基于LMI极点配置的高空台飞行环境 模拟系统 PI 增益调度控制研究^{*}

朱美印^{1,2},王 曦^{1,2},张 松³,但志宏³,裴希同³,缪柯强^{1,2},姜 震^{1,2}

(1. 北京航空航天大学 能源与动力工程学院,北京 100191;
2. 先进航空发动机协同创新中心,北京 100191;
3. 中国航发四川燃气涡轮研究院 高空模拟技术重点实验室,四川 绵阳 621703)

摘 要: 针对高空台飞行环境模拟系统的温度和压力在整个工作包线内的鲁棒性能控制问题,提出 了一种基于LMI极点配置的PI增益调度控制设计方法。在考虑变比热容腔微分方程、管道热传导、调节 阀流量特性、液压伺服动态、传感器增益对飞行环境模拟系统造成的建模不确定性的基础上,建立了完 整、准确的飞行环境模拟系统非线性模型;对非线性模型进行了线性化,并根据线性模型推导了基于 LMI极点配置的PI控制器设计算法;在飞行环境模拟系统的工作包线内选取了36个稳态点设计了基于 LMI极点配置的PI增益调度控制器;设计了两种飞行环境模拟试验来验证设计的PI增益调度控制器的鲁 棒性能。仿真结果表明,飞行环境模拟系统温度的稳态误差和动态误差均小于0.1%,压力的稳态误差 小于0.5%,动态误差小于0.7%。

关键词:高空模拟试验台;飞行环境模拟系统;LMI;极点配置;PI增益调度控制 中图分类号:V217⁺.21 文献标识码:A 文章编号:1001-4055 (2019) 11-2587-11 DOI: 10.13675/j.enki. tjjs. 180695

PI Gain Scheduling Control for Flight Environment Simulation System of Altitude Ground Test Facilities Based on LMI Pole Assignment

ZHU Mei-yin^{1,2}, WANG Xi^{1,2}, ZHANG Song³, DAN Zhi-hong³, PEI Xi-tong³, MIAO Ke-qiang^{1,2}, JIANG Zhen^{1,2}

(1. School of Energy and Power Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;

2. Collaborative Innovation Center for Advanced Aero-Engine, Beijing 100191, China;

3. Science and Technology on Altitude Simulation Laboratory, AECC Sichuan Gas Turbine Establishment, Mianyang 621703, China)

Abstract: Aiming at the problem of robust servo performance of temperature and pressure of Flight Environment Simulation System (FESS) of Altitude ground test facilities (AGTF) over the whole operational envelope, a PI gain scheduling control design method based on Linear Matrix Inequality (LMI) pole assignment is proposed. On the basis of considering the FESS modeling uncertainties caused by variable specific heat pipe volume differential equation, pipe heat conduction, control valve flow characteristics, hydraulic servo system dynamics and sensor gain, a complete and accurate nonlinear model of FESS was establised. Then, the nonlinear model is lin-

^{*} 收稿日期: 2018-11-05; 修订日期: 2018-12-15。

通讯作者:朱美印,博士生,研究领域为航空发动机控制、高空台数字仿真平台研究以及鲁棒控制等。E-mail: mecalzmy@163.com

引用格式:朱美印,王 曦,张 松,等.基于LMI极点配置的高空台飞行环境模拟系统PI增益调度控制研究[J].推进技术,2019,40(11):2587-2597. (ZHU Mei-yin, WANG Xi, ZHANG Song, et al. PI Gain Scheduling Control for Flight Environment Simulation System of Altitude Ground Test Facilities Based on LMI Pole Assignment[J]. Journal of Propulsion Technology, 2019, 40(11):2587-2597.)

earized around an equilibrium point and the LMI pole assignment PI gain scheduling control design method is deduced based on the linear system. Furthermore, 36 steady state points were chosen over the whole working range of FESS to design the LMI pole assignment PI gain schedule controller. Finally, two types of flight environment simulate tests are devised to verify the robust servo performance of the designed PI gain schedule controller. The simulation results show, for temperature control, the steady–state and transient errors are both less than 0.1%, for pressure control, the steady–state error is less than 0.5% and transient error is less than 0.7%.

Key words: Altitude ground test facilities; Flight environment simulation system; Linear matrix inequality; Pole assignment; PI gain scheduling

1 引 言

世界各国对于超声速以及高超声速飞行器的需 求,驱动着高性能燃气涡轮发动机尤其是作为未来 高超声飞行器动力装置最具发展潜力的涡轮基组合 循环(TBCC, Turbine Based Combine Cycle)发动机的 发展,同时也不断地拓宽了飞行器的飞行包线^[1-2]。 而高空模拟试车台(简称高空台)作为燃气涡轮发动 机、TBCC发动机设计、定型、改进改型、技术攻关、故 障再现与排除的试验设备,对它们的研制和发展起 着至关重要的作用^[3-8]。这也意味着未来高空台必须 具备在更宽更广的工作包线内进行飞行环境模拟试 验的能力,而飞行环境模拟系统(以下简称 FESS)作 为高空台实现发动机进气条件(进气总温和总压)模 拟的系统,其控制系统对温度和压力的控制能力将 直接决定了高空台的飞行环境模拟试验的能力。因 此,开展FESS的温度和压力在整个工作包线内的鲁 棒控制性能研究具有重要意义。

