2019年11月	推进技术	Nov. 2019
第 40 卷 第 11 期	JOURNAL OF PROPULSION TECHNOLOGY	Vol.40 No.11

基于最大似然估计的点火概率曲线计算模型取点方法*

黄章凯,张志波,宋飞龙,贾 敏

(空军工程大学 航空工程学院 等离子体动力学重点实验室, 陕西 西安 710038)

摘 要:最佳点火能量、点火位置等关键信息可通过绘制点火概率曲线判定概率函数以提高点火成 功概率。完成传统点火概率曲线的绘制需要至少300次的点火事件,以求得更加复杂的点火概率模型甚 至需要更多的实验次数才能保证曲线精度。受制于点火器寿命,依据大数定律绘制点火概率曲线所需的 多点数据难以保证,因此迫切需要开发一种在减少实验次数的前提下保证点火概率曲线精度的模型。本 文拓展了一种点火概率计算模型,针对不同的取点方式,通过随机二项分布求得概率函数中似然函数的 未知参数,从而拟合空间位置点火概率曲线和能量点火概率曲线,结合均方差评估拟合程度选取最优取 点方法。研究表明,采用最优取点方法拟合的能量-点火概率曲线可以将均方差降低至0.02左右,空间 位置点火概率曲线均方差降至0.04。研究表明所选取的最优取点方法可有效指导实验工况选取,并绘制 出可信点火概率曲线。同等置信度下,三种点火概率曲线的实验次数均减少50%以上,实现大幅减少实 验次数的目的。

关键词:点火;曲线拟合;置信区间;实验工况;概率模型
中图分类号: V231.2⁺4
文献标识码: A
文章编号: 1001-4055 (2019) 11-2505-08
DOI: 10.13675/j.cnki. tjjs. 180758

Method of Point Selection for Fitting Ignition Probability Curve Based on Maximum Likelihood Estimation

HUANG Zhang-kai, ZHANG Zhi-bo, SONG Fei-long, JIA Min

(Science and Technology on Plasma Dynamics Laboratory, Aeronautical Engineering College, Air Force Engineering University, Xi'an 710038, China)

Abstract: The ignition probability curve helps to improve the probability of successful ignition by determining the key information such as the optimal ignition energy and position. Fitting the ignition probability curve in traditional method requires at least 300 experimental events. And it requires more experiments to ensure curve accuracy in a more complex ignition probability model. However, the limited service life of igniters and the difficulty in controlling the experimental variables to acquire experimental data demand an ignition probability calculation model to ensure the accuracy of experiment while reducing the number of experiments. This paper extended an ignition probability calculation model, using random binomial distribution to calculate the unknown variables of a likelihood function with different methods of point selection and fitted the ignition probability curves of space and energy. And the optimal experimental condition was selected by comparing mean square deviation. Study

* 收稿日期:2018-12-03;修订日期:2019-04-19。

基金项目:青年项目基金(51807204)。

作者简介:黄章凯,硕士生,研究领域为等离子体点火助燃。E-mail: 1165954120@qq.com

通讯作者: 贾 敏, 博士, 副教授, 研究领域为等离子体流动控制与点火助燃。E-mail: 36159219@qq.com

引用格式:黄章凯,张志波,宋飞龙,等.基于最大似然估计的点火概率曲线计算模型取点方法[J].推进技术,2019,40 (11):2505-2512. (HUANG Zhang-kai, ZHANG Zhi-bo, SONG Fei-long, et al. Method of Point Selection for Fitting Ignition Probability Curve Based on Maximum Likelihood Estimation [J]. Journal of Propulsion Technology, 2019, 40(11):2505-2512.)

shows that the standard deviation of fitting probability curves of energy and space can decrease to 0.02 and 0.04 with the optimal selection. The experimental condition selection in this paper can be used to guide the design of experimental conditions effectively and fit the ignition probability curve in a reliable way. Experimental events decrease at least 50% under the same confidence level, which achieve the goal of reducing the number of experiments.

