

可变转速工况的压气机分布式动态模型与仿真^{*}

陈亚新, 苏三买

(西北工业大学 动力与能源学院, 陕西 西安 710072)

摘要: 针对目前压气机动态模型用于主动稳定控制时, 存在既不反映压气机变转速工况又不能模拟压气机内部周向位置失速信号发展过程的不足, 在一维状态变量描述的压气机失稳动态模型基础上, 以喷气装置作为执行装置, 通过傅里叶变换, 采用多维状态变量描述压气机动态过程, 建立了含喷气执行装置的压气机系统变转速工况下分布式动态模型。仿真结果表明, 所建模型可实现定转速和变转速工况下的压气机不稳定行为动态仿真, 采用该模型进行压气机主动稳定控制, 可使压气机失速模态幅值由0.28减小为 1×10^{-5} , 能有效抑制压气机失速的发生, 增强了模型的适用性。

关键词: 压气机; 失速; 失稳; 分布式动态模型; 主动稳定控制

中图分类号: V233.7

文献标识码: A

文章编号: 1001-4055 (2020) 03-0675-10

DOI: 10.13675/j.cnki. tjjs. 190050

Compressor Distributed Dynamic Model and Simulation under Non-Constant Speed

CHEN Ya-xin, SU San-mai

(School of Power and Energy, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: For present compressor model which is applied for active stability control is not capable of simulating at non-constant speed and capturing compressor stall signal development process at discrete positions in the circumferential direction of the compressor, based on the one-dimensional compressor dynamic model, the distributed compressor system model under non-constant speed with air injector was established. Air injector model was conducted to serve as the actuator. Then by Fourier series solutions, multi-dimensional state variables were used for describing compressor dynamic process. Simulation results show that the model can analyze compressor unstable dynamic under non-constant speed and constant speed. Moreover, using this model in compressor active stability control, it can reduce the stall mode amplitude from 0.28 to 1×10^{-5} , effectively suppress the occurrence of compressor stall, and enhance the applicability of the model.

Key words: Compressor; Stall; Instability; Distributed dynamic model; Active stability control

符号表

V_c	集气箱容积	T_c	压气机扭矩
A_c	压气机进口截面面积	R	压气机平均半径
l_c	上下游管道和压气机的长度之和	U_d	压气机转速变化过程中期望到达的速度
U	压气机叶片平均半径上的切线速度	ξ	无量纲时间

^{*} 收稿日期: 2019-01-16; 修订日期: 2019-07-12。

基金项目: 航空科学基金 (2013ZB53019)。

作者简介: 陈亚新, 硕士生, 研究领域为航空发动机主动稳定控制。E-mail: 2237585183@qq.com

通讯作者: 苏三买, 博士, 副教授, 研究领域为发动机动态建模与控制。E-mail: microeng@nwpu.edu.cn

引用格式: 陈亚新, 苏三买. 可变转速工况的压气机分布式动态模型与仿真[J]. 推进技术, 2020, 41(3):675-684.
(CHEN Ya-xin, SU San-mai. Compressor Distributed Dynamic Model and Simulation under Non-Constant Speed[J].
Journal of Propulsion Technology, 2020, 41(3):675-684.)

a_s	声速
I	转子转动惯量
ω	角速度
T_t	涡轮扭矩
θ	压气机周向环面位置
η	无量纲的轴向位置
ρ	空气密度

Γ	无量纲转子扭矩
Φ	压气机环面平均流量系数
ϕ	压气机环面局部流量系数
Θ	速度势
Ψ_c	压气机准稳态压升
Ψ	压气机系统总静压升
γ	节流开度

1 引言

航空发动机由压气机对空气增压,然后供油燃烧形成高温高压燃气推动涡轮带动压气机旋转,同时从喷管高速排出产生推力^[1]。其中压气机作为航空发动机的重要组成部分,由压气机的工作特性可知,随着增压比提高,流过压气机的空气流量将减少,当流量减少到一定程度时,气流处于不稳定流动状态,容易发生失速或喘振,这种现象不仅限制压气机的稳定工作范围,而且严重影响航空发动机工作的安全性和可靠性^[2]。

随着飞机对动力需求的不断增高,现代航空发动机为了提高其推重比和减小耗油率,要求其压气机能够具有更宽的稳定工作范围和更高的压比,其中通过控制方法实现对失速与喘振抑制成为航空发动机控制系统设计中重要的环节。对于压气机失速与喘振控制,以往多采用进口导叶调节、防喘阀放气等方法,这些方法的特点是压气机喘振裕度小于设定值就介入控制,属于被动控制方法,其不足是压气机工作点远离喘振边界,虽然保证了压气机稳定工作,但喘振裕度偏大,限制了压气机性能潜力的发挥。为了更有效地抑制压气机失速与喘振,采用主动稳定控制方法(Active stability control, ASC)进行压气机控制是该领域的研究热点^[3-5]。

压气机主动稳定控制最初是由 Epstein 等提出,这种控制方法的基本思路是在压气机失速的初期,通过传感器快速探测失速信号并分析信号特征,获得失速扰动的幅值和相位信息,最后,然后通过沿压气机机匣周向安装的执行装置(如喷气装置),设计控制规律,使得在压气机内部产生与失速信号相对应的反相扰动,从而实现对失速抑制,减小稳定裕度的同时有效避免了喘振^[4,6-7]。其中建立能反映压气机动态特性的数学模型是主动稳定控制实现的基础。