当前,世界上拥有先进高空台的国家只有美国、 德国、俄罗斯、加拿大和中国等[1-6]。其中,最先进、最 完整的高空模拟试验基地当属美国的阿诺德工程发 展中心(AEDC, Arnold Engineering Development Complex),其中典型的试车台包括由J1,J2,C1,C2四个高 空舱组成的航空推进系统高空台(ASTF, Aeropropulsion System Test Facility)、被列为"国家高超声速核心 试验台"的自由射流式高空台 APTU (Aerodynamic Propulsion Test Unit)等^[9-13]。2002年, AEDC在试车 操作现代化和一体化项目(TOMIP, Test Operations Modernization and Improvement Program)中对 J-2高空 台进行了升级改造,在其FESS中增加了一路新的掺 混气流提升了高空台控制系统对飞行环境的模拟能 力^[13]。德国斯图加特大学的 Sabine 和 Sebastian 在他 们的博士论文中详细介绍了斯图加特大学高空台的 建模过程,Sabine针对供气系统中压气机的防喘振问 题开展了深入的研究,Sebastian针对高空台设定值跟 踪性能进行了深入的研究,提升了斯图加特高空台 控制系统的环境模拟能力^[14-15]。加拿大的 Borairi等 建立了渥太华高空台的数学模型,并基于模型进行 了 FESS 温度和压力的 PID 双回路解耦控制研究,但 是其管道容腔模型是在定比热条件下推导出的^[16], 而本文建模采用的容腔模型是变比热的条件下推 导的^[2]。

线性矩阵不等式(Linear matrix inequality, LMI) 动态系统分析方法最早是由 Lyapunov 提出的,目前 被广泛应用于系统与控制领域中解决系统的稳定性 问题、最优控制器问题以及极点配置问题^[17]。增益 调度控制(Gain-scheduling)最早是由 Shamma 其博士 论文以及后续论文研究工作中建立起来的,目前已 成为工程应用中最常用的控制器设计方法之一,其 基本原理是通过运用一些成熟的线性化方法,将非 线性系统在多个稳态工作点进行线性化,并且分别 设计控制器,然后基于调度参数对局部控制器进行 插值得到全局的增益调度控制器^[18]。目前,增益调 度控制被广泛应用于民用飞机^[19]、导弹^[20]、燃气轮 机^[21]、战斗机^[22]、汽车^[23]等领域,但目前尚未在高空 台控制系统中应用。

因此,考虑到增益调度技术在处理大工作包线 控制问题的优势和PI控制器的工程实用性^[24],同时 结合LMI极点配置在求解多变量PI控制器的优势, 本文提出了一种基于LMI极点配置的PI增益调度控 制器设计方法来解决FESS在整个工作包线内的鲁棒 性能问题,运用变比热的容腔微分方程和离散的热 传导建模方法,并结合调节阀流量特性模型、液压伺 服系统模型以及传感器模型建立了FESS的非线性模 型;对非线性模型进行线性化获得增广的线性模型, 并根据增广线性模型推导了基于LMI极点配置的PI 控制器设计方法;在FESS的工作包线内选取了36个 稳态点设计了基于LMI极点配置的PI增益调度控制 器;假定了两种类型的飞行环境模拟试验对设计的 PI增益调度控制器在整个工作包线内的鲁棒性能进 第40卷 第11期

行了仿真验证。

2 高空台飞行环境模拟系统建模

2.1 飞行环境模拟系统的温度、压力微分方程

高空台飞行环境模拟系统的等效结构简图如图 1所示,由图可知,该系统具有两路进气和一路排气, 其中第1路和第2路进气分别为高温和低温气流,它 们的气体质量流量分别通过1号和2号调节阀进行 控制,排气通过相应的装置与试验发动机相连,为试 验发动机提供期望的进气条件。飞行环境模拟系统 主要是通过协同控制高低温两路进气调节阀以调整 高低温气流的掺混比例以及与出口气体质量流量的 匹配关系来实现对试验发动机进口条件(进气总温 和总压)的模拟。图1中的T,p,m,C分别表示气体的 温度、压力、质量流量、平均气流速度,0表示 FESS 与 外界之间通过壁面传递的热量,V表示FESS的容积。 本文采用容腔模型来描述 FESS 内气体的物理变化过 程,并假定 FESS 内气流的速度变化缓慢, FESS 排气 的状态与FESS内气体的状态一致。文献[2]中已给 出了关于 FESS 的温度和压力微分方程的详细推导过 程,引用文献中的结果可得

