

二维装药通用计算方法及程序

王 信 张中钦

一、概 述

所谓装药计算就是求出发动机内弹道计算所需要的装药几何参数。

现代的固体火箭发动机装填系数都很大，因而侵蚀燃烧现象比较严重。为了更准确地计算发动机的内弹道参数，必须考虑由于侵蚀燃烧而引起的装药截面积的变化。考虑这一因素的内弹道计算方法一般是将药柱沿轴线分段计算，这样就需要对装药每一节点处各个时刻的装药几何参数进行计算。装药计算量是相当大的，需要编制计算机程序来配合相应的内弹道计算。目前，国内大多数程序都是针对某一种特定药型的，这使得该程序的使用受到限制。所以有必要对目前国内固体火箭发动机中大量使用的装药进行研究，编制出通用的计算机程序。

本文中，按如下的定义来确定装药的维数：

“对于任意几何形状的有限尺寸的装药，选取适当的空间坐标系和适当的坐标原点位置以及坐标轴的方向，使之几何形状依赖于该空间坐标方向的个数为最少。这个最少的个数就是装药的维数”。

由于固体火箭发动机中使用的装药绝大部分是圆柱状的，所以它的维数一般情况下是对应于圆柱坐标系的。

由此可知，等截面的管状药柱是一维装药；等截面的星形、车轮形以及其它截面形状的药柱是二维装药。目前，国内固体火箭发动机中大量使用的也正是这种一维和二维装药。二维装药通用计算方法就是针对这一实际情况而推导出的一种简单而准确的计算方法。

二、二维装药通用计算方法

（一）基本假设

1. 推进剂燃烧时，燃面沿其法线方向向推进剂内推进；
2. 同一截面内，各点燃速大小是一样的；
3. 装药截面几何图形（包括边界线和燃烧线）全部由直线及圆弧组成，两燃烧线相交点的轨迹亦为直线或圆弧。

（二）计算方法

对于考虑截面变化的内弹道计算来说，所需要的装药几何参数往往是某一节点处装药截面的燃烧周界和通道面积，因而装药计算问题就归结为对装药截面几何图形的计算问题。

1. 基本原理

二维装药通用计算方法的基本原理是将需要计算的装药截面图形划分成若干标准形状的

面积单元，分别对这些面积单元求解然后再求和就求得了整个截面的燃烧周界和通道面积。

2. 划分面积单元的原则和方法

标准面积单元是计算整个装药截面燃烧周界和通道面积的基本单元。为了计算的方便，对面积单元的划分应该满足如下要求：

a) 每个面积单元从其本身开始燃烧到燃烧结束全部期间，用于计算燃烧周界和通道面积的公式应分别能以一个表达式给出，且自变量仅为面积单元的燃去肉厚 y_c ；

b) 划分成的面积单元的个数应为最少。

根据基本假设 1、2 可确定划分面积单元的方法如下：(以星型装药和车轮型装药为例)

a) 找出包围推进剂的燃烧线和边界线上各段曲线的连接点；(图 1 中 A、B、D、E、F、K、N 点)

b) 过这些点沿垂直于燃烧线的方向作直线，分别与边界线和燃烧线相交；(除去与边界线重合的以外，得直线 BM、CK、DH、EG)

c) 过边界线上各连接点和与上述直线的交点作燃烧线的平行线。(得直线和圆弧 ML、JH、IG)

于是将星形装药截面图形中的一个对称区间划分成 8 个面积单元。

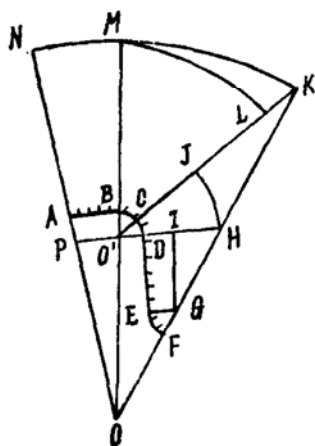


图 1

图 2 给出了用上述方法对车轮型装药截面的一个对称区间进行划分所得到的 14 个标准面积单元。

以上对装药截面图形划分面积单元的方法可以应用于任意截面形状的二维药柱。

3. 面积单元的类型、控制参数及计算公式

由于面积单元都是由燃烧线和边界线围成的，而燃烧线和边界线仅为直线或圆弧，于是可按组成面积单元的不同燃烧线和不同边界线的各种组合而将面积单元分为如下几种类型：

a) 燃烧线为圆弧，边界为圆弧和直线；且直线与圆弧正交。

这时可按燃烧圆弧和边界圆弧是否为同心圆弧而分为两种情况：

i) 两圆弧为同心圆弧

当燃烧圆弧向外推进时，这时所构成的面积单元为外扇形 (见图 3)