为研究失速与喘振时的压气机内部动态行为,文献[8-9]基于动量守恒原理,建立了压气机系统

Moore-Greitzer模型(M-G模型)。该模型的诞生对压气机失速与喘振研究具有重要意义,是之后众多学者开展压气机不稳定动态进一步研究的基础。M-G模型采用二维不可压缩的欧拉方程进行表示,能有效描述压气机失稳时,内部流量和压力的变化,但存在无法描述压气机发生失速时周向离散位置局部流量和压升扰动发展过程的局限性,不适合主动稳定控制。Mansoux等^[10]在M-G模型的基础上,采用空间傅里叶变换对周向来流扰动进行处理,建立了准三维压气机系统分布式模型,这种模型能够通过探测获得均匀分布的压气机周向环面各个位置的多路流量或压力信号,采用多维状态变量来描述压气机周向各个位置的流量和压力信号变化,既能反映压气机的不稳定动态特性,也可描述压气机失速时周向离散位置流量扰动的发展过程,不足之处是该模型不包含执行装置。由理论分析可知,与传统的线性控制系统中执行装置模型与控制对象模型可线性叠加不同,由于压气机内部流场的非线性特征,执行装置的气动特性将影响压气机内流场,二者具有一定的耦合关系,因此,进行主动稳定控制系统设计,需建立压气机及执行装置的综合动态模型^[11-12]。本文以喷气装置作为执行装置,通过分析喷气装置后对压气机上游流场产生的动量和质量影响,同时考虑喷气气流从喷气装置喷出到压气机起始平面存在的时间延迟,建立了带执行装置的压气机系统动态模型^[11,13-15]。

上述压气机模型共同的局限是模型中转速参数为常数,即模型只能反映压气机沿某等转速线工况,不能完全描述转速变化工况时压气机失稳动态特性,这与压气机实际工作时转速是变化的不相符。针对这一不足,文献[16-17]通过引入反映压气机转速动态变化的转子动量平衡方程,建立了能够描述变转速工况下流量、压升、流量扰动谐波幅值变化关系的压气机系统模型,但该模型一是没有考虑执行装置,二是模型的状态参数采用一维状态变量来表

示,不能反映压气机变转速工况下失速信号沿压气机周向的旋转特性。

根据压气机主动稳定控制机理,适用于主动稳定控制的压气机理想模型是包含执行装置,且能反映任意转速工况下沿压气机周向各位置流量和压升变化的分布式模型。由上述模型发展综述,还未发现有相关文献。

本文在一维状态变量表示的压气机系统变转速工况模型基础上,以喷气装置作为执行装置,并引入傅里叶变换,研究建立一种适用于主动稳定控制的带喷气执行装置的压气机系统在变转速工况下的分布式动态模型。

2 压气机系统在变转速工况下的分布式模型

2.1 压气机系统结构

为了建立带喷气执行装置的压气机系统在变转速工况下的分布式动态模型,首先给出压气机系统简要结构模型,如图1所示。

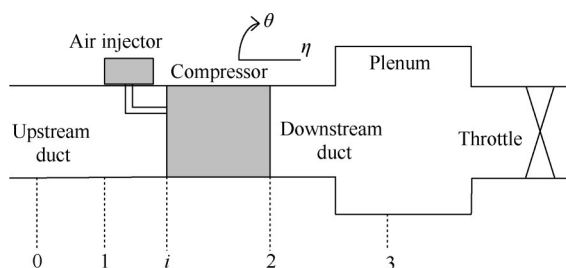


Fig. 1 Schematic of compressor system with air injector

由图1可见,压气机系统主要包括上游进气管道、执行装置、压气机本体、下游排气管道、容积式集气箱和出口节流阀等,其中采用容积式集气箱来模拟处于压气机后的发动机燃烧室容积效应特性,出口节流阀模拟发动机涡轮对前端的压降和节流特性。图1中的喷气执行装置起始面用1表示,压气机起始面用*i*表示。

2.2 压气机系统变转速工况模型

作为带喷气执行装置的压气机系统在变转速工况下的分布式模型建立的基础,首先对采用一维状态变量描述的不带喷气执行装置的压气机系统变转速工况模型进行分析^[16]。

在M-G模型中,反映转速的*B*参数^[8]定义为

$$B = \frac{U}{2a_s} \sqrt{\frac{V_p}{A_c L_c}} \quad (1)$$

对于确定的压气机,在确定的环境条件下工作,声速 a_s 为常数, V_p, A_c, L_c 为结构尺寸参数,也为常数,

因此*B*参数与*U*成正比,即*B*参数反映了压气机的转速变化。

在M-G模型中,没有关于参数*B*的导数项,因此只是描述压气机在确定转速状态下的动态特性。压气机系统变转速工况模型将反映转速的*B*参数作为新的状态变量,根据转子动力学,转子动量平衡可以表示为

$$I \frac{d\omega}{dt} = T_t - T_c \quad (2)$$

对式(2)无量纲化,并将式(1)代入式(2),得到无量纲转子动量平衡方程

$$\frac{dB}{d\xi} = \Lambda_1 B^2 \Gamma \quad (3)$$

其中

$$\Lambda_1 = \frac{\rho R^3 A_c}{2IU_d} b, \quad b = 2a_s \sqrt{\frac{A_c L_c}{V_p}}, \quad U = b \cdot B, \quad \Lambda_1 \text{ 为常数。}$$

同样,通过式(1)对变转速工况下,压气机动量平衡和集气箱质量平衡进行分析,并与压气机转子动量平衡式(3)相结合,共同得到不带喷气执行装置时压气机系统变转速工况动态模型

$$\begin{cases} -m_B(B) \frac{\partial(\delta\theta)}{\partial\xi} + \frac{U_d \Gamma \Lambda_1}{b} (m-1) \delta\theta + \\ \frac{1}{2a} \left[2 \frac{\partial(\delta\phi)}{\partial\xi} + \frac{bB}{U_d} \frac{\partial(\delta\phi)}{\partial\theta} \right] = \\ \Psi_c(\Phi + \delta\phi) - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Psi_c(\Phi + \delta\phi) d\theta \\ \Psi(\xi) + l_c(B) \frac{d\Phi}{d\xi} + \frac{U_d \Gamma \Lambda_1}{b} l_c \Phi(\xi) = \\ \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Psi_c(\Phi + \delta\phi_1) d\theta \\ \frac{d\Psi}{d\xi} = \frac{\Lambda_2}{B} (\Phi - \Phi_T) - 2\Lambda_1 \Gamma B \Psi \\ \frac{dB}{d\xi} = \Lambda_1 B^2 \Gamma \end{cases} \quad (4)$$