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = \frac{RT}{pV(C_p - R)} \left[(RT - h)(\dot{m}_{in1} + \dot{m}_{in2} - \dot{m}_{out}) + \left(h_{in1} + \frac{C_{in1}^2}{2}\right) \dot{m}_{in1} + \left(h_{in2} + \frac{C_{in2}^2}{2}\right) \dot{m}_{in2} - (1) \\ \left(h + \frac{C_{out}^2}{2}\right) \dot{m}_{out} + \dot{Q} \right] \\
\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = \frac{R}{V(C_p - R)} \left[(C_p T - h)(\dot{m}_{in1} + \dot{m}_{in2} - \dot{m}_{out}) + \left(h_{in1} + \frac{C_{in1}^2}{2}\right) \dot{m}_{in1} + \left(h_{in2} + \frac{C_{in2}^2}{2}\right) \dot{m}_{in2} - (2) \\ \left(h + \frac{C_{out}^2}{2}\right) \dot{m}_{out} + \dot{Q} \right]$$

式中 C_p 为FESS内气体的定压比热容,h为FESS内气体的定压比热容,h为FESS内气体的焓值, h_{in1} 为FESS高温路气体的焓值, h_{in2} 为FESS低温路气体的焓值,R为气体常数, \dot{Q} 为单位时间内FESS与外界交换的热量。

2.2 飞行环境模拟系统传热建模

对于飞行环境模拟系统中的传热过程,考虑到 飞行环境模拟系统内气流温度比较均匀且整体上是 环管结构同时外壁包裹着隔热层,因此可以将其传 热过程等效为带有绝热边界条件的长圆管中的传热



Fig. 1 Simplified structure diagram of FESS

过程,并用离散的方法进行建模。

考虑一根长为L,厚度为D,内径为 r_0 ,热传导系 数为k的圆管,圆管内气流温度一致,且圆管中的热 传导方向沿径向。以垂直于圆管中线的截面与圆管 中心线的交点为原点沿圆管径向建立横坐标,以时 间轴为纵坐标如图2所示^[2,25]。用0,1,2,…,j-1,j,j+ 1,…,N-1,N这N+1个节点将圆管沿径向划分为N个 同心薄壁圆管,且相邻节点的间隔为 Δr =D/N,用0,1, 2,3,4…,i,i+1,…,M这M+1个时间节点将时间t划 分为M个时间间隔,且每个时间间隔为 Δr =t/M。文 献[2]中已给出了圆管传热的推导过程,引用文献中 的结果可得

$$T_{0}^{i+1} = T_{0}^{i} + \left(\frac{r_{0}h_{t}\left(T_{g}^{i} - T_{0}^{i}\right)}{k} + \frac{T_{1}^{i} - T_{0}^{i}}{\ln\left(r_{1}/r_{0}\right)}\right)\frac{2\alpha\Delta t}{r_{0}\Delta r}$$

$$T_{j}^{i+1} = T_{j}^{i} + \left(\frac{T_{j-1}^{i} - T_{j}^{i}}{\ln\left(r_{j}/r_{j-1}\right)} + \frac{T_{j+1}^{i} - T_{j}^{i}}{\ln\left(r_{j+1}/r_{j}\right)}\right)\frac{\alpha\Delta t}{r_{j}\Delta r}, \quad (3)$$

$$j = 1, 2, \cdots, N - 1$$

$$T_{N}^{i+1} = T_{N}^{i} + \frac{T_{N-1}^{i} - T_{N}^{i}}{\ln\left(r_{N}/r_{N-1}\right)}\frac{2\alpha\Delta t}{r_{N}\Delta r}$$

式中 T_i 和 T_i^{i+1} 分别为节点j对应的薄壁圆管在 $t=i\Delta t$ 和 $t=(i+1)\Delta t$ 时刻的温度, r_j 为节点j处的半径,j=0, 1,…N, T_s^i 表示圆管内气流在 $t=i\Delta t$ 时刻的温度, h_i 为 热对流系数, $\alpha=k/(\rho C_i)$ 为薄壁圆管的热扩散系数, ρ 为圆管的密度, C_i 为圆管的比热容。

因此,飞行环境模拟系统与外界之间的传热 率为

$$\dot{Q} = 2\pi r_0 L h_f \left(T - T_0^i \right) \tag{4}$$

2.3 调节阀执行机构建模

飞行环境模拟系统中的两个调节阀均为轮盘式 特种流量调节阀,其总体结构简图如图3所示,该阀 直径达2m,整体上分为前壳体、中壳体、后壳体三个 部分,其流量调节主要通过二、四、八级阀瓣盘和无 级盘完成,它们都是通过高精度的液压伺服位置控 制系统来驱动。因此,调节阀的执行机构建模由两部分构成:液压伺服位置控制系统和轮盘式特种流 量调节阀流量模型^[3-4]。



Fig. 2 Nodal points for heat transfer in long tube^[2]



Fig. 3 Structure diagram of disc type special control valve^[26]

2.3.1 液压伺服位置控制系统

液压伺服位置控制系统的闭环传递函数框图如 图 4 所示,图中 X_{set}表示液压缸活塞位移控制指令,K_m 表示由位移信号到模拟电流信号的增益,其值为 90.91;e为偏差信号;液压伺服系统采用的比例控制 器增益 k_p为5;q表示电液伺服阀流量;G₁表示电液伺 服阀的电信号到电液伺服阀流量的传递函数,G₂表示 电液伺服阀流量到液压缸活塞位移的传递函数。