Key words: Ignition; Curve fitting; Confidence interval; Experimental condition; Probability model

1 引 言

对于点火事件,点火能量达到最小点火能(MIE) 并不意味着点火必然成功。点火是一个概率事件, 对于不同的点火能量、点火位置,其点火概率都不相 同。绘制点火概率曲线有助于在能量、空间上确定 点火概率最大位置,从而使点火器达到最佳的设计 极限。然而点火概率曲线的绘制存在如下亟待解决 的三个问题:(1)一条点火概率曲线的绘制需要7~ 10个数据点,每个点的点火概率计算达到收敛则需 要至少40次实验。低概率的情况下需要更多的点火 实验次数才可以保证具有同样的置信区间印。因而 绘制一条点火概率曲线需要至少300次实验。(2)点 火器或者其它实验设备的寿命有限,过多的实验次 数可能导致点火器失效及电源参数发生变化,例如 长时间使用的点火器由于积碳,其平均点火能量会 逐渐降低,甚至出现点火困难的情况^[2]。(3)实验台本 身不支持多次点火实验。以裂解实验台或者超燃冲 压实验台为例,点火成功之后,其燃烧室温度迅速上 升,而恢复到相同实验温度需要大量时间[3-5]。这大 大增加了实验时间成本。

在爆炸物的着火概率实验中,通常准确冲击测 试需要数千次运行,然而利用 Bruceton 方法计算着火 概率和标准差可以将实验次数降低到百次量级[6-7]。 但是该方法单位激励步长是固定的,并且取点方法 导致集中于均值附近,对于上下限的估计容易带来 误差^[8]。叶美凤等^[9]使用了Langlie取点法,在不超过 20次的实验次数下确定了最小点火激励值,但是该 方法对 σ 的估计偏小。Stéphane 等^[10]利用对数正态 定律修正了Langlie法的估计值,但是其在小样本(N< 15)且散布较大的模型,对于置信区间的估计也表现 出不足。Bane等^[11]计算点火概率曲线时,提出了一 种计算模型可以在有限次数内拟合出点火概率曲 线。但是该计算模型存在两个问题:(1)可靠性需要 进一步验证。以 Bruceton 和 Langlie 取点法计算得出 的点火概率曲线未验证在真实点火概率曲线的置信 区间内。(2)该方法在更加复杂的点火概率模型,例 如服从对数正态分布,正态分布的点火概率曲线中 难以确定其适用性;其拓展之后需要有更加复杂的 取点方法相配合。

本文针对不同的点火概率曲线,拓展了该计算 模型,使之可以在减少点火事件的前提下绘制更加 准确的点火概率曲线。同时提出了针对不同点火概 率曲线的取点方法,在实验时可以依据其取值指导 实验工况设计,最后对最优取点方法进行了实验 验证。

2 实验模型

2.1 点火概率曲线绘制方法

每种确定的工况下,点火概率是确定的。依据 大数定律,重复实验次数是在不断逼近真实的点火 概率。因此对于任何一个工况的点火事件来说,都 存在一个"真实的"点火概率曲线。实验的目的就是 最大程度拟合出这条曲线。

因此首先选定一条由实验测定的点火概率曲线,合理假设其为真实点火概率曲线,每个激励值对 应一个概率。通过不同的取点方法生成二项分布随 机数与真实概率值进行对比,设点火成功记为"1", 否则记为"0"。每种点火概率模型对应一种概率密 度函数,从而可以得出最大似然函数。将所得数据 代入最大似然函数,求解出未知参数,则可以绘制出 点火概率曲线。

对于射流火焰,以出口圆心为原点,沿直径方向 的点火概率曲线为径向-点火概率曲线;沿轴向的点 火概率曲线为轴向-点火概率曲线。通过求解两个 维度的交线,可以判定最佳的点火位置。在最佳点 火位置点火需要确定最小点火能(MIE),利用能量-点火概率曲线,可以计算出该工况下的最佳点火位 置以及最小点火能。

2.2 取点方法

由于计算模型只利用少数实验点计算点火概率 曲线,因而拟合程度对于取点方法的选取非常敏感。 本文主要采用以下几种取点方法:

2507

2.2.1 Bruceton 取点法

该种方法需要确定三个指标:(1)最大激励;(2) 最小激励;(3)单位激励。该取点法的下一个激励值 取决于上一次的点火事件。如果上一次点火成功, 则降低一个单位激励。上一次的点火事件如果为失 败,则增一个激励单位。有文献[12]指出该种方法 需要50~100次可以取得有效数据点。

2.2.2 Langlie 取点法

该种取点方法只需确定最大激励值*X*₁和最小激励值*X*₁。该取点方法以如下方式确定下一次的激励 值。第一次实验的激励值为

$$X_1 = 0.5(X_1 + X_1) \tag{1}$$

进行*i*次实验之后,下一次的实验激励值*X*_{*i*+1}由下式确定

$$X_{i+1} = 0.5(X_i + X_i')$$
(2)

