第二准稳态段范围内有良好准确性的 n 值并参考试验选取 φ 值（这里采用了张平贵同志的观点和数据）。

计算发现，这样选取的 n 与 φ 值，也使压力瞬变段的计算与试验吻合良好。最大偏差点的 $\frac{\bar{P} - \bar{P}_{\text{试}}}{\bar{P}_{\text{试}}} = 9.7\%$ ，平均的 $\frac{\bar{P} - \bar{P}_{\text{试}}}{\bar{P}_{\text{试}}} = 4.5\%$ 。

2. 图3示出的数值解温度曲线具有先下降到极小值然后复升的形状。本例中极小值为89%，可见燃气温度的变化是不可忽略的。开始的温度下降段说明，燃烧室压力的相对变化率比密度的相对变化率更快；或者说，燃烧室燃气的总内能不仅因质量减少而减少，而且单位质量的内能亦减少（表现为温度降低）。

解析解需假设推力终止过程中燃烧室的过程是等温的，即 $\bar{T} \equiv 1$ ，因而实质上是用 $\bar{\rho}-\tau$ 曲线代替了 $\bar{P}-\tau$ 曲线。

3. 当本例取 $\alpha = 0$ 运算，即用稳态燃速表达式 $r = bp^n$ 代替瞬态燃速表达式（5）时，与试验值的偏差稍加大，即最大点的 $\frac{\bar{P} - \bar{P}_{\text{试}}}{\bar{P}_{\text{试}}} = 12.4\%$ ，平均的 $\frac{\bar{P} - \bar{P}_{\text{试}}}{\bar{P}_{\text{试}}} = 6\%$ 。初步说明，尽管（5）式是粗略地考虑了瞬态燃速这一复杂问题，但尚有一定效果。当增大反喷管的相对喉面 A_r 从而使压力下降更快时，瞬态燃速的效应会更加明显，对瞬态燃速的研究是重要课题之一。

4. 本例亦用解析解进行了计算。增加以下三条假设：（1）燃烧室压力衰减过程为等温

过程；(2)在压力瞬变过程中仍可采用稳态燃速表达式；(3)不考虑燃面和自由容积的变化。则解析解的 $\bar{P}-\tau$ 关系为

$$\bar{P} = \left[\frac{1}{1 + \varphi \bar{A}_r} + \left(1 - \frac{1}{1 + \varphi \bar{A}_r} \right) e^{-(1-n)(1+\varphi \bar{A}_r)\tau} \right]^{\frac{1}{1-n}} \quad (20)$$

计算表明，在压力瞬变段解析解与试验值的偏差较大，见表2。

表 2

解 法	解 析 解	数 值 解
$\frac{\bar{P} - \bar{P}_{\text{试}}}{\bar{P}_{\text{试}}} \text{ (最大点)}$	22.1%	9.7%
$\frac{\bar{P} - \bar{P}_{\text{试}}}{\bar{P}_{\text{试}}} \text{ (平均)}$	10%	4.5%

虽然解析解是简单的，但它受到以上三条假设的限制，应用范围不广；而且单纯采用解析解不易得到 $I-t$ 、 $e-t$ 曲线，找到为满足所需负冲量应该留出的装药厚度。因此，运用简单程序即可算出的数值解是需要的。

五、结 语

以上讨论的推力终止过程中诸曲线的预估方法，可供初步设计时参考。但是，由于可供参考的发动机试验数据很有限，所讨论的问题肯定有局限性。方程中的若干参量，特别是压力指数 n 、流量修正系数 φ 、推力系数 C_{Fp} 和 C_{Fr} 以及更恰当的瞬态燃速表达式都需要有可靠的试验为根据。在预估新设计发动机的诸曲线时，必须参考类似发动机或缩比发动机的以上试验数据。

参 考 资 料

1. 某发动机试验压力曲线
2. B.A.Rayzberg, B.T. Yerokhin, K.P. Samsonov "Principles of the Theory of Procedures in Rocket Systems on Solid Fuel" AD766567
3. B.E. Paul, R.L. Iovine, and L. Y. Fong "A Ballistic Explanation of the Ignition Pressure Peak" AIAA Preprint 64-121