其中

$$\Lambda_2 = \frac{R}{L_c U_d} b$$

式中 $\delta\phi = \phi - \Phi$,表示局部流量扰动, $\delta\theta$ 为扰动速度势。

模型(4)包括压气机系统局部动量平衡方程、周向动量平衡方程、集气箱质量平衡方程、转子扭矩平衡方程。该模型描述了压气机系统周向平均流量系数 Φ 、压气机压升系数 Ψ 以及压气机转子转速相关的

B 参数随时间的变化的关系。

由式(4)可以看出,虽然模型可反映转速变化,但该模型状态变量是一维的,不能描述压气机周向各个位置压升系数和流量系数的变化。

2.3 带喷气执行装置的压气机系统在变转速工况下的模型

为了建立带喷气执行装置的压气机系统在变转速工况下的分布式模型,首先建立喷气执行装置数学模型。

如图1所示,加入喷气执行装置后,气流经过上游(位置1)和下游(位置*i*)后的无量纲压升 Ψ 如下所示^[18]

$$\Psi = \frac{p_i - p_1}{\rho U^2} \neq 0 \quad (5)$$

为了建立带有喷气执行装置的压气机系统组合模型,必须分析并且建立位置1和位置*i*的总压关系,然后与原压气机系统模型结合,建立组合模型。根据质量守恒,喷气执行装置上游和下游流量系数的关系^[18]为

$$\delta\phi_i = \delta\phi_1 + \frac{A_j}{A_a} \Phi_j \quad (6)$$

式中 Φ_j 为喷气流量系数, A_j 为喷气执行装置出口面积。根据动量平衡方程得到压气机气流经过喷气执行装置的无量纲压升 Ψ_j 为^[18]

$$\Psi_j = \frac{p_i - p_1}{\rho U^2} = (\Phi_j - \phi_1) \frac{A_j}{A_a} \Phi_j - \frac{1}{2} \left(\frac{A_j}{A_a} \Phi_j \right)^2 \quad (7)$$

从压气机上游总压 p_0 到集气腔流出下游管道的静压 p_3 的压气机系统的总静压升为^[18]

$$\Psi(\xi) = \frac{p_3 - p_0}{\rho U^2} = \frac{p_3 - p_2}{\rho U^2} + \frac{p_2 - p_i}{\rho U^2} + \frac{p_i - p_1}{\rho U^2} + \frac{p_1 - p_0}{\rho U^2} \quad (8)$$

式中 ρ 是进口密度。

不带喷气执行装置时, $\frac{p_i - p_1}{\rho U^2} = 0$, $\delta\phi_1 = \delta\phi_i$ 。

模型(4)中的压气机在起始平面处的动量平衡方程可以用 $\delta\phi_1$ 表示为

$$\Psi(\xi) = \psi_c(\Phi + \delta\phi_1) - l_c(B) \frac{d\Phi}{d\xi} + m_B(B) \frac{\partial(\delta\Theta)}{\partial\xi} + \frac{U_d \Gamma \Lambda_1}{b} [-l_E \Phi(\xi) - (m-1)\delta\Theta] - \frac{1}{2a} \left[2 \frac{\partial(\delta\phi_i)}{\partial\xi} + \frac{bB}{U_d} \frac{\partial(\delta\phi_i)}{\partial\theta} \right] \quad (9)$$

加入喷气执行装置后, $\delta\phi_1 \neq \delta\phi_i$,压气机在起始平面*i*处的动量平衡方程可以用 $\delta\phi_i$ 表示为

$$\Psi(\xi) = \psi_c(\Phi + \delta\phi_i) - l_c(B) \frac{d\Phi}{d\xi} + m_B(B) \frac{\partial(\delta\Theta)}{\partial\xi} + \frac{U_d \Gamma \Lambda_1}{b} [-l_E \Phi(\xi) - (m-1)\delta\Theta] - \frac{1}{2a} \left[2 \frac{\partial(\delta\phi_i)}{\partial\xi} + \frac{bB}{U_d} \frac{\partial(\delta\phi_i)}{\partial\theta} \right] + \Psi_j \quad (10)$$

式(10)所示动量方程阐明了带喷气执行装置的压气机进口截面局部流量系数 ϕ_i 随时间 ξ 的变化与上游管道、喷气执行装置、压气机和下游管道内部流动之间的关系。综合式(4)~式(7),经推导及变换,获得带喷气执行装置的压气机系统在变转速工况下的模型,有

$$\begin{cases} \Psi(\xi) = \psi_c(\Phi + \delta\phi_i) - l_c(B) \frac{d\Phi}{d\xi} + m_B(B) \frac{\partial(\delta\Theta)}{\partial\xi} + \frac{U_d \Gamma \Lambda_1}{b} [-l_E \Phi(\xi) - (m-1)\delta\Theta] - \frac{1}{2a} \left[2 \frac{\partial(\delta\phi_i)}{\partial\xi} + \frac{bB}{U_d} \frac{\partial(\delta\phi_i)}{\partial\theta} \right] + \Psi_j \\ \frac{d\Psi}{d\xi} = \frac{\Lambda_2}{B} (\Phi - \Phi_T) - 2\Lambda_1 \Gamma B \Psi \\ \frac{dB}{d\xi} = \Lambda_1 B^2 \Gamma \end{cases} \quad (11)$$

2.4 压气机系统在变转速工况下的分布式模型

为了对压气机的不稳定扰动进行控制,需要获得压气机环面周向各个离散位置的流量信号,在模型(11)的基础上,引入傅里叶变换,采用多维流量和压升信号描述,建立一种带喷气执行装置的压气机系统在变转速工况下的分布式模型。

模型(11)中扰动速度势 $\delta\Theta$ 可以通过二维拉普拉斯方程进行求解,根据速度势与压气机轴向 η 方向扰动的关系,得到 $\delta\phi$ 在 $\eta=0$ 处的傅里叶模态表达式为^[11]

$$\delta\phi = \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{n=+\infty} \tilde{\phi}_n(\xi) \cdot e^{in\theta} \quad (12)$$

同理,压气机周向各离散位置的压升系数 $\psi_c(\phi)$ 采用傅里叶系数的表达式^[11],即

$$\psi_c(\phi) = \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{n=+\infty} \tilde{\psi}_{cn}(\phi(\xi)) \cdot e^{in\theta} \quad (13)$$