Fig. 4 Closed-loop transfer function block diagram of servo system

因此,根据图4的框图可得,由控制指令输出到 液压缸活塞位移的传递函数为

$$G_{a} = \frac{G_{1}G_{2}k_{P}K_{m}}{1 + G_{1}G_{2}k_{P}K_{m}}$$
(5)

式中

$$G_{1} = \frac{K_{q}}{\frac{s^{2}}{\omega_{sv}^{2}} + \frac{2\xi_{sv}}{\omega_{sv}}s + 1}, G_{2} = \frac{1}{s}\frac{1}{A_{c}}$$

式中 K_q 表示流量增益,该参数在不同工作状态 下是变化的,选取油路压力为5MPa,特种阀的阀前压 力为120kPa,阀后压力为96kPa,液压缸处于中间位 置时的增益为标称值,其值为2.2×10⁻⁵; w_{sv} 表示电液伺 服阀的固有频率为80Hz, ξ_{sv} 表示电液伺服阀的阻尼 比为0.640617; A_s 表示液压缸截面积,为62.64cm²。

考虑到液压伺服位置控制系统的控制参数是经 过优化设计的,其闭环伺服响应性能好,在进行飞行 环境模拟系统外环控制设计时,可将液压伺服控制 系统的闭环传递函数等效为一个一阶惯性环节如下

$$G_{a} = \frac{K_{a}}{T_{a}s + 1} \tag{6}$$

式中K_a为等效增益,T_a为等效时间常数。

2.3.2 调节阀流量模型

轮盘式特种阀的流量计算式为[3-5]

$$\dot{m} = \varphi m A \sqrt{2\rho p_1} \tag{7}$$

式中*m*表示流过调节阀的空气质量流量,*m*表示 调节阀流通面积与管道截面积之比,*A*表示管道的截 面积,*p*表示空气的密度,*p*₁表示调节阀阀前的压力,*q* 表示流量系数,它是面积比*m*和压比*P*,的函数

$$\varphi = f(m, P_r), P_r = \frac{p_2}{p_1}$$
 (8)

式中 p_2 表示调节阀阀后气体的压力, φ ,m和 P_r 的关系如表1所示。

Table 1 Relationship table of flow coefficients φ , *m* and $P_r^{[3-4]}$

$P_{\rm r}$	m = 0.0	m = 0.1	m=0.2	<i>m</i> =0.3	m = 0.4	m=0.5
0.00	0.4027	0.4063	0.4099	0.4176	0.4260	0.4391
0.10	0.4008	0.4041	0.4073	0.4143	0.4237	0.4364
0.20	0.3965	0.4000	0.4034	0.4104	0.4206	0.4332
:	:	:	:	:	:	:
0.90	0.1845	0.1883	0.1921	0.1957	0.2037	0.2126
1.00	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000

显然,轮盘式特种阀的流量模型是非线性的,但 在任一稳态点,从液压缸位移到特种阀流量的传递 函数是确定的增益,将其定义为

$$K_{\rm v} = \frac{\partial \dot{m}}{\partial X} \tag{9}$$

因此,FESS的调节阀执行机构的传递函数为

$$G_{\text{act}} = \begin{bmatrix} \frac{K_{a1}K_{v1}}{T_{a1}s+1} & 0\\ 0 & \frac{K_{a2}K_{v2}}{T_{a2}s+1} \end{bmatrix}$$
(10)

2.4 传感器增益

FESS系统中使用的压力传感器测量范围为0~600kPa,实际中,压力传感器测量的压力信号首先转换为电流信号,然后再将电流信号转换为0~3.2×10⁴的数字信号作为控制器的输入^[24],定义压力信号到数字信号的增益为*K*_{ap},所以有

$$K_{\rm pD} = \frac{3.2 \times 10^4}{600} \tag{11}$$

FESS系统中使用的温度传感器测量范围为0~473.15K,实际中,温度传感器测量的压力信号首先转换为电流信号,然后再将电流信号转换为0~3.2×10⁴的数字信号作为控制器的输入,定义温度信号到数字信号的增益为*K*_{rp},所以有

$$K_{\rm TD} = \frac{3.2 \times 10^4}{473.15} \tag{12}$$

实际中,控制器的输出为0~3.2×10⁴的数字信号, 经过 D/A 转换为0~20mA 的模拟电流信号作为液压 伺服系统的指令信号,而指令信号对应液压缸 0~ 0.22m 的位移信号^[24],因此定义控制器输出数字信号 到液压缸位移信号的增益为*K*_{px},所以有

