

两相喷管流动研究进展

方 丁 酉

摘 要

本文综述了两相喷管流动研究的进展,着重介绍了两相喷管流动控制方程的数值解以及两相喷管流动研究的实际应用。

一、引 言

随着大型固体火箭发动机的发展,为了稳定燃烧,并提高推进剂能量,采用了以铝粉为添加剂的固体推进剂。但发动机的试验性能比按两相平衡流计算的低得多。当时有人怀疑这是铝粉未完全燃烧引起的。但对捕集到的凝相燃烧产物进行化学分析仅发现极少量未燃烧铝(约占铝粉添加剂的0.2%)。因此,引起了人们对喷管两相流动的重视。铝粉燃烧后生成凝相的三氧化二铝,铝粉含量为16—21%的推进剂,产物中凝相的重量分数可高达30—40%,使燃烧产物在喷管中的流动成为两相流动。美国为了发展民兵、海神等固体导弹,自1959年以来,对两相喷管流动进行了大量的研究。法国为了发展卫星用固体火箭发动机,自1970年以来,也对两相喷管流动进行了许多研究。理论和实验研究都指出:两相流损失是含铝粉推进剂发动机性能的主要损失。

本文主要介绍两相喷管流动控制方程的数值解方法以及两相喷管流动研究的应用。

二、一维两相喷管流动^{[1]-[6]}

一维两相喷管流动广泛用来研究喷管中的两相流损失以及喷管几何,凝相颗粒直径等对两相流损失的影响。

一维两相喷管流动的控制方程^[3]是一组一阶非齐次变系数非线性常微分方程组,用龙格-库塔法进行数值解的困难在于控制方程在气相马赫数 $M_g = 1$ 处有一个奇点以及如何确定初值和通过喷管的流量。

文献^[2]提到了利用控制方程的奇异点补充一个方程来确定通过喷管的流量。文献^[3]提出了使计算通过奇异点的“给定压力法”。文献^[4]假设燃烧产物从燃烧室到喷管入口处的流动是匀加速流动(即 $Vg = cx$),依此确定初值。利用喷管几何喉部通道面积最小,补充一个方程来确定加速度常数 C ,从而确定通过喷管的流量,并利用“变量置换法”把控制方程变换成没有奇异点的方程。这个计算是比较完整的,但匀加速流动假设的合理性值得商榷。上述计算都没有考虑燃烧室的工作情况,都是在给定压力下对喷管进行计算。资料^[5]把喷管流动计算和燃烧室内弹道计算联系在一起。它用文献^[4]的方法把控制方程变换成没有奇异点的方程,并认为燃烧产物从燃烧室到喷管入口处的流动是两相平衡流动,来确定初值。用流量作为迭代变