其中

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \psi_c(\Phi + \delta\phi) d\theta = \tilde{\psi}_{c0}(\phi) \quad (14)$$

上述对上游流场 $\delta\theta$ 的求解,消除了原有方程组(11)的偏微分性质,对轴向位置的依赖性得到了求解,从而得到了较为简单的方程组,简化了方程的求解过程。

根据喷气执行装置上下游质量平衡方程(6),可以得到如下加入喷气执行装置后,压气机周向流动动态特性,表示为

$$\begin{aligned} \Psi(\xi) = & \psi_c \left(\Phi + \delta\phi_1 + \frac{A_j}{A_a} \Phi_j \right) - l_c(B) \frac{d\Phi}{d\xi} + \\ & m_B(B) \frac{\partial(\delta\theta)}{\partial\xi} + \frac{U_d \Gamma \Lambda_1}{b} \left[-l_E \Phi(\xi) - (m-1)\delta\theta \right] - \\ & \frac{1}{2a} \left[2 \frac{\partial(\delta\phi_1 + \frac{A_j}{A_a} \Phi_j)}{\partial\xi} + \frac{bB}{U_d} \frac{\partial(\delta\phi_1 + \frac{A_j}{A_a} \Phi_j)}{\partial\theta} \right] + \Psi_j \end{aligned} \quad (15)$$

喷气流量可以通过傅里叶级数展开为各阶流量扰动模态的和,即

$$\frac{A_j}{A_a} \Phi_j = \sum_{-N}^N R_n \cdot e^{i\beta_n} \cdot \tilde{\phi}_n \quad (16)$$

式中 R_n 为第 n 阶模态反馈系数, β_n 为第 n 阶模态相位偏移,表征执行装置与流量扰动对应的第 n 阶模态相位之差。将式(16)带入式(15),得到用傅里叶模态表示的压气机系统模型

$$\begin{cases} \tilde{\Psi}_{cn}(\phi) + \tilde{\Psi}_{jn} = \left(\frac{1}{a} (1 + R_n \cdot e^{i\beta_n}) - \frac{m_B(B)}{|n|} \right) \frac{\partial \tilde{\phi}_n}{\partial \xi} + \\ \left(\frac{U_d \Gamma \Lambda_1}{|n|b} (m-1) + i n \frac{bB}{2aU_d} (1 + R_n \cdot e^{i\beta_n}) \right) \tilde{\phi}_n \\ \tilde{\Psi}_{c0}(\phi) = \Psi(\xi) + l_c(B) \frac{d\tilde{\phi}_0}{d\xi} + \frac{U_d \Gamma \Lambda_1}{b} l_E \tilde{\phi}_0 \\ \frac{d\Psi}{d\xi} = \frac{\Lambda_2}{B} (\Phi - \Phi_T) - 2\Lambda_1 \Gamma B \Psi \\ \frac{dB}{d\xi} = \Lambda_1 B^2 \Gamma \end{cases} \quad (17)$$

根据傅里叶系数的定义, $\tilde{\phi}_n(\xi)$ 可以用离散的空间傅里叶变换来表示。首先对压气机环面周向 θ 进行空间离散化: $\theta_k = \frac{2\pi k}{2N+1}, k \in [0, 2N]$,沿压气机周向环面 $2N+1(N=1, 2, \dots)$ 个平均分布位置点的流量扰动及流量系数可以表示为 $\delta\phi(\theta_k, \xi, 0), \phi(\theta_k, \xi, 0)$ 。由空间傅里叶系数的计算公式,得到

$$\tilde{\phi}_n(\xi) = \frac{1}{2N+1} \sum_{k=0}^{2N} \phi(\theta_k, \xi, 0) \cdot e^{-in\theta_k} \quad (18)$$

空间傅里叶系数 $\tilde{\phi}_n(\xi)$ 的向量 $\underline{\tilde{\phi}}_n(\xi)$ 表达式为

$$\underline{\tilde{\phi}}_n(\xi) = \begin{bmatrix} \tilde{\phi}_0(\xi) \\ \vdots \\ \tilde{\phi}_N(\xi) \\ \vdots \\ \tilde{\phi}_{2N}(\xi) \end{bmatrix} = \mathbf{G} \cdot \bar{\Phi}(\theta_k, \xi, 0) \quad (19)$$

其中

$$\mathbf{G} = \sqrt{\frac{2}{2N+1}} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \cdots & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\theta_1) & \cos(\theta_2) & & \cos(\theta_{2N+1}) \\ \sin(\theta_1) & \sin(\theta_1) & & \\ \cos(2\theta_1) & \cos(2\theta_2) & & \\ \sin(2\theta_1) & & & \\ \vdots & & \ddots & \\ \cos(N\theta_1) & & & \\ \sin(N\theta_1) & & & \sin(N\theta_{2N+1}) \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\bar{\Phi}(\theta_k, \xi, 0) = \begin{bmatrix} \phi(\theta_0, \xi, 0) \\ \phi(\theta_1, \xi, 0) \\ \vdots \\ \phi(\theta_{2N}, \xi, 0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi(\xi, 0) + \delta\phi(\theta_0, \xi, 0) \\ \Phi(\xi, 0) + \delta\phi(\theta_1, \xi, 0) \\ \vdots \\ \Phi(\xi, 0) + \delta\phi(\theta_{2N}, \xi, 0) \end{bmatrix} \quad (21)$$

同理,空间傅里叶系数 $\tilde{\psi}_{cn}(\phi(\xi))$ 可以表示为向量形式 $\underline{\tilde{\Psi}}_c(\phi(\xi))$,即

$$\underline{\tilde{\Psi}}_c(\phi(\xi)) = \mathbf{G} \cdot \bar{\Psi}_c(\phi(\theta_k, \xi, 0)) \quad (22)$$

$$\bar{\Psi}_c(\phi(\theta_k, \xi, 0)) = \begin{bmatrix} \Psi(\theta_0, \xi, 0) \\ \Psi(\theta_1, \xi, 0) \\ \vdots \\ \Psi(\theta_{2N}, \xi, 0) \end{bmatrix} \quad (23)$$