$$K_{\rm DX} = \frac{0.22}{3.2 \times 10^4} \tag{13}$$

2.5 飞行环境模拟系统温度、压力微分方程线性化

运用小偏差原理在平衡点对 FESS 的温度、压力 微分方程式(1)、式(2)进行线性化^[7-8],可得

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{T} \\ \Delta \dot{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{T}}{\partial T} & \frac{\partial \dot{T}}{\partial p} \\ \frac{\partial \dot{p}}{\partial T} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial p} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta T \\ \Delta p \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{T}}{\partial \dot{m}_{in1}} & \frac{\partial \dot{T}}{\partial \dot{m}_{in2}} \\ \frac{\partial \dot{p}}{\partial \dot{m}_{in1}} & \frac{\partial \dot{T}}{\partial \dot{m}_{in2}} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta \dot{m}_{in1} \\ \Delta \dot{m}_{in2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{T}}{\partial \dot{m}_{in2}} & \frac{\partial \dot{T}}{\partial \dot{m}_{in2}} \\ \frac{\partial \dot{p}}{\partial \dot{m}_{out}} & \frac{\partial \dot{T}}{\partial T_{in1}} & \frac{\partial \dot{T}}{\partial T_{in2}} & \frac{\partial \dot{T}}{\partial p_{in1}} & \frac{\partial \dot{T}}{\partial p_{in2}} \\ \frac{\partial \dot{p}}{\partial \dot{m}_{out}} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial T_{in1}} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial T_{in2}} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial p_{in1}} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial p_{in2}} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta \dot{m}_{out} \\ \Delta T_{in1} \\ \Delta T_{in2} \\ \Delta p_{in1} \\ \Delta p_{in2} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \Delta T \\ \Delta p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Delta T \\ \Delta p \end{bmatrix}$$

$$(14)$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{T}}{\partial T} & \frac{\partial \dot{T}}{\partial p} \\ \frac{\partial \dot{p}}{\partial T} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial p} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{T}}{\partial \dot{m}_{in1}} & \frac{\partial \dot{T}}{\partial \dot{m}_{in2}} \\ \frac{\partial \dot{p}}{\partial \dot{m}_{in1}} & \frac{\partial \dot{T}}{\partial \dot{m}_{in2}} \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$E = \begin{bmatrix} \frac{\partial \dot{T}}{\partial \dot{m}_{out}} & \frac{\partial \dot{T}}{\partial T_{in1}} & \frac{\partial \dot{T}}{\partial T_{in2}} & \frac{\partial \dot{T}}{\partial p_{in1}} & \frac{\partial \dot{T}}{\partial p_{in2}} \\ \frac{\partial \dot{p}}{\partial \dot{m}_{out}} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial T_{in1}} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial T_{in2}} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial p_{in1}} & \frac{\partial \dot{p}}{\partial p_{in2}} \end{bmatrix}$$
$$\Delta x = \begin{bmatrix} \Delta T \\ \Delta p \end{bmatrix}, \Delta u = \begin{bmatrix} \Delta \dot{m}_{in1} \\ \Delta \dot{m}_{in2} \end{bmatrix}, \Delta d = \begin{bmatrix} \Delta \dot{m}_{out} \\ \Delta T_{in1} \\ \Delta T_{in2} \\ \Delta p_{in1} \end{bmatrix}$$

$$\Delta \dot{x} = A \Delta x + B \Delta u + E \Delta d$$

$$\Delta y = C \Delta x$$
(15)

式中y为FESS的输出, $y=[T p]^{T}$ 。

2.6 线性模型的增广

为了确保设计出的控制器满足后续工程应用, 需要将执行机构和传感器增益增广到线性模型(15) 中进行控制器设计。根据 FESS 的调节阀执行机构的 传递函数(10)和数模转换增益(13)可得控制器输出 数字信号到调节阀流量的传递函数为

$$\Delta \boldsymbol{u} = \begin{bmatrix} \frac{K_{a1}K_{V1}K_{DX}}{T_{a1}s+1} & 0\\ 0 & \frac{K_{a2}K_{V2}K_{DX}}{T_{a2}s+1} \end{bmatrix} \times \Delta \boldsymbol{v} \quad (16)$$

对上式进行拉氏变换,可得

$$\Delta \dot{u} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_{a1}} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_{a2}} \end{bmatrix} \times \Delta u + \begin{bmatrix} \frac{K_{a1}K_{V1}K_{DX}}{T_{a1}} & 0 \\ 0 & \frac{K_{a2}K_{V2}K_{DX}}{T_{a2}} \end{bmatrix} \times \Delta v$$

$$\Leftrightarrow$$

$$M = \begin{bmatrix} -\frac{1}{T_{a1}} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{T_{a2}} \end{bmatrix}, N = \begin{bmatrix} \frac{K_{a1}K_{V1}K_{DX}}{T_{a1}} & 0 \\ 0 & \frac{K_{a2}K_{V2}K_{DX}}{T_{a2}} \end{bmatrix}$$

再结合 FESS 的温度、压力传感器增益,可得 FESS 的增广线性模型为

ş

$$\mathbf{A}, \mathbf{H}$$

$$\delta \mathbf{\bar{x}} = \begin{bmatrix} \delta \mathbf{x} \\ \delta \mathbf{u} \end{bmatrix}, \mathbf{\bar{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{0}_{2 \times 2} & \mathbf{M} \end{bmatrix}, \mathbf{\bar{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2 \times 2} \\ \mathbf{N} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{\bar{C}} = \begin{bmatrix} K_{\text{TD}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & K_{\text{pD}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \mathbf{\bar{E}} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{0}_{2 \times 5} \end{bmatrix}$$