量，用文献〔2〕提到的办法来确定通过喷管的流量。

图 1 示出了一维两相喷管流动的计算结果。

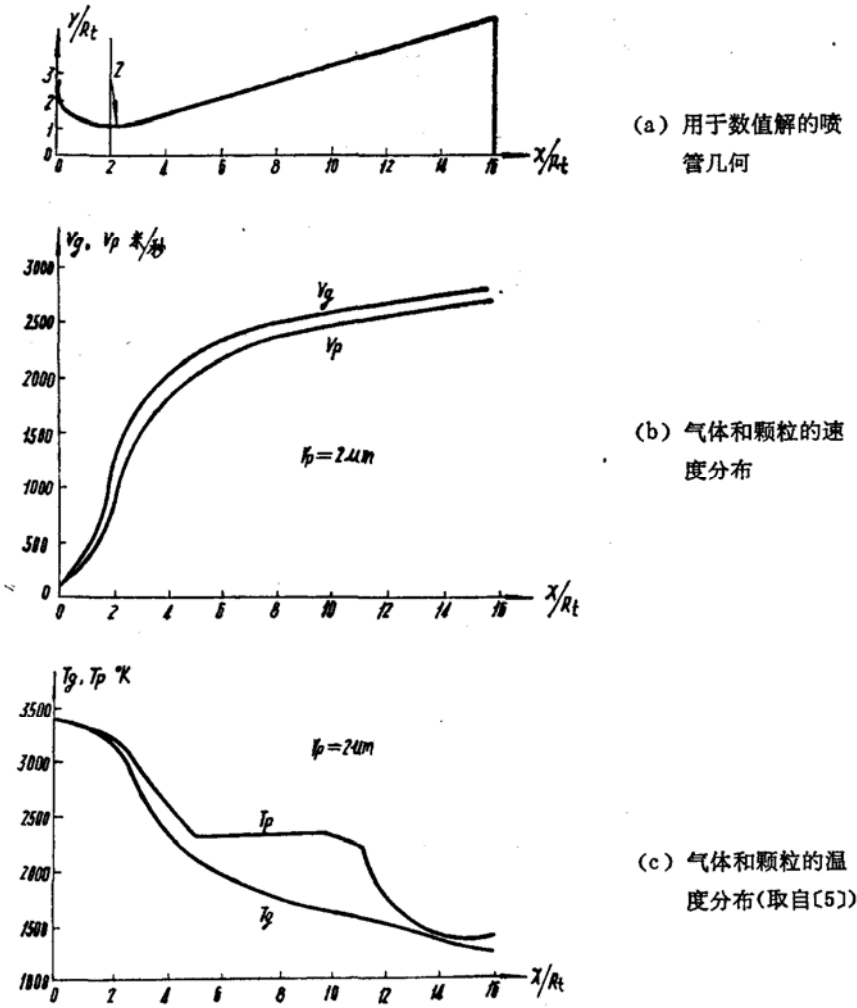


图1 一维两相流特

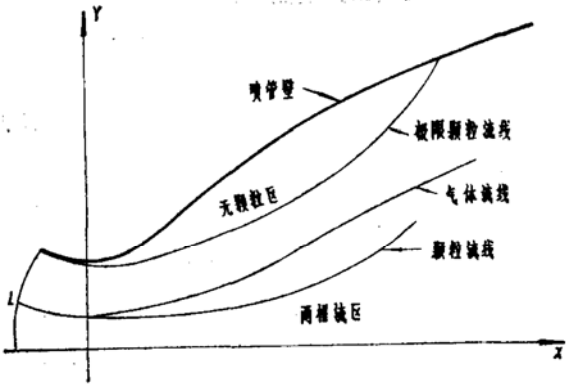


图 2 轴对称喷管的两相流场

三、轴对称两相喷管流动

实际喷管流动是轴对称的。图 2 示出了轴对称喷管中的两相流动。极限颗粒流线把喷管流场划分为两部分，靠近轴线的区域是两相流区，靠近喷管壁的区域是无颗粒区。

在一些假设〔3〕下导得的轴对称两相喷管流动的控制方程组为：

$$(y\rho u)_x + (y\rho v)_y = 0$$

$$\rho(uu_x + vu_y) + p_x + \rho_p A_p(u - u_p) = 0$$

$$\rho(uv_x + vv_y) + p_y + \rho_p A_p(v - v_p) = 0$$

$$u p_x + v p_y - a^2(u\rho_x + v\rho_y) - \rho_p A_p B = 0$$

$$(y\rho_p u_p)_x + (y\rho_p v_p)_y = 0$$

$$\rho_p(u_p u_{px} + v_p u_{py} - A_p(u - u_p)) = 0$$

$$\rho_p(u_p v_{px} + v_p v_{py} - A_p(v - v_p)) = 0$$

$$u_p h_{px} + v_p h_{py} - \frac{2}{3} A_p c(T - T_p) = 0$$

$$A_p = \frac{9}{2} f_p \mu_g / \rho_{mp} r_p^2$$

$$B = (r - 1) \{ (u - u_p)^2 + (v - v_p)^2 - \frac{2}{3} c(T - T_p) \}$$

$$C = g_p C_{pg} / f_p p_r$$

$$T = P / \rho g R$$

$$T_p = f(h_p)$$

式中无下标者代表气体参数；下标“p”代表颗粒参数；下标x、y代表对坐标x、y的偏导数。 ρ_{mp} 和 r_p 是颗粒材料密度和颗粒半径； f_p 和 g_p 是考虑非斯托克流对阻力系数和传热系数的修正因子； μ_g 是气体粘性系数； p_r 是普朗特数。