即,模型(17)可以用矩阵形式表示为

$$\begin{cases} \mathbf{D}'_E \dot{\underline{\tilde{\phi}}}_n + \mathbf{D}'_E \underline{\tilde{\phi}}_n = \underline{\tilde{\Psi}}_c - \mathbf{L}\Psi + \underline{\tilde{\Psi}}_j \\ \frac{d\Psi}{d\xi} = \frac{\Lambda_2}{B} (S\underline{\tilde{\phi}} - \Phi_T) - 2\Lambda_1 \Gamma B \Psi \\ \frac{dB}{d\xi} = \Lambda_1 B^2 \Gamma \end{cases} \quad (24)$$

其中

$$\mathbf{L} = \left[\sqrt{2N+1}, [0 \quad \cdots \quad 0]_{2 \times N} \right]^T \quad (25)$$

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2N+1} [1 \quad \cdots \quad 1] \quad (26)$$

$$D'_E = \begin{bmatrix} l_c(B) \\ \left[\begin{array}{cc} \frac{1}{a} (1 + R_1 \cdot \cos\beta_1) - \frac{m_B(B)}{1} & -\frac{1}{a} \cdot R_1 \cdot \sin\beta_1 \\ \frac{1}{a} \cdot R_1 \cdot \sin\beta_1 & \frac{1}{a} (1 + R_1 \cdot \cos\beta_1) - \frac{m_B(B)}{1} \end{array} \right] \\ \ddots \\ \left[\begin{array}{cc} \frac{1}{a} (1 + R_N \cdot \cos\beta_N) - \frac{m_B(B)}{N} & \frac{1}{a} \cdot R_N \cdot \sin\beta_N \\ \frac{1}{a} \cdot R_N \cdot \sin\beta_N & \frac{1}{a} (1 + R_N \cdot \cos\beta_N) - \frac{m_B(B)}{N} \end{array} \right] \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$D'_A = \begin{bmatrix} \frac{U_d \Gamma \Lambda_1}{b} l_E \\ \left[\begin{array}{cc} \frac{U_d \Gamma \Lambda_1 (m-1)}{b} + \frac{bB}{2aU_d} \cdot R_1 \cdot \sin\beta_1 & \frac{bB}{2aU_d} (1 + R_1 \cdot \cos\beta_1) \\ -\frac{bB}{2aU_d} (1 + R_1 \cdot \cos\beta_1) & \frac{U_d \Gamma \Lambda_1 (m-1)}{b} + \frac{bB}{2aU_d} \cdot R_1 \cdot \sin\beta_1 \end{array} \right] \\ \ddots \\ \left[\begin{array}{cc} \frac{U_d \Gamma \Lambda_1 (m-1)}{bN} + \frac{bB}{2aU_d} \cdot R_N \cdot \sin\beta_N & \frac{bBN}{2aU_d} (1 + R_N \cdot \cos\beta_N) \\ -\frac{bBN}{2aU_d} (1 + R_N \cdot \cos\beta_N) & \frac{U_d \Gamma \Lambda_1 (m-1)}{bN} + \frac{bB}{2aU_d} \cdot R_N \cdot \sin\beta_N \end{array} \right] \end{bmatrix} \quad (28)$$

取

$$E' = G^T \cdot D'_E \cdot G \quad (29)$$

$$A' = G^T \cdot D'_A \cdot G \quad (30)$$

$$T = G^T \cdot L \cdot G \quad (31)$$

式(24)采用周向空间离散的流量系数表示为

$$\begin{cases} E' \dot{\Phi}(\theta_k, \xi, 0) + A' \bar{\Phi}(\theta_k, \xi, 0) = \\ \bar{\Psi}_c(\phi(0, \theta_k, \xi)) - T\Psi + \bar{\Psi}_j \\ \frac{d\Psi}{d\xi} = \frac{\Lambda_2}{B} (S\bar{\Phi} - \Phi_T) - 2\Lambda_1 \Gamma B \Psi \\ \frac{dB}{d\xi} = \Lambda_1 B^2 \Gamma \end{cases} \quad (32)$$

经上述推导获得式(32)所示模型,该模型描述了带喷气执行装置的压气机系统分布式模型在转速变化时的平均流量系数 Φ ,局部流量系数 $\phi(\theta_k, \xi, 0)$,压升 Ψ ,以及 B 参数随时间的变化关系。该模型不仅可用于在转速变化工况下,压气机失速发生时沿压气机周向环面各离散位置的压升和流量动态变化过程仿真,还可用于压气机加速过程出现的不稳定行

为进行主动稳定控制。

3 仿真及结果分析

3.1 模型有效性验证

在理论上,当转速恒定时,上述所建立的带喷气执行装置的压气机系统在变转速工况下的分布式模型与定常转速下带喷气执行装置的压气机动态模型^[14]是一致的,即文献[14]中模型是本文所建立模型的特例。

为了验证本文所建压气机动态模型的有效性,以某压气机为例,对压气机定转速下发生的失速现象进行仿真,当转速恒定时,有

$$\begin{cases} \frac{dB}{d\xi} = 0 \\ U = U_d \\ \Gamma = 0 \end{cases} \quad (33)$$

仿真时,设节流开度 $\gamma = 0.63$,初始状态,压升系数 Ψ 和流量系数 Φ 分别为0.55和0.65。

图2(a)是压气机在定转速工况下的动态特性图,图2(b)为压气机工作过程中压升和流量系数随时间的变化,横坐标为无量纲时间 ξ 。由图2(a)和图2(b)可以看出压气机发生了失速,压气机平均压升和流量都减小。

图2(c)为压气机各阶模态幅值随时间的变化情况。由图可知,压气机发生失速时各阶模态幅值增大,这与文献[14]所述压气机发生失速时模态幅值不为0一致,进一步验证压气机发生了旋转失速。