式中 X_i '的值由如下规则确定:从 X_i 向前数,如果 点火成功事件和点火失败事件个数在 X_i ' = X_j 相同 时,则取 X_i ' = X_j ;如果不存在这样一个 X_j ,则取 X_u (第 i次点火失败),取 X_L (第i次点火成功)。该取点方法 需要 25~50个值以取得足够的数据量。

2.2.3 均匀取点法

均匀分割最小至最大点火激励值,每次点火事件独立,即下一次的点火激励值与前一次的点火事件无关,从最小激励取值至最大激励。

2.2.4 函数取点法

通过最大与最小激励拟定分布函数,根据3σ原则,该函数可以涵盖所有的激励值,取值的分布符合 该函数分布。

3 结果与分析

3.1 能量-点火概率曲线

对于射流火焰点火实验而言,选取文献[12]中 的能量一点火概率曲线,合理假设该曲线为真实点 火概率曲线。之后利用不同取点法,对概率曲线产 生二项分布随机数,代入最大似然函数,估算未知参 数,生成拟合曲线。通过均方差判定曲线的拟合 程度。

对于点火能量-点火概率曲线,其经验公式为[10]

$$P(x) = \frac{1}{1 + \exp(-\beta_0 - \beta_1 x)}$$
(3)

因而其最大似然函数为

$$L = \prod_{i=1}^{n} P(x_i)^{y_i} (1 - P(x_i))^{1 - y_i}$$
(4)

式中x_i,y_i分别为实验次数和点火是否成功,y_i=0,1。

假设的点火概率曲线见图1,对该曲线采用四种 取点方法进行拟合:(1)正态取点;(2)Bruceton取点; (3)Langlie取点;(4)均匀取点。取50个激励值点,每 种方法进行4组模拟以消除可能的随机误差,其拟合 的结果如图2所示。其中蓝色曲线为真实点火概率 曲线。



Fig. 1 True energy-ignition probability curve

从图 3 中可以直观看到: 拟合效果的优劣程度排序为均匀取点、Langlie 取点、Bruceton 取点、正态取点。均匀取点法的曲线拟合程度最高。

李孝天等^[13]的研究发现,当点火事件超过40次 之后,点火概率趋于稳定。通过计算最后五个点火 事件的点火概率,再与设定的点火概率进行均方差 计算,发现传统方法的均方差稳定于0.15以下,因而 将均方差0.15设定为最高阈值,均方差高于0.15的 方法将被视为无效。

图 3 中可以看出,采用均匀取点、Langlie 取点、 Bruceton 取点的结果均方差均低于 0.15,均匀取点法 均方差稳定于 0.02 以下,所以该方法与传统方法相 比具有更高的拟合程度。

正态分布取点法更加侧重于点火概率曲线斜率 突增的部分,由于其每次点火激励值的取值独立,所 以即使在点火概率曲线突变的区域有更多取值,但 其概率大都集中在0.5左右,所以该区域的点火事件 将会出现较大浮动,导致对于参数的估计不准确。

Bruceton和Langlie取点方法也是集中于中心浮动较大部位,但是这两种方法都是以前一次或者前几次的点火事件为依托,因而更加具有针对性。其在取值时可以对同一个点进行多次取值,从而确保了该方法比正态取点方法具有更好的拟合效果。但是,由于两种方法的取值不断浮动,点火概率曲线却并非线性增长或者线性减小的,即每降低或者增大一个单位的激励值,其点火概率的降低必然不是等比例减少或者增大,因而对于该点附近的概率估计存在一定的误差。

均匀取点法可以准确拟合出点火概率曲线主要



Fig. 2 Energy- ignition probability curve fitting with different experimental condition selection



Fig. 3 Standard deviation with experimental condition selection in energy- ignition probability curves

是由于其取点均匀,可以有效表达出某一点临近区 域的点火概率事件,例如在点火概率较低的能量值 出现了点火成功事件,有周围工况的点火事件平衡 其影响,从而趋于真实的点火概率。