3 基于LMI极点配置的PI增益调度控制

针对式(18)的FESS增广线性模型,考虑其闭环 负反馈的PI控制律,使得闭环系统内稳定。

$$\Delta \boldsymbol{v} = K_{\rm P} \Delta \boldsymbol{y} + K_{\rm I} \Delta \boldsymbol{y} \mathrm{d} \boldsymbol{\tau} \tag{19}$$

设闭环系统的状态变量为 $z=[z_1, z_2]^T, z_1=\Delta \bar{x},$ $z_2 = \int_0^t \Delta y \mathrm{d}\tau, \mathrm{M}$

 $I_2 \rfloor^{2}$

同时有

$$\Delta \dot{z} = A_e \Delta z + B_e \Delta v + \bar{E} \Delta d$$

$$\Delta h = C_e \Delta z$$
(21)

其中

$$\boldsymbol{A}_{e} = \begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{A}} & \boldsymbol{0}_{4\times 2} \\ \bar{\boldsymbol{C}} & \boldsymbol{0}_{2\times 2} \end{bmatrix}, \boldsymbol{B}_{e} = \begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{B}} \\ \boldsymbol{0}_{2\times 2} \end{bmatrix}, \boldsymbol{C}_{e} = \begin{bmatrix} \bar{\boldsymbol{C}} & \boldsymbol{0}_{2\times 2} \\ \boldsymbol{0}_{2\times 4} & \boldsymbol{I}_{2} \end{bmatrix}$$

考虑式(21)的闭环负反馈的静态输出控制律

 $\Delta \boldsymbol{v} = \boldsymbol{K}_{c} \delta \boldsymbol{h} = K_{c} \boldsymbol{C}_{c} \Delta \boldsymbol{z}$ (22)

式中K。为静态输出反馈增益矩阵。

比较式(20)和式(22),可得

$$\boldsymbol{K}_{e} = \begin{bmatrix} K_{1} & K_{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{P} & K_{I} \end{bmatrix}$$
(23)

定理1:被控对象(21)和静态输出反馈控制律 (22)组成的闭环系统稳定,且闭环极点落在以(-c,0) 为圆心(c>0),r为半径的圆域内的充分必要条件为

$$\exists P > 0 \text{ and } Y = K_{e}C_{e}P$$

s.t.
$$\begin{bmatrix} -(A_{e}P + PA_{e}^{T} + 2\alpha P) - B_{e}Y - Y^{T}B_{e}^{T} & A_{e}P + B_{e}Y \\ PA_{e}^{T} + Y^{T}B_{e}^{T} & \beta^{-1}P \end{bmatrix} > 0$$

(24)

式中, $\beta=1/c>0, 0 < r < c, \alpha=0.5(1/\beta-\beta r^2)>0_{\circ}$

证明:如果式(24)成立,由Schur补引理可得^[26] $(\mathbf{A}_{+} + \mathbf{B}_{+}\mathbf{K}_{+}\mathbf{C}_{+})\mathbf{P}(\mathbf{\beta}^{-1}\mathbf{P})^{-1}\mathbf{P}(\mathbf{A}_{+} + \mathbf{B}_{+}\mathbf{K}_{+}\mathbf{C}_{+})^{\mathrm{T}} +$

$$P(A_{e} + B_{e}K_{e}C_{e} + \alpha I)^{T} + (25)$$

$$(A_{e} + B_{e}K_{e}C_{e} + \alpha I) P < 0$$

$$(A_{e} + B_{e}K_{e}C_{e} + \alpha I) P < 0$$

设 $\boldsymbol{\xi}$ 表示 $(A_e + B_e K_e C_e)$,特征值 λ 的特征问量,则

$$(\boldsymbol{A}_{e} + \boldsymbol{B}_{e}\boldsymbol{K}_{e}\boldsymbol{C}_{e})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\xi} = \lambda\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\xi}^{*}(\boldsymbol{A}_{e} + \boldsymbol{B}_{e}\boldsymbol{K}_{e}\boldsymbol{C}_{e}) = \boldsymbol{\xi}^{*}\lambda^{*}$$

$$(\beta\lambda^*\lambda + \lambda + \lambda^* + 2\alpha)\xi^*P\xi < 0$$

将 $\lambda^* \lambda = \operatorname{Re}^2 [\lambda] + \operatorname{Im}^2 [\lambda], \lambda + \lambda^* = 2\operatorname{Re} [\lambda]$ 代人上式,

可得

$$\beta \left(\operatorname{Re}^{2}[\lambda] + \operatorname{Im}^{2}[\lambda] \right) + 2\operatorname{Re}[\lambda] + 2\alpha < 0$$

由 $\beta=1/c$, $\alpha=0.5(1/\beta-\beta r^2)$, 将其代人上式, 推导 可得

$$\left(\operatorname{Re}\left[\lambda\right] + c\right)^{2} + \operatorname{Im}^{2}\left[\lambda\right] < r^{2}$$