图2(d)为压气机周向各位置流量扰动随时间的变化。 $\theta_0, \theta_4, \theta_8, \theta_{12}$ 表示压气机环面离散化后的周向位置。由图2(d)可以看出,当压气机发生失速时,压气机周向各局部位置轴向扰动增大。由图中虚线可以看出,扰动沿压气机环面旋转并不断发展,这与文献[14]所述压气机失速时,流量扰动的发展过程一致,表明该模型能够模拟压气机失速时周向各位置流量系数的变化。

在定转速下,对所建立的压气机动态模型进行仿真的结果表明,所建立的带喷气执行装置压气机系统变转速工况下的分布式模型的有效性。

3.2 变转速工况下的压气机特性及主动稳定控制仿真

采用所建模型对压气机在变转速工况下的动态特性及失速控制进行仿真。仍以前述压气机为仿真对象,设节流开度 γ 为0.62,初始状态下压升系数 Ψ 和流量系数 Φ 分别为0.55和0.65;目标转速 U_d 为150,初始转速 U 为2.0,加速过程加速比 c 为5.0。

图3(a)为压气机转速随时间的变化。该压气机模型在 ξ 为550附近加速到目标转速 $U_d = 150$ 。图3(b)为加速过程压气机动态特性,压气机理论稳定工作点位于节流特性与压气机特性的交点,即图中“ $\blacktriangle$ ”所示点,而实际压气机最终工作点位于压气机准稳态特性线的正斜率段,即图中“ $\bullet$ ”点所示,可知压气机将发生失速。图3(c)为压升和流量系数随时间的变化过程,可以看出,当 $\xi = 1000$ 时,压气机压升和流量稳定,不再变化。图3(d)为压气机加速过程模态幅值的变化,可以看出,压气机存在两个阶段的失速,第一阶段 $\xi = 250 \sim 550$,即压气机转速快速变化过程中,压气机压升和流量系数也急剧变化,压气机发生了失速。第二阶段,在 $\xi = 850$ 后,失速