为验证该模型的可靠性,使用文献[14]中所使 用的真实点火数据进行点火概率曲线拟合。文献中 进行了65次点火实验,将点火成功记为"1",点火失 败记为"0",图4中以浅蓝色原点表示。通过最大似 然估计拟合出真实点火概率曲线,并以蓝色标出。 对实验数据进行四种方式取点:(1)正态取点法;(2) Langlie取点法;(3)均匀取点法;(4)Bruceton取点法。 每种方法取点30次拟合曲线,所得曲线如图4 所示。



Fig. 4 Energy-ignition probability curve fitting using four experimental condition selections

由图 5 通过均方差判定曲线的拟合程度,发现均 方差由低至高分别为:均匀取点法、Langlie 取点法、 Bruceton 取点法和 Gauss 取点法,且均方差都低于 0.06,与结论一致。



3.2 轴向-点火概率曲线

图 6 的点火概率函数为对数正态函数^[1]。本文 的研究对象为射流火焰。Michael等^[15]利用大涡模拟 计算出喷口油雾场。由油雾场的分布可知,出口来 流速度过快,导致燃料难以充分蒸发、混合,SMD较 大,导致点火困难。同时,空间中可能出现极为不均 匀的油气比分布,从而导致点火概率较低。之后,气 流速度急剧降低,燃料与空气的混合也趋于均衡,燃料粒径减小,点火概率迅速提高。随着气流的径向流动,局部油气比不断减小,气流对于点火事件的影响也不断减小,因而点火概率以相较于前期较低的速率不断下降,导致点火概率降低。对于气态燃料, 文献[16]的研究也表明了类似结论。油雾场的轴向分布与喷口直径密切相关,因此取轴向长度z与喷口 直径d的比值为自变量。



Fig. 6 True axial displacement-ignition probability curve

Bruceton和Langlie取点方法都难以满足该点火概率曲线。因为它们存在一个共性的问题:这两种方法都难以应用到非单调函数上^[8]。对于点火概率曲线来说,非单调函数极值即为点火概率最大值。两种取点方法均难以取值到递减侧,因而不能做出准确估计。

所以采用以下三种取点方法以确定点火概率分 布:正态分布法、均匀取点法和对数正态分布法。对 数正态函数的两个未知参数为期望和方差。期望的 值为点火成功事件最密集区域,因而对该区域取更 多值有助于更好确定期望。进行函数拟合时也需要 保证取值涵盖大部分的实验点。每种取点方法各取 100个数据点,拟合曲线如图7所示。

从图 7(c)中可以看出,采用对数正态分布取点 法的拟合曲线更加贴近于实际点火概率曲线。其主 要原因为:在图 7(a)正态概率分布取点法忽视了对 数正态分布曲线的特点,即在极值的前半支曲线,曲 线斜率增长很快,因而过少的取点可能将会导致对 前半支曲线的估计值偏小。

虽然正态分布取点后半支的曲线拟合比较贴近,但是从图8可以看出该方法整体的均方差稳定于 0.1左右,所以该方法的置信区间略小于传统方法。

如图 7(b),均匀取点法虽然在很大程度上概括 了所有的点火事件,但是由于每个点火事件独立,并 且点火概率较大的起伏变化容易引起对点火事件的 偶然性估计,在某些取点附近不能很好平衡偶然性



Fig. 7 Axial displacement-ignition probability curve fitting with different experimental condition selections



Fig. 8 Standard deviation with experimental condition selections in axial displacement-ignition probability curve

的点火事件,从而导致在该点火概率曲线模型的拟 合中出现随机性的偏差。

对数正态分布取点充分考虑到该函数的特点, 在极值附近取更多的实验点,以最大可能估计正确 的期望,因而在取点时会更加贴近于点火概率曲线。 并且其均方差可以稳定于0.04以下。 径向-点火概率曲线^[17-18]在其数值模拟和实验中 都表现为较强的对称性,因而选取其中一支进行点 火概率曲线的模拟。以右半支曲线为例,其分布接 近于非标准正态分布,如图9所示。



Fig. 9 True radial displacement-ignition probability curve

将概率曲线的对称轴作为y轴,x轴为径向长度。 由于存在极值,采用的取点方法为正态分布取点法、 均匀取点法和综合法。

正态分布取点法和均匀取点法拟合的效果如图 10所示。图中蓝色曲线即为真实的点火概率曲线。 由图中可以看出:对于正态分布取点法,由于其取值 是将0作为期望,方差按照3σ原则覆盖取点区域,因 而对于点火概率曲线期望的估计更接近于原点。同 时由于该取值方法更加侧重曲线前半支,所以估计 出来的点火概率方差会偏小,即曲线会更加集中。 这将会导致对于整体概率曲线的概率值估计偏小。