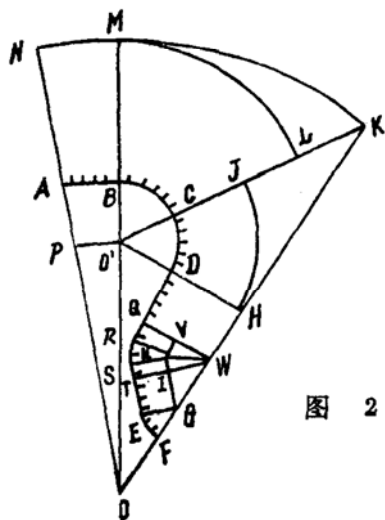


图 2

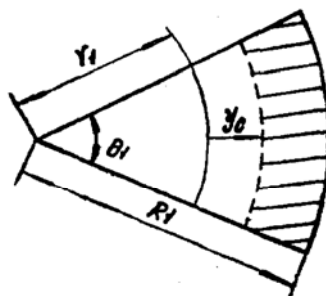


图 3

几何控制参数为: R_1 、 r_1 、 θ_1

以任意时刻的燃烧掉肉厚 y_c 为自变量的计算燃烧周界 S_c 和余药面积 F_c 的公式为:

$$S_{c1} = \theta_1(r_1 + y_c);$$

$$F_{c1} = \frac{1}{2}\theta_1(R_1^2 - (r_1 + y_c)^2)$$

当燃烧圆弧向内推进时, 这时构成的面积单元为内扇形 (见图 4)

控制参数为: R_2 、 r_2 、 θ_2

计算公式为:

$$S_{c2} = \theta_2(R_2 - y_c);$$

$$F_{c2} = \frac{1}{2}\theta_2[(R_2 - y_c)^2 - r_2^2]$$

ii) 两圆弧不是同心圆弧。这时构成的面积单元为扇形圆缺 (见图 5)

控制参数为: R_6 、 r_6 、 α

计算公式为: $l = R_6 - r_6$

$$R_T = r_6 + y_c$$

$$R_m = \sqrt{R_6^2 + l^2 - 2R_6l\cos\alpha}$$

$$\theta_0 = \pi - \arcsin\left(\frac{R_6}{R_m}\sin\alpha\right)$$

$$\theta_6 = \arccos\frac{R_T^2 + l^2 - R_6^2}{2R_Tl}$$

$$\gamma = \arcsin\left(\frac{R_T}{R_6}\sin\theta_6\right)$$

$$S_{c6} = R_T(\theta_6 - \theta_0)$$

$$F_{c6} = \frac{1}{2}(R_6l\sin\gamma + R_6^2(\alpha - \gamma) - R_T^2(\theta_6 - \theta_0) - R_6l\sin\alpha)$$

b) 燃烧线为直线, 边界也为直线。

这时可按边界直线是否相互正交而分为两种情况:

i) 边界直线相互正交, 这时构成的面积单元为矩形 (见图 6)。

控制参数为: b_3 、 h_3

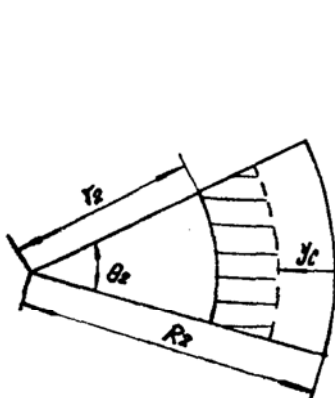


图 4

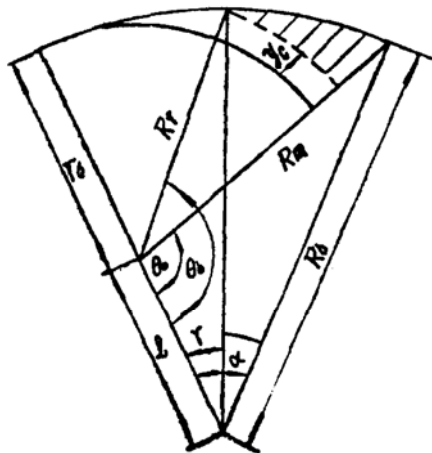


图 5

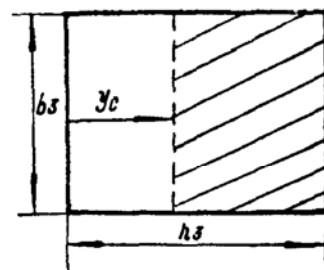


图 6

计算公式为:

$$S_{c3} = b_3$$

$$F_{c3} = b_3(h_3 - y_c)$$

ii) 边界直线相互不正交。这时构成的面积单元为三角形 (见图 7)。

控制参数为: b_4 、 h_4

计算公式为:

$$S_{c4} = b_4 \frac{h_4 - y_c}{h_4}$$

$$F_{c4} = \frac{1}{2} S_{c4} (h_4 - y_c)$$

c) 燃烧线为圆弧, 边界为直线。这时构成的面积单元为三角形圆缺 (见图 8)

控制参数为: R_5 、 r_5 、 H

计算公式为:

$$R_T = r_5 + y_c$$

$$\theta_m = \arccos \frac{H}{R_5}$$

$$\theta_5 = \arccos \frac{H}{R_T}$$

$$S_{c5} = R_T (\theta_m - \theta_5)$$

$$F_{c5} = \frac{1}{2} [H^2 (\tg \theta_m - \tg \theta_5) - R_T^2 (\theta_m - \theta_5)]$$

d) 燃烧线为直线, 边界为圆弧和直线。这时构成的面积单元为半圆缺 (见图 9)。

控制参数为: R_7 、 h_7

计算公式为:

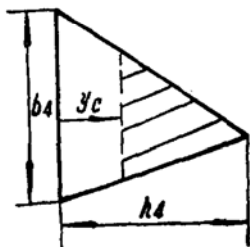


图 7

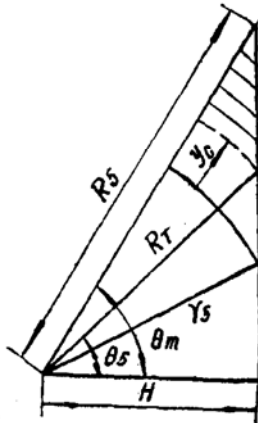


图 8

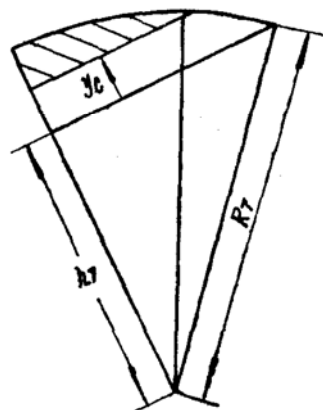


图 9

$$S_{c7} = \sqrt{R_7^2 - (h_7 + y_c)^2}$$

$$F_{c7} = \frac{1}{2} \left[R_7^2 \arcsin \frac{S_{c7}}{R_7} - S_{c7} (h_7 + y_c) \right]$$

以上七种类型的标准面积单元是我们在基本假设的前提下, 考虑了实际燃烧中可能出现的情况而归纳出来的。因而可以说这些面积单元能够组合成二维药柱的任意截面形状, 这使得这种装药计算方法对二维装药具有通用性。

上面在给出这七种面积单元的图形的同时还给出了它们的几何控制参数并推导出了相应的计算公式。但要对各个面积单元进行计算还需确定计算自变量 y_c 的值。因为装药计算时用的自变量是装药的燃去肉厚 y ，一般情况下这两个自变量是不相等的。我们可以通过两个计算控制参数来建立二者之间的关系，这两个计算控制参数一个是该面积单元开始燃烧时对应的装药燃去肉厚 y_1 ，另一个是它结束时所对应的装药燃去肉厚 y_2 。由这两个控制参数再通过几何关系可以很容易地找到 y_c 和 y 之间的关系。