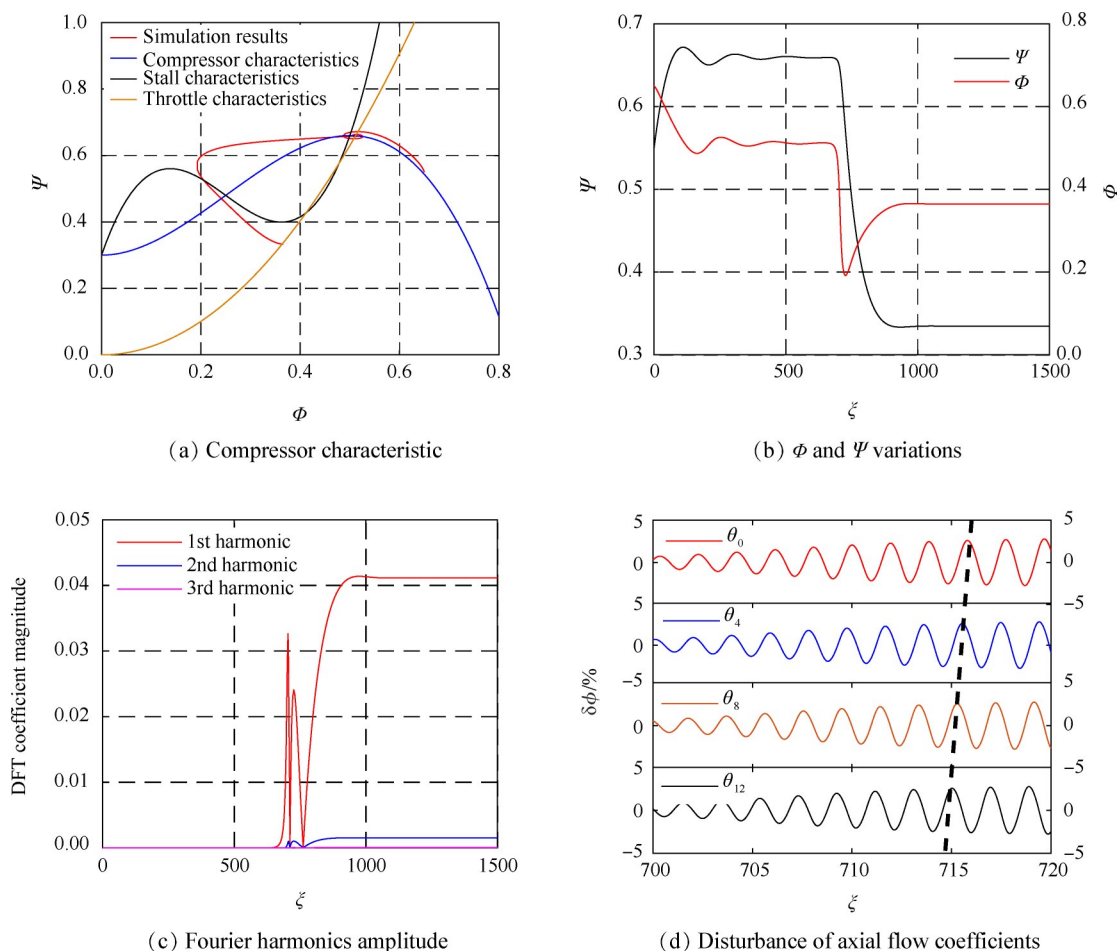


Fig. 2 Simulation results under constant speed

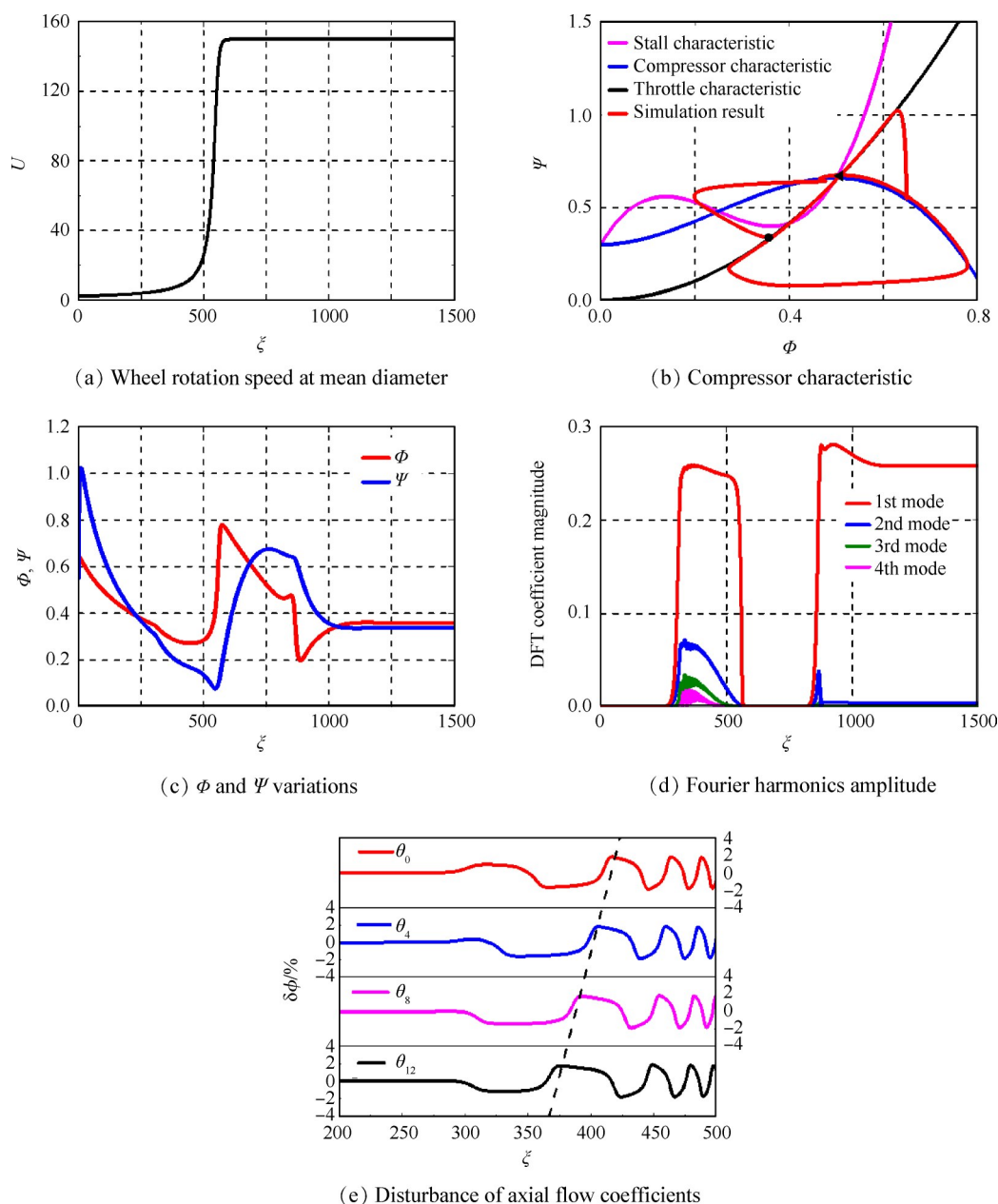


Fig. 3 Simulation results in compressor accelerating progress

模态幅值增大且最终稳定在某一非 0 值, 压气机最终进入失速状态。图 3(e) 反映了局部流量扰动的变化, 在加速过程中, 由于压气机周向局部流量扰动增大而发生失速, 流量扰动沿压气机周向旋转如图中虚线所示。

针对上述压气机加速过程发生的两个失速阶段, 引入式(34)模态控制规律, 对压气机加速过程的失速动态进行主动稳定控制仿真。

$$\frac{A_j}{A_a} \Phi_j = \sum_{n=-N}^N R_n \cdot e^{i\beta_n} \cdot \tilde{\phi}_n \quad (34)$$

取 $\Phi_j = 2$, $R_n = 1$, $\beta_n = \pi$, 加速比减小为 $c = 1$, 初始状态参数不变, 对第一阶扰动模态进行控制, 仿真

结果如图 4。

由图 4(a) 可以看出, 由于加速比减小, 在 $\xi = 3 \times 10^3$ 时压气机加速到目标转速值。图 4(b) 反映出加入模态反馈控制后, 压气机流量和压升变化平稳。图 4(c) 表明, 压气机最终稳定工作点如图中“★”所示。由于对压气机进行一阶模态反馈控制, 与前述无控制时压气机失速工作点(图中“●”所示)相比, 压气机避免了失速, 且与压气机理论稳定工作点, 即节流特性与压气机特性的交点(图中“◀”所示)相比, 对压气机进行模态控制后, 稳定工作点的压升增大。