这是一组一阶拟线性偏微分方程组。这组方程在亚音速区域是椭圆型的，在超音速区域是双曲型的，在跨音速区域是混合型的。也就是说，这组方程在超音速区域有实的特征线，可用特征线方法来求解，但在跨音速区域，由于方程组是混合型的，给数学上求解带来许多困难。下面分别介绍这两个流场的计算。

1. 跨音速流场的计算〔2〕，〔7〕—〔13〕

跨音速流场的计算主要为超音速区域特征线法计算提供起始线上的数据，并确定通过喷管的流量。

两相跨音速流场的数值迭代计算方法，也叫做“松弛法”。该方法考虑了气相和凝相间的相互作用。它把计算分为两步，第一步计算初始流场——首先把两相混合物看成是两相平衡混合物，然后按一相等熵跨音速流动方程求解。第二步迭代计算——首先用有限差分代替一阶偏微分，把两相流控制方程写成代数方程，并假设气体流线、压力分布以及气体的速度梯度、密度梯度已由初始流场确定，在迭代计算中保持不变。然后由初始流场计算颗粒的流动参数，

有了颗粒的流动参数后再计算气体的流动参数，……，这样反复迭代下去就可得到两相跨音速流场。这个方法，一般说来不可能绝对收敛，而且所做的假设也未经实验证明，其计算精度与初始流场的计算精度关系极大。文献〔11〕用这个方法进行了跨音速流场的计算。

为了进一步提高计算精度，文献〔12〕引进了相容条件，使对流动有更精确的描述。该方法假设在喷管收敛段有一条虚拟的线L(图2)，L线上游的流动假设是两相平衡流动，而下游流动有速度滞后和温度滞后。该方法的计算思路与文献〔10〕相同，计算分为两步：第一步计算两相平衡跨音速流场，即初始流场。第二步迭代计算。该方法对文献〔10〕的主要改进有三点，一是把控制方程变换到流线方向和流线法线方向所组成的坐标系中(图3)，舍弃多余的方程，得到一组沿流线的常微分方程，根据方程在 $Mg=1$ 处具有奇异性得到了相容条件，使确定通过喷管的流量有较高的精度；二是迭代计算中只假设气体流线由初始流场确定；三是只需对常微分方程进行数值解。图4示出了历次迭代计算中气相音速线的位置。计算表明，经过三次迭代计算即可获得很好的精度，这也说明该计算方法是收敛的。但该方法假设气体流线由初始流场确定，不受颗粒运动的影响，这对于具有小喉部壁曲率半径的喷管和很陡壁入口或潜入结构的喷管来说未必是实际的。

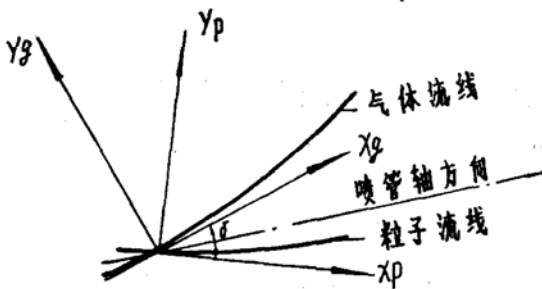


图3 坐标系

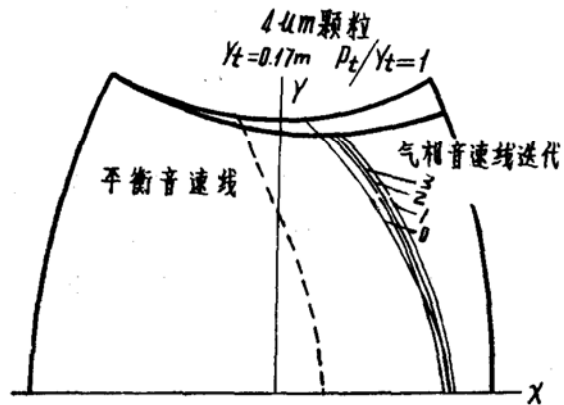


图4 流场迭代

最近，文献〔13〕利用时间相关法计算了轴对称两相喷管流动。它没有文献〔10〕和〔12〕所引进的任何假设。它用双曲型的守恒型的不定常流动控制方程，其形式为：

$$\frac{\partial \tilde{E}}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{F}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{G}}{\partial y} + \tilde{H} = 0$$