因此,通过求解式(24)的LMI矩阵不等式,可得 被控系统(21)的静态输出反馈控制律为

$$\boldsymbol{K}_{\mathrm{e}} = \boldsymbol{Y} (\boldsymbol{C}_{\mathrm{e}} \boldsymbol{P})^{-1}$$

以文献[1]中的FESS为例,其飞行环境模拟的工 作包线如图5所示[1,27]。



为了确保设计出的 PI 增益调度控制器在 FESS 整个飞行环境模拟的工作包线内均具有良好的控制 性能,同时保证控制器的计算量不至于太大,在FESS 的工作包线内选取了36个稳态工作点(如图5所 示),并在对应的稳态工作点下根据上述推导的LMI 极点配置方法设计出最优的PI控制器。选取飞行环 境模拟的飞行高度和马赫数为调度参数向量 $\theta(t)$ = 「H Ma][™],因此基于LMI极点配置的PI增益调度控制 器可以描述为

$$K_{\mathrm{P}}(\boldsymbol{\theta}(t)) = \sum_{i=1}^{36} \gamma_{i}(t) K_{\mathrm{P}}^{i}, K_{\mathrm{I}}(\boldsymbol{\theta}(t)) = \sum_{i=1}^{36} \gamma_{i}(t) K_{\mathrm{I}}^{i} \quad (26)$$
$$\overrightarrow{\mathbb{R}} + \boldsymbol{\theta}(t) = \sum_{i=1}^{36} \gamma_{i}(t) \theta_{i}, \gamma_{i}(t) \ge 0, \sum_{i=1}^{36} \gamma_{i}(t) = 1, \boldsymbol{\theta}_{i} \not$$

第i个稳态工作点对应的调度参数向量, $\gamma(t)$ 为调度 参数向量 $\theta(t)$ 相对于 θ 的权重值, K_{i} , K_{i} 为第i个稳态 工作点处设计出的最优 PI 控制器参数。限于篇幅, 这里只给出部分稳态工作点下的 FESS 增广线性模型 (18)和基于LMI矩阵不等式(24)设计出的控制器参

数如下

稳态工作点1(H=0,Ma=0) 5.1261×10^{-6} 0.2694 -0.34480.04011 0 0 0 0 0 01979 0 $\begin{array}{cccc} -121.2596 & 1.8025 \times 10^{-3} & 260.1473 \\ 0 & 0 & -1.5873 \end{array}$ 179.5306 $\overline{A}_{1} =$ $, \bar{B}_{1} =$ 0.01979 0 -1.5873 0 0.02352 (27) $\boldsymbol{K}_{\mathrm{P}}^{\mathrm{I}} = \begin{bmatrix} 107.9850 & -7.77667 \\ -134.6602 & 15.1489 \end{bmatrix}, \boldsymbol{K}_{\mathrm{I}}^{\mathrm{I}} = \begin{bmatrix} 198.0082 & 1.1169 \\ -246.7031 & 2.6488 \end{bmatrix}$ 稳态工作点 16(H=10km, Ma=1.5) -0.5869 2.5769×10^{-5} 0.3824 0.1134 $\bar{A}_{16} =$ 0.01888 0 0 -1.5873 0.02196 (28) $\boldsymbol{K}_{\mathrm{P}}^{16} = \begin{bmatrix} 114.2541 & -12.3227 \\ -137.5373 & 22.9190 \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{K}_{\mathrm{P}}^{16} = \begin{bmatrix} 234.9394 & 1.1050 \\ -282.2208 & 3.5126 \end{bmatrix}$ 稳态工作点 36(H=25km, Ma=2.5) -0.7952 1.4573 × 10⁻⁴ 1.6039 -0.2378 $\begin{bmatrix} -68.7427 & 1.2598 \times 10^{-2} & 418.3122 & 259.1023 \\ 0 & 0 & -1.5873 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1.5873 \end{bmatrix}, \bar{B}_{36} = \begin{bmatrix} 0 \\ 8.441 \times 10^{-3} \\ 0 \end{bmatrix}$ $\bar{A}_{36} =$ 0 0.01042 $\bar{C}_{36} = \begin{bmatrix} 67.6318 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.05333 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \bar{E}_{36} = \begin{bmatrix} -1.3637 & 0.6593 & 0.1264 & -7.3082 \times 10^{-6} & -2.1424 \times 10^{-87} \\ -397.5449 & 56.9989 & 10.9293 & -6.3178 \times 10^{-4} & -1.8520 \times 10^{-5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ (29) $\boldsymbol{K}_{\mathrm{P}}^{^{36}} = \begin{bmatrix} 29.6741 & 5.4526 \\ -40.4855 & 13.7205 \end{bmatrix}, \boldsymbol{K}_{\mathrm{I}}^{^{36}} = \begin{bmatrix} 67.8760 & 4.0852 \\ -91.9866 & 5.0759 \end{bmatrix}$