图 4(d) 表明, 在压气机加速过程中, 流量扰动迅速变小, 经仿真, 失速模态幅值由 0.28 减小到近似为

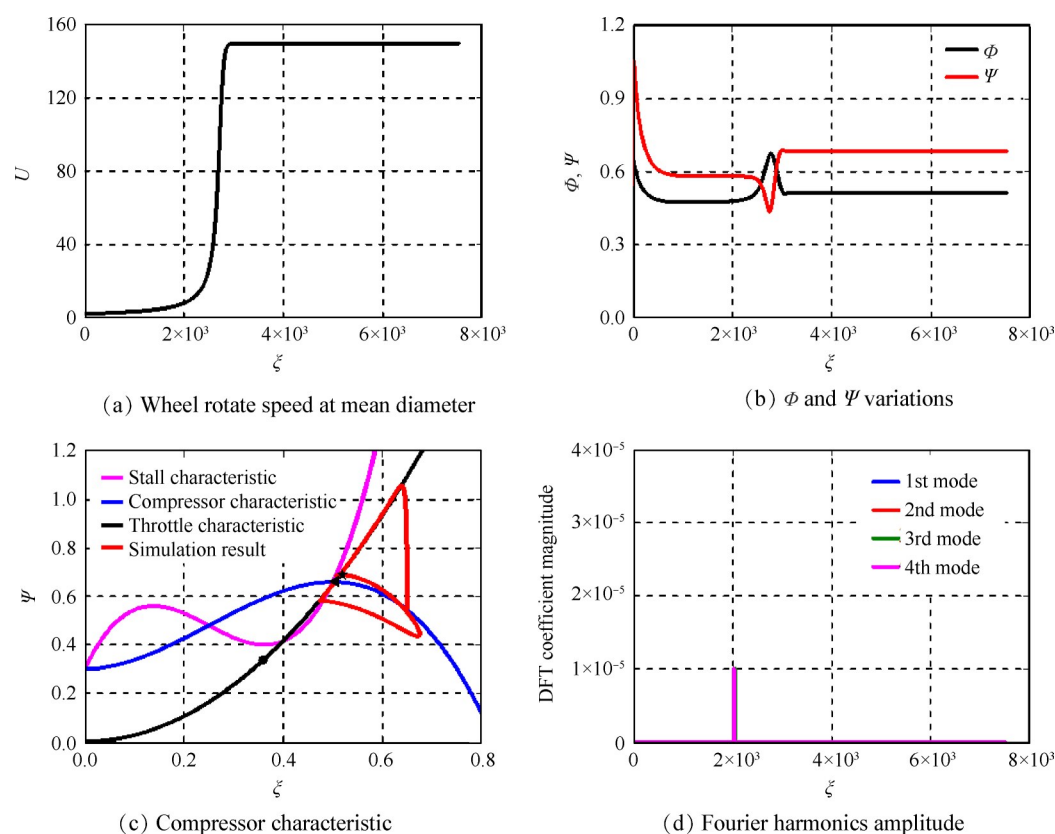


Fig. 4 Simulation results of compressor active stability control in accelerating progress

0(稳定后模态幅值最大约为 1×10^{-5}),即在加速过程中也避免了发生失速。

4 结 论

本文建立了带喷气执行装置的压气机系统在变转速工况下的分布式动态模型,并用于压气机动态失稳及主动稳定控制仿真,得到结论如下:

(1)所建立的压气机动态模型能够实现包含执行装置的压气机系统在变转速工况发生不稳定行为时的动态特性以及压气机失稳时周向各个离散位置流量扰动信号的发展过程仿真,理论分析与对比仿真说明所建模型是正确的。

(2)将所建立的压气机动态模型用于变转速工况下主动稳定控制仿真,采用模态控制方法,使压气机失速模态幅值由0.28减小为 10^{-5} 量级,可有效抑制压气机失速的发生,验证了所建立的压气机动态模型在压气机全转速工作段可用于主动稳定控制的适应性。

致 谢:感谢航空科学基金资助。

参考文献

[1] 廉筱纯, 吴 虎. 航空发动机原理[M]. 西安:西北工业大学出版社, 2005.

[2] 楚武利, 刘前智, 胡春波. 航空叶片机原理[M]. 西

安:西北工业大学出版社, 2009.

[3] Paduano J D, Epstein A H, Valavani L, et al. Active Control of Rotating Stall in a Low-Speed Axial Compressor [J]. *Journal of Turbomachinery*, 1993, 115(1): 48-56.

[4] Epstein A H, Williams J E F, Greitzer E M. Active Suppression of Aerodynamic Instabilities in Turbomachines [J]. *Journal of Propulsion and Power*, 1989, 5(2): 204-211.

[5] Day I J. Active Suppression of Rotating Stall and Surge in Axial Compressors [J]. *Journal of Turbomachinery Transactions of ASME*, 1991, 115(115): 40-47.

[6] Paduano J D, Greitzer E M, Epstein A H. Compression System Stability and Active Control [J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 2001, 33(1): 491-517.

[7] Day I J. Stall and Surge in Axial Flow Compressors [J]. *Journal of Turbomachinery*, 1992, 114(1).

[8] Moore F K, Greitzer E M. Theory of Post-Stall Transients in Axial Compression Systems, Part I: Development of Equations [J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 1986, 108(1): 68-76.

[9] Greitzer E M, Moore F K. Theory of Post-Stall Transients in Axial Compression Systems, Part II: Application [J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 1986, 108(2): 231-239.

[10] Mansoux C A, Gysling D L, Setiawan J D, et al. Dis-

- tributed Nonlinear Modeling and Stability Analysis of Axial Compressor Stall and Surge[C]. USA: American Control Conference, 1994.
- [11] 苏三买, 孙占恒, 吕 焯, 等. 压气机失速与喘振动态模型与仿真[J]. 推进技术, 2016, 37(5). (SU San-mai, SUN Zhan-heng, LYU Ye, et al. Dynamic Model and Simulation of Compressor Rotating Stall and Surge [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2016, 37(5).)
- [12] Vo H D. Active Control of Rotating Stall in a Three-Stage Axial Compressor with Jet Actuators [D]. USA: Massachusetts Institute of Technology, 1997.
- [13] 苏三买, 孙占恒, 吕 焯, 等. 带执行装置的压气机系统建模及仿真[J]. 航空动力学报, 2016, 31(9): 2268-2275.
- [14] 苏三买, 刘俊杰, 孙占恒, 等. 基于非定常喷气的压气机模型及模态控制[J]. 航空动力学报, 2017, 32(10): 212-218.
- [15] 刘俊杰, 苏三买, 孙占恒, 等. 基于李亚普诺夫稳定性理论的压气机失速主动控制方法[J]. 推进技术, 2017, 38(11): 93-100. (LIU Jun-jie, SU San-mai, SUN Zhan-heng, et al. Compressor Stall Active Control Method Based on Lyapunov Stability Theory [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2017, 38(11): 93-100.)
- [16] Gravdahl J T, Egeland O. A Moore-Greitzer Axial Compressor Model with Spool Dynamics [C]. USA: IEEE Conference on Decision & Control, 1998.
- [17] Sari G, Akhrif O, Saydy L. Qualitative Analysis of an Axial Compressor Model with Non-Constant Speed [C]. USA: ASME 2011 Power Conference Collocated with JSME Icope, 2011.
- [18] Behnken R L. Nonlinear Control and Modeling of Rotating Stall in an Axial Flow Compressor [D]. Los Angeles: California Institute of Technology, 1996.

(编辑:史亚红)