当时间趋向很大时，不定常流动方程的数值解就趋向定常流动方程的解，克服了解跨音速区域定常流动混合型偏微分方程带来的困难。它用Maccormack有限差分格式对方程组进行数值解，为了消除很陡喷管壁（例如潜入喷管入口）带来的计算困难，采用了与边界吻合的坐标系。计算入口条件可取自药柱的燃烧表面，因此可对燃烧室和喷管的流动同时求解。图5示出了陡入口喷管的计算网格，图6示出了计算结果。该文献对JPL喷管、大力神Ⅲ固体发动机喷管和潜入结构喷管进行了计算。计算表明：该方法可适用于具有小喉部壁曲率半径、很陡的壁入口或潜入喷管结构的喷管，而且一般说来具有二阶计算精度，其所付的代价是需要较多的计算机时。

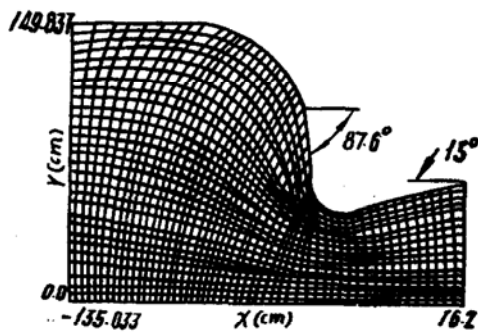


图5 陡入口喷管的计算网格

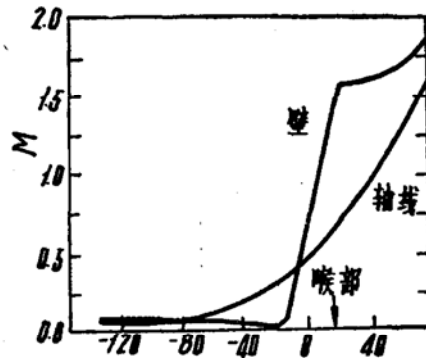


图6 陡入口喷管中马赫数在壁上和轴线上的分布

2. 超音速流场的计算〔3〕、〔8〕、〔9〕

轴对称两相喷管流动的控制方程在超音速区域是双曲型的,可用特征线法来求解。经推导得知流场中每点有四条特征线:气体的左、右马赫线,气体流线和颗粒流线,图7示出了通过点4的四条特征线。

与前面控制方程完全等价的特征方程和相容方程分别为:

沿气体流线: $\frac{dy}{dx} = \frac{v}{u}$

$$\rho u du + \rho v dv + dp = -\rho_p A_p [(u - u_p) dx + (v - v_p) dy]$$

$$u dp - a^2 u d\rho = \rho_p A_p B dx$$

沿马赫线: $\frac{dy}{dx} = \tan(\theta \mp \alpha)$

$$a^2(v du - u dv) \pm \frac{a^2}{\rho} \cot \alpha dp$$

$$= (u dy - v dx) \frac{a^2 v}{y} - A_p \frac{\rho_p}{\rho} \{B(u dy - v dx) + a^2[(u - u_p) dy - (v - v_p) dx]\}$$

沿颗粒流线: $\frac{dy}{dx} = \frac{v_p}{u_p}$

$$u_p du_p = A_p (u - u_p) dx$$

$$u_p dv_p = A_p (v - v_p) dx$$

$$u_p dh_p = \frac{2}{3} A_p c (T - T_p) dx$$

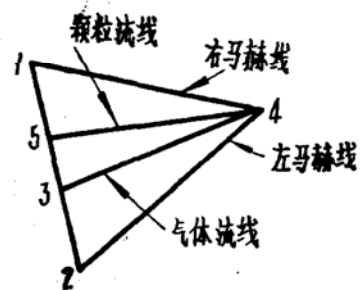


图7 特征线

式中 θ ——流动角, α ——马赫角。因为相容方程是常微分方程,可用预报——校正的迭代计算方法进行计算。但四条特征线上共有7个方程,而变量却有八个,因此还要补充一个方程,即颗粒连续方程。如图7所示的特征线网格,颗粒的连续方程为通过 $\overline{25}$ 的颗粒流量应等于通过 $\overline{24}$ 的颗粒流量。计算时 $\overline{12}$ 是已知的初始线,1和2点的参数是已知的,4点是待求的点,3点和5点是通过点4的气体流线和颗粒流线与初始线 $\overline{12}$ 的交点,该点的位置事先是不知道