4. 面积单元控制参数的确定

我们用 $A(i, j)$ 来表示某一个面积单元，用 $y_1(i, j)$ 、 $y_2(i, j)$ 、 $RM(i, j)$ 、 $RL(i, j)$ 、 $Q(i, j)$ 5 个二维数组来表示面积单元的控制参数。其中数组元素的下标值 i 表示面积单元的序数而 j 则表示面积单元的类型，如表 1 所示。

表 1

j值	1	2	3	4	5	6	7
面积单元类型	外扇形	内扇形	矩 形	三角形	三角形 圆 缺	扇形圆缺	半圆缺

$y_1(i, j)$ 表示所对应的面积单元开始燃烧时的装药燃去肉厚， $y_2(i, j)$ 表示它结束燃烧时的装药燃去肉厚。 $RM(i, j)$ 、 $RL(i, j)$ 、 $Q(i, j)$ 对于不同的 j 值代表不同的参数，具体对应关系如表 2 所示。

表 2

符 号	代 表 参 数	j 值						
		1	2	3	4	5	6	7
RM (i, j)		R ₁	R ₂	b ₃	b ₄	R ₅	R ₆	R ₇
RL (i, j)		r ₁	r ₂	h ₃	h ₄	r ₅	r ₆	h ₇
Q (i, j)		θ ₁	θ ₂			H	α	

下面以星形装药为例给出确定面积单元控制参数的公式。

图10表示了星形装药截面的一个对称区间被划分成 8 个标准面积单元。已知的初始几何参数为： R 、 r_1 、 n 、 e 、 f 、 α 、 β ，可求得辅助几何参数： $l = R - e - f$

$$R_m = \sqrt{R^2 + l^2 - 2Rl\cos\alpha}$$

$$H = O'Z = l\sin\alpha$$

$$B = O'H = H/\cos\beta$$

于是可得各面积单元的公式如下：

$$A(1, 1)$$

$$y_1(1, 1) = 0, y_2(1, 1) = e, RM(1, 1) = R, RL(1, 1) = R - e, Q(1, 1) = \frac{\pi}{n} - \alpha$$

$$A(2, 1)$$

$$y1(2, 1) = 0, y2(2, 1) = e, RM(2, 1) = e + f, RL(2, 1) = f, Q(2, 1)$$

$$= \arcsin\left(\frac{R}{R_m} \sin \alpha\right)$$

$$A(3, 1)$$

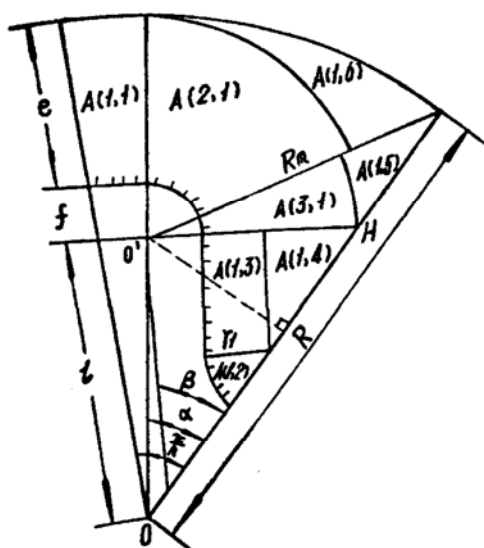


图 10

注：虚线与OH交点为Z

$$y1(3, 1) = 0, y2(3, 1) = B - f, RM(3, 1) = B, RL(3, 1) = f, Q(3, 1)$$

$$= \arccos\left(\frac{H}{R_m}\right) - \beta$$

$$A(1, 2)$$

$$y1(1, 2) = 0, y2(1, 2) = r_1, RM(1, 2) = r_1, RL(1, 2) = 0, Q(1, 2) = \frac{\pi}{2} - \beta$$

$$A(1, 3)$$

$$y1(1, 3) = 0, y2(1, 3) = r_1, RM(1, 3) = (B - f - r_1)/\tan \beta, RL(1, 3) = r_1$$

$$A(1, 4)$$

$$y1(1, 4) = r_1, y2(1, 4) = B - f, RM(1, 4) = (B - f - r_1)/\tan \beta, RL(1, 4) = B - f - r_1$$

$$A(1, 5)$$

$$y1(1, 5) = B - f, y2(1, 5) = R_m - f, RM(1, 5) = R_m, RL(1, 5) = B, Q(1, 5) = H$$

$$A(1, 6)$$

$$y1(1, 6) = e, y2(1, 6) = R_m - f, RM(1, 6) = R, RL(1, 6) = e + f, Q(1, 6) = \alpha$$