对于采用均匀取点法取点的概率曲线则出现相



Fig. 10 Radial displacement-ignition probability curve fitting with different experimental condition selections

反的结果。最大似然法未知参数的估计是由已经发 生的点火事件估计参数。由于径向-点火概率曲线 只有非标准正态函数的部分曲线。因而在取值时会 出现以部分点火概率高的实验事件估计整体曲线的 情况。所以利用均匀取点法拟合出的点火概率曲线 将会比实际值偏高。

从图 11 中可以发现,采用正态分布取点法的均 方差整体与传统均方差阈值基本持平,而采用均匀 取点法所得结果的均方差虽稳定于 0.15 以下,但是 差异不大。所以有必要改变取点方法进一步降低均 方差,以更加准确拟合曲线。

结合这两种结果,采用了第三种取点模型,将 100个取点分割为两部分:50个均匀取点和50个正 态随机取点。拟合结果如图12所示。



Fig. 11 Standard deviation with experimental condition selections in radial displacement-ignition probability curve



Fig. 12 Radial displacement-ignition probability curve fitting with synthesis selection

从图 12 中可以看出,该方法可以有效平衡正态 取点和均匀取点两种方法对于方差估计值的偏差。 采用综合法,即是在均匀法取得整体的实验结果基 础上,侧重于前半段的取点,即在基本稳定方差之 后,通过前半段的集中取点,使得期望的取值也更加 准确。因此,整体而言,利用综合法,有效降低了拟 合曲线的均方差,拟合曲线较为接近真实点火概率 曲线。

3.4 模型验证

为进一步验证本文理论计算的结果,利用模型 燃烧室进行点火实验,实验系统示意如图13所示。



Fig. 13 Schematic diagram and imagine of experimental system

点火实验采用 80mm×80mm×150mm 的模型燃烧 室。图中燃烧室侧壁为石英玻璃,其中一面开孔 20mm装配点火器。实验使用钨针电极,放电方式为 尖尖放电。电源使用可调高压低功率直流电源 GLOW 28720,输出电压 0~20kV,输出功率最大10W。 电容容值为1μF。根据电容储能公式

$$W = \frac{1}{2}CU^2 \tag{5}$$

式中*C*为电容容值,*U*为电源电压。因此,本实验系统的点火器单次点火输出功率为0~200J。

对三种概率曲线拟合模型进行点火实验。能量-点火概率曲线采用均匀法选取实验工况,点火位置位于燃烧室中央回流区。轴向-点火概率曲线采 用对数正态分布法取点,径向-点火概率曲线采用综 合取点法。利用传统点火概率曲线实验方法取5~7 个实验点,每个实验工况进行40次点火实验以达到 数据收敛,计算点火概率之后拟合概率曲线。对放 电能量或者点火位置均匀取点,依次点火。点火成 功记为"1",点火失败记为"0",之后拟合概率曲线。 结果如图14所示。

在图 14(a)中,红色曲线为采用传统方法绘制的 点火概率曲线,蓝色曲线为采用均匀取点法绘制的 点火概率曲线。实验中,放电能量均匀取点 50次,曲 线之间均方差为0.022,验证了曲线拟合结果。图14 (b)为轴向-点火概率曲线。取点方法为在0~150mm 区间上,根据3σ原则,采用正态分布取点100次,绘 制的点火概率曲线之间的方差为0.015,与之前的实 验结论相符。图14(c)为径向-点火概率曲线,在0~ 20mm区间上采用综合法以100次取点设计实验工 况,拟合曲线均方差为0.05,略大于拟合曲线的估计 值,因此模型有待进一步优化。



Fig. 14 Comparison of fitted ignition probability curves in different curve models

4 结 论

通过本文研究,得到如下结论:

(1)能量-点火概率曲线、轴向-点火概率曲线、 径向-点火概率曲线利用不同的取点计算模型,都可 以有效减少实验次数,提高实验精度。其拟合曲线 均方差与传统方法相比有较大降低。

(2)在射流火焰点火实验中,对于能量-点火概 率模型,利用均匀取点法可以有效拟合真实曲线,其 标准差降至0.02左右;利用Langlie取点法可以用最 少的实验次数估计出处于置信区间内的点火概率曲线;对于轴向-点火概率模型,利用对数正态分布可以在有限实验次数内准确估计出点火概率曲线。对于径向-点火概率模型,利用正态取点和均匀取点的综合取点法可以结合两者的优势,最大限度拟合出点火概率曲线。