的，要通过预报——校正的计算方法进行迭代计算，3点和5点的位置确定以后，该处的参数可用内插法求得。

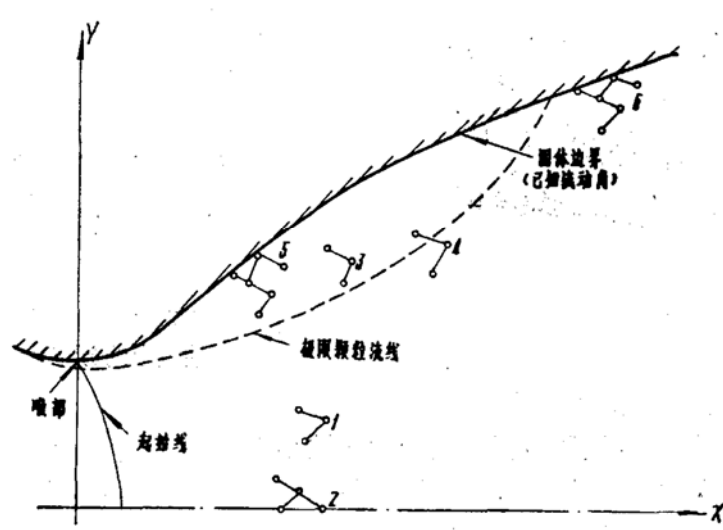


图8 超音速流动特征线网格点的一些情况

- 1.一般两相流区点
- 2.喷管轴上点
- 3.无颗粒区点
- 4.极限流线附近点
- 5.无颗粒区壁上点
- 6.两相流区壁上点

由于特征线网格点可能位于喷管壁上、轴线上、极限颗粒流线附近、两相流区、无颗粒区等，如图8所示，在用差分方程求解时，针对不同的情况要作特殊的处理。例如壁上网格点参数要满足已知的流动角，极限颗粒流线附近的网格点，要考虑颗粒密度 ρ_p 在极限流线的一侧为零，而在另一侧为有限值。