4 仿真验证

为了验证本文提出的基于LMI极点配置的PI增益调度控制设计方法的有效性,采用MATLAB的SIMULINK仿真平台构建高空台飞行环境模拟系统的数字仿真平台进行仿真验证,并在FESS的工作包线内假定两种类型发动机飞行环境模拟试验(如图5所示)来验证设计的基于LMI极点配置的PI增益调度控制器在FESS整个工作包线内的鲁棒性能,仿真结果表明,设计的控制器在整个FESS工作包线内均具有良好的控制性能。

4.1 飞行环境模拟试验1

假定在一次飞行环境模拟试验中试验发动机的 进气条件经历了由稳态点1→稳态点2→稳态点3→ 稳态点10→稳态点16→稳态点23→稳态点30→稳 态点36的过程,其飞行高度和飞行马赫数的设定条 件如图6所示。图6中,随着飞行高度和马赫数的变 化,发动机的进气条件(进气总温和总压)也在不断 的变化,这意味着FESS的温度和压力也跟踪进气总 温和总压的变化,以实现发动机飞行环境的模拟。 试验过程中FESS的高低温路的进气温度如图7(a)所 示,试验过程中FESS的高低温两路进气压力一致如 图7(b)所示。 在数字 FESS 数字仿真平台中进行仿真,获得 FESS 对发动机进口温度的模拟结果如图 8 所示,图 中,红色点划线表示发动机真实环境中按设定飞行 条件飞行时的进气总温,蓝色虚线表示 FESS 模拟的 发动机进气总温。由图 8 可知,FESS 的温度在整个 仿真试验过程中均能跟踪发动机进气总温的变化, 从图中局部放大图可知,稳态误差和动态误差均不 大于 0.1%,这表明设计的基于 LMI 极点配置的 PI 增 益调度控制器对发动机进气总温模拟具有良好的鲁 棒性能。



Fig. 6 Test condition of flight environment simulate test one



Fig. 7 Inlet conditions of two inlets of FESS in test one

FESS 对发动机进口压力的模拟结果如图 9 所示,图中红色点划线表示发动机真实环境中按设定 飞行条件飞行时的进气总压,蓝色虚线表示 FESS 模 拟的发动机进气总压。由图9可知,FESS的压力也 能跟踪发动机进气总压的变化,从图中局部放大图 可知,进气总压的稳态误差小于0.05%,动态误差小 于0.2%,这表明设计的基于LMI极点配置的PI增益 调度控制器对发动机进气总压模拟同样具有良好的 鲁棒性能。



Fig. 8 Simulation result of inlet temperature of test engine in test one



Fig. 9 Simulation result of inlet pressure of test engine in test one

在仿真试验过程中,FESS高低温两路的进气质 量流量和试验发动机的进气质量流量变化如图 10所 示,图中,蓝线表示高温路的质量流量,绿线表示低 温路的质量流量,红线表示由 FESS进入发动机的质 量流量。由图 10可知,在整个仿真试验过程中,FESS 高低温两路的进气质量流量总是随着发动机进气质 量流量的变化而变化,以确保 FESS 对发动机进气条 件的模拟。

FESS高低温两路控制阀的阀位开度变化如图 11 所示。FESS 管壁温度的变化如图 12 所示,由图可



Fig. 10 Inlet and outlet mass flow rate of FESS during the

test one

知,在初始时刻 FESS 内气体的温度和管壁温度均为 288.15K,随着飞行条件的变化,气体的温度不断升 高,气体开始对管壁进行加热致使管壁温度也不断 上升,从710s开始气体温度开始下降,管壁温度上升 的速率也逐渐变慢,到810s时,气体温度与管壁温度 基本相等,之后管壁温度基本保持不变,从940s开 始,气体温度不断升高,管壁温度也在不断升高,直 到仿真结束时管壁温度才到达397K,而气体温度为 487.125K,管壁温度还会不断从气体中获取热量来不 断升温。从上述分析可以看出,管壁对FESS 内气体 温度有较大影响,建模仿真中应考虑其影响以保证 仿真试验的可信度。



Fig. 11 Control valve opening during the test one



Fig. 12 Wall temperature of FESS during the test one

4.2 飞行环境模拟试验2

假定在另一次飞行环境模拟试验中试验发动机 的进气条件经历了由稳态点1→稳态点8→稳态点14 →稳态点21→稳态点27→稳态点28→稳态点35→ 稳态点36的过程,其飞行高度和飞行马赫数的设定 条件如图13所示。试验过程中FESS的高低温路的 进气温度如图14(a)所示,试验过程中FESS的高低温 两路进气压力一致如图14(b)所示。

FESS 对发动机进口温度的模拟结果如图 15 所示。由图 15 可知, FESS 的温度在整个仿真试验过程中均能跟踪发动机进气总温的变化,从图中局部放大图可知,稳态误差和动态误差均<0.1%。

FESS对发动机进口压力的模拟结果如图 16 所示。由图 16 可知, FESS的压力也能跟踪发动机进气



Fig. 13 Test condition of flight environment simulate test

two



Fig. 14 Inlet conditions of two inlets of FESS in test two



Fig. 15 Simulation result of