用同样的方法可推导出车轮形装药和圆柱装药的类似公式。

至此，我们已经解决了二维装药计算所需要的所有步骤，将以上所介绍的计算方法编制成计算机程序就可以很方便地解决二维装药的计算问题。

三、计算程序编制

考虑到内弹道计算时使用的方便，我们把以上的计算步骤编成两个子程序，分别称为赋

值子程序和计算子程序。

(一) 赋值子程序 (SUBROUTINE GDATA(K))

这个子程序的功能就是根据装药的初始几何参数求出计算每个面积单元所需要的计算控制参数和几何控制参数。使用时要根据不同的装药类型将相应的整型数值赋给虚元 K，并同时输入相应的初始数据。

对于圆柱装药（包括内孔燃烧和内外表面同时燃烧两种情况）、标准星形和车轮形装药，子程序中已包括了根据装药的初始几何参数求出各个面积单元的控制参数的功能，因此只要输入相应的初始几何参数就可以了；但对于任意截面形状的二维装药，则必须由用户自己对装药截面几何图形按前面所介绍的方法进行划分，然后进行简单的预算，再将求得的各个面积单元的控制参数直接输入。

(二) 计算子程序 (SUBROUTINE GE-OME(Y, S, F))

这个子程序的功能是对各个面积单元分别求解再求和，求得整个装药截面的几何参数。输入的自变量是装药的燃去肉厚 y，给出相应的装药截面的燃烧周界 S 和通道面积 F。

四、源程序说明

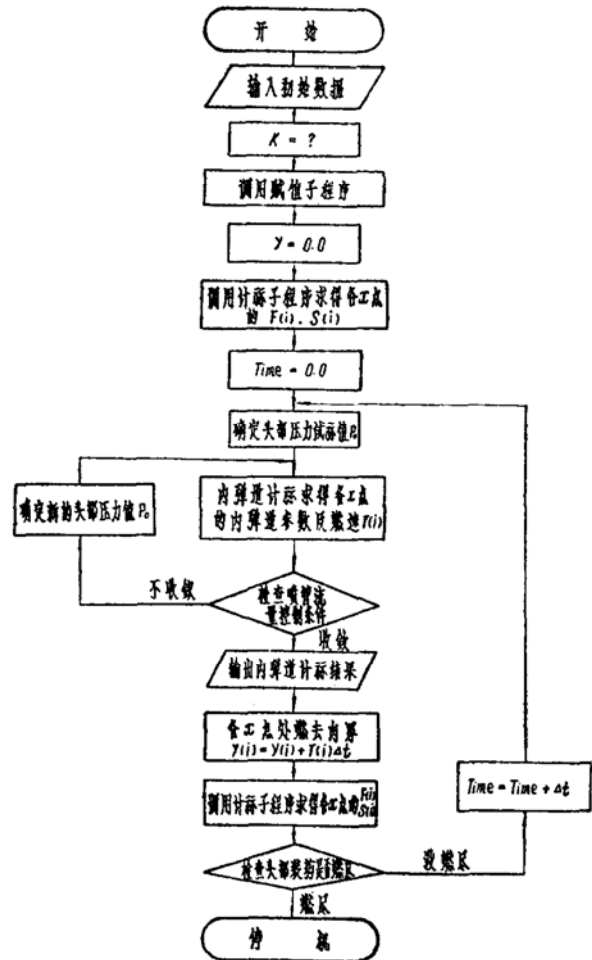
赋值子程序和计算子程序可以直接被发动机内弹道计算程序调用，完成其装药计算的任务；也可以配合单独编制的主程序来完成独立的装药计算。