图9示出了喷管壁上和轴上的气体速度分布，图10示出了喷管壁上和轴上的气体温度分布。

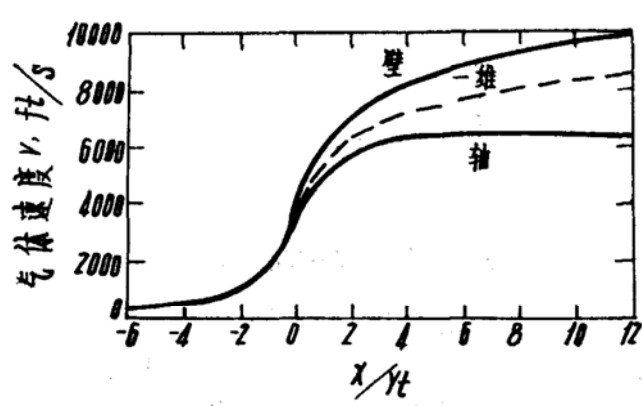


图9 喷管壁上和轴上的气体速度分布

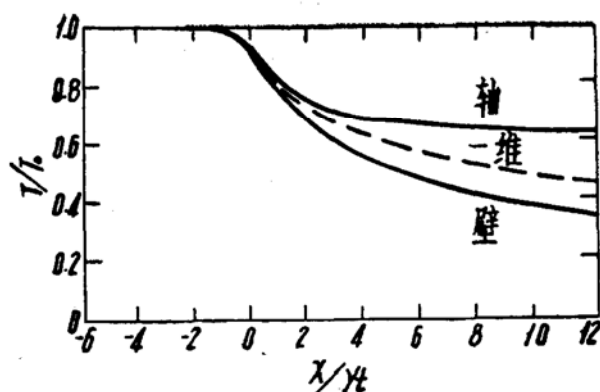


图 10 喷管壁上和轴上的气体温度分布

四、两相喷管流动研究的应用

目前，两相喷管流动研究主要用来计算喷管中的两相流损失以预估发动机的性能参数和设计喷管扩散段型面。

表 1 列出了海神、民兵导弹某些发动机的预估性能、实测性能以及它们的比较^[14]，由表中数据可见，预估的方法是可供使用的。

表 1

发动机	比冲损失(理论比冲的百分比)							计算效率	实测效率	误差百分数
	扩散	摩擦	烧蚀	热	二相流	动力	总			
FS 海神03	1.65	0.63	1.23	0.31	1.89	0.21	5.92	94.08	94.16	-0.08
SS 海神03	4.54	0.63	0.56	0.36	2.79	0.23	9.11	90.89	91.32	-0.43
TS 民兵Ⅲ	2.40	0.97	0.13	0.42	2.75	0.26	6.93	93.07	93.24	-0.17

考虑两相喷管流动设计发动机的喷管型面是含铝推进剂发动机的特点。据报导^[15]，美国海神导弹二级发动机的喷管型面是考虑两相流影响的特型喷管。

考虑两相流设计最佳喷管型面目前有两种方法，一是变分法^[16]、^[17]，另一是直接法^[18]。

变分法可找到最大推力喷管型面，但该方法不允许颗粒撞击喷管型面，也不能考虑其它损失，而且计算程序非常复杂，所需的计算机时也很多。因此，许多研究者建议采用直接法^[18]、^[19]。

直接法实质上就是性能比较法。首先假设喷管扩散段型面是某一多项式，例如二次多项式： $y = a + bx + cx^2$ ，对于二次多项式型面，给定了三个系数 a 、 b 、 c 就确定了喷管的型面，而这三个系数可由初始膨胀角 θ_1 和喷管出口半径 Re （图11）来确定（如果喷管出口半径也给定了，那就只需由参数 θ_1 来确定了）。

然后，给出一系列的 (θ_1, Re) 计算喷管的各项损失，比较各个型面下的损失，其总损失最小者为最佳型面。

文献[18]计算了三种喷管型面：抛物线、圆弧和特征流线。计算的喷管如图11所示，其工作参数和几何参数列于表2中，对抛物线型面的计算结果列于表3。

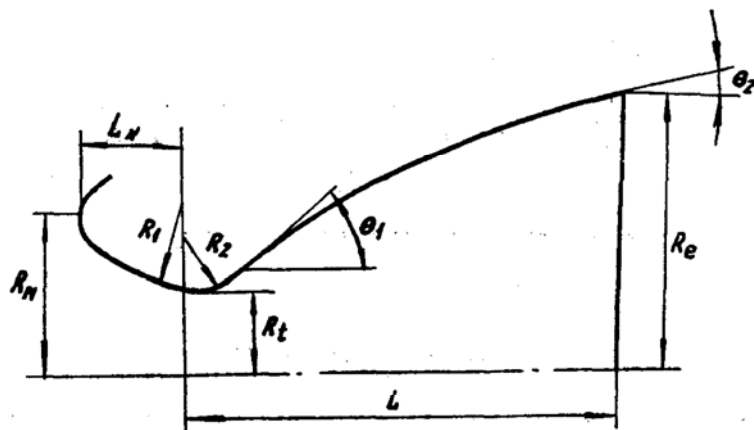


图 11 喷管参数

表2

燃烧室压力 kg/cm^2	70
推进剂含铝量(%)	20
理论比冲 秒	318.6
喷管入口长度 L_N mm	88.9
喷管入口半径 R_N mm	101.6
喉部半径 R_t mm	50.8
上游曲率半径 R_1 mm	50.8
下游曲率半径 R_2 mm	30.48
初始角 θ_1 度	22.5-34.0
喷管长度 L mm	660.4
喷管出口半径 R_e mm	301.21
膨胀比	40