(3)对三种点火概率模型的取点方法进行了实 验验证,实验与拟合结果基本一致。其中,径向-点 火概率曲线均方差略大于仿真结果,下一步将会对 模型进一步优化。

致 谢:感谢青年项目基金资助。

参考文献:

- Birch A D, Brown D R, Dodson M G. Ignition Probabilities in Turbulent Mixing Flows [C]. Toronto: The 18th Symposium (International) on Combustion, 1981.
- [2] Huang Sheng-Fang, Song Hui-Min, Wu Yun. Experimental Investigation on Electrical Characteristics and Ignition Performance of Multichannel Plasma Igniter [J]. *Chinese Physics B*, 2018, 27(3): 331-338.
- [3] Song Fei-long, Jin Di, Jia Min, et al. Experimental Study of n-Decane Decomposition with Microsecond Pulsed Discharge Plasma [J]. Plasma Science and Technology, 2017, 19(12): 93-99.
- [4] 宋飞龙,金 迪,吴俊锋,等.大气压氩等离子体裂 解正癸烷实验研究[J].高电压技术,2019,(2):1-7.
- [5] Huang Sheng-fang, Wu Yun, Song Hui-min, et al. Experimental Investigation of Multichannel Plasma Igniter in a Supersonic Model Combustor[J]. Experimental Thermal and Fluid Science, 2018, 99: 315-323.
- [6] 严 楠,蔡瑞娇,田玉斌.计算机模拟升降法试验的研究[J].爆炸与冲击,1998,18(4):358-364.
- [7] Zhang Geng-xin, Brandon L Weeks. A Device for Testing Thermal Impact Sensitivity of High Explosives [J]. Propellants, Explosives, Pyrotechnics, 2010, 35 (5): 440-445.
- [8] Roland Wild, Elart von Collani. Modelling of Explosives

Sensitivity [J]. Economic Quality Control, 2002, 17 (1): 113-122.

- [9] 叶美凤,王雨时,闻 泉.引信解除保险距离兰利法 试验最小样本量[J]. 探测与控制学报,2012,34(3): 35-41.
- [10] Stéphane Bernard , Kazimierz Lebecki , Philippe Gillard , et al. Statistical Method for the Determination of the Ignition Energy of Dust Cloud-Experimental Validation[J]. Journal of Loss Prevention in the Process Industries, 2010, 23(3): 404-411.
- Bane S P M, Shepherd J E, Kwon E, et al. Statistical Analysis of Electrostatic Spark Ignition of Lean H₂/O₂/Ar Mixtures[J]. International Journal of Hydrogen Energy, 2011, 36(3): 2344-2350.
- [12] Moffett S P, Bhanderi S G, Shepherd J E, et al. Investigation of Statistical Nature of Spark Ignition [C]. Livermore: 2007 Fall Meeting of the Western States Section of the Combustion Institute, 2007.
- [13] 李孝天,郭晓阳,胡二江,等复杂条件下RP-3航空煤 油的点火特性研究[C].哈尔滨:中国工程热物理学会 燃烧学学术年会,2018.
- [14] Eckhoff R K, Olsen W, Ngo M. On the Minimum Ignition Energy (MIE) for Propane/Air[J]. Journal of Hazardous Materials, 2010, 175(1-3): 293-297.
- [15] Michael Philip Sitte, Epaminondas Mastorakos. Large Eddy Simulation of a Spray Jet Flame Using Doubly Conditional Moment Closure [J]. Combustion and Flame, 2019, 199: 309-323.
- [16] Zhang Huang-wei, Andrea Giusti, Epaminondas Mastorakos. LES/CMC Modelling of Ignition and Flame Propagation in a Non-Premixed Methane Jet [J]. Proceedings of the Combustion Institute, 2019, 37(2): 2125-2132.
- [17] Birch A D, Brown D R, Dodson M G, et al. The Turbulent Concentration Field of a Methane Jet[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1977, 88(3): 431-449.
- [18] Ahmed S F, Balachandran R, Mastorakos E. Measurements of Ignition Probability in Turbulent Non-Premixed Counterflow Flames [J]. Proceedings of the Combustion Institute, 2007, 31(1): 1507-1513.

(编辑:史亚红)