(一) 装药计算程序被内弹道计算程序调用的关系

赋值子程序和计算子程序在内弹道程序中被调用的关系可以由框图 I 来表示。

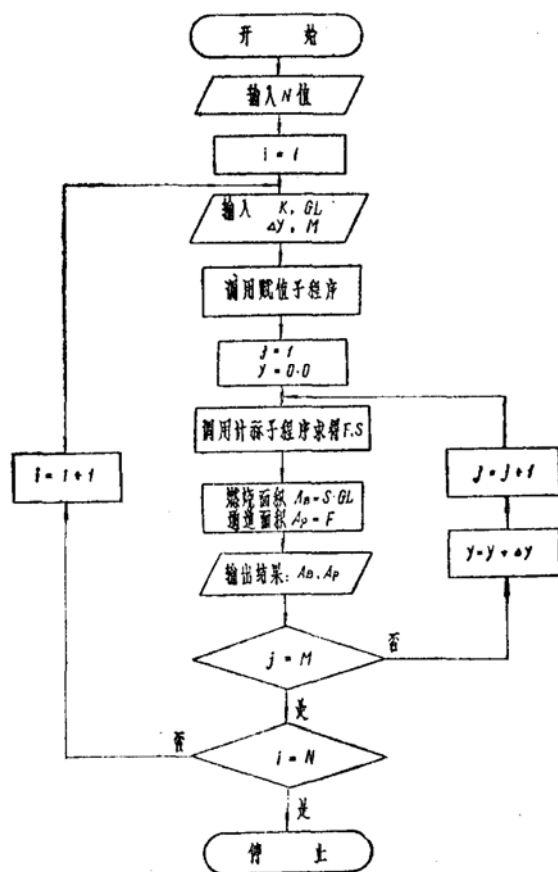
(二) 单独进行装药计算时的主程序

严格说来，脱离内弹道计算的单独装药计算是没有意义的。但在调试上述两个子程序时不妨假设推进剂按平行层规律进行燃烧。按照这种假设我们可以求得对应于不同的燃去肉厚 y 时装药的燃面和通道面积。这个结果对于设计人员考虑发动机的初始侵蚀燃烧情况和定性地了解装药燃面的变化规律是有一定参考价值的。单独进行装药计算时的主程序框图见框图 II。



框图 I

注： K——装药类型参数
y——装药燃去肉厚
F(i)——各 X 点处通道面积值
S(i)——各 X 点处燃烧周界值
y(i)——各 X 点处装药燃去肉厚
Time——装药燃烧时间
Δt——时间计算步长



框图 II

注: N——要计算的二维药柱的个数
K——装药类型参数
GL——药柱长

Δy ——燃去肉厚计算步长
M——计算步数
y——装药燃去肉厚

五、结 束 语

以上介绍的二维装药通用计算程序对二维装药是通用的。为了扩大该程序的适用范围,我们还编制了三维修正子程序,使之与二维装药通用计算程序配合能解决某些简单轴对称三维装药的计算;同时还针对发动机中贴壁浇铸装药常用的双圆弧过渡封头和不阻燃尾部编制了头部和尾部燃面计算的子程序。这样基本上可以解决国内大部分固体火箭发动机的装药计算。

以上全部计算机程序用FORTRAN IV语言编写,在FELIX-C256计算机上调试成功。我们用上述计算机程序对二个具体发动机的装药进行了计算,同时也直接把它作为《三重迭代内弹道计算程序》的装药计算子程序,都获得了令人满意的结果。

实际使用证明,二维装药通用计算方法是一种非常实用的计算方法,既有一定的通用性,而且快速、准确。虽然三维装药通用计算方法能解决复杂的三维药柱的几何参数计算,但是输入和使用都比较麻烦。最理想的办法是二维、三维二种通用计算方法同时编入程序,根据具体情况选用。二维计算方法(及其三维修正方法)能解决的问题就不必使用三维通用

计算方法。

由于水平有限，本文所存在的缺点敬请读者提出批评指正。

参 考 资 料

- (一) Solid rocket motor grain configuration development.
AIAA78—986
- (二) A computer program for solid rocket motor design and ballistic analysis.
ARS Preprint No.2315—62 1962—1
- (三) A computer program for the prediction of solid propellant rocket motor performance.
ADA 015141 vol II
- (四) 坐标药柱通用模拟算法
七机部四院四十一所 1978.5, 1—39
- (五) 固体火箭发动机设计 (下册)
北京航空学院四〇三教研室 1976.9
- (六) 固体火箭发动机构造图册
北京航空学院四〇三教研室编制 1976.4