表3

初 始 角 度	I s 损 失 (秒)							计算比冲
	扩 散	摩 擦	热	两 相 流	动 力	撞 击	总	
22.5	11.16	2.86	1.08	10.50	2.60	0.00	28.20	290.40
25.0	9.45	2.90	1.10	10.97	2.60	0.00	27.02	291.58
27.0	8.46	2.94	1.11	11.29	2.60	0.00	26.40	292.20
28.0	8.06	2.95	1.12	11.45	2.60	0.00	26.18	292.42
29.0	7.70	2.97	1.12	11.61	2.60	0.05	26.05	292.55
31.0	7.13	3.00	1.13	11.86	2.60	0.95	26.67	291.93
34.0	6.56	3.04	1.15	12.08	2.60	2.24	26.67	291.93

计算表明：当三种型面都处于最佳型面时，发动机比冲基本上相同，但它们的最佳初始膨胀角不同，抛物线型面的最佳初始膨胀角约为 29° ，而圆弧型面约 28° ，特征流线型面约 26° 。

计算还表明：一旦颗粒撞击喷管型面，将出现很大的撞击损失，使喷管损失迅速增加。因此，刚要出现颗粒撞击壁面的型面往往就是最佳喷管型面。

除了上述应用外，两相喷管流动研究还用来研究推进剂中铝粉含量对发动机性能的影响，以及颗粒撞击喷管所造成的侵蚀和喷管传热、喷管外火焰流场的计算等。

参 考 文 献

- (1) Richard F.Hoglund, "Recent advance in gas-particle nozzle flow", ARS J.1962.5
- (2) Kligel J.R., "Gas-particle nozzle flow" 9 th Symp.(International) on Combustion, 1963
- (3) Maurice J.Zucrow, Joe D.Hoffman, "Gas dynamics" Vol. II 1976
- (4) J.A.Hulterg and S.L.Soo, "Flow of a gas-solid suspension through a nozzle" A-IAA Paper №65-6
- (5) 方丁酉 "一维两相喷管流动" 国防科技大学1980
- (6) Benjamin B.Frederik, "Two-phase nozzle flow(gas-solid)" AD-750038, 1972
- (7) James R.Kliegel and Gary R.Nickerson, "Flow of gas-particle mixtures in axially symmetric nozzle" Detonation and two-phase flow.1962
- (8) "Analysis of the flow of gas-particle mixtures in two-dimension and axisymmetric nozzle" AD-294956, 1962
- (9) D.E.Coats, etal, "A computer for the prediction of solid propellant rocket motor performance" 1975, Vol. I, AD-A015140, Vol. II, AD-A015141, Vol. III, AD-A015142.
- (10) Regan, J.F., Thompson, H. D. and Hoglund R. F., "Two-dimensional analysis of transonic gas-particle flow in axisymmetric nozzle" JSR, Vol.8, Apr.1971

- (11) Jane M. Cousins, "Two-dimension, two-phase flow through a rocket exhaust nozzle, a progress report" AD-A038151 1976
- (12) L.J.Jacques and J.A.M.Segin, "Two-dimensional transonic two-phase flow in axisymmetric nozzle" AIAA Paper 74-1088 Oct.1974
- (13) I-Shih Chang, "One-and two-phase nozzle flow" AIAA J. Vol.18, №12 Dec.1980
- (14) Daines, W.L. et al, "Prediction of thrust losses occurring in solid propellant motors" AIAA Paper 74-1201 1974
- (15) "海神二级发动机参考资料" 四院四十一所情报资料室, 1971
- (16) Hoffman, J.D. and Thompson H.D., "Optimum thrust nozzle contour for gas-particle flows" AIAA J. №10, 1967
- (17) Hoffman, J.D. and Elabernd A.A., "Design of maximum thrust nozzle for gas-particle flows" AIAA J. №3, 1974
- (18) W. L. Daines and D.L. Boyd, "Nozzle contour optimization for solid propellant rocket motors" AIAA Paper 77-944, 1977
- (19) J.G.Allman and J.D.Hoffman, "Design of maximum thrust nozzle contour by direct optimum methods" AIAA Paper 78-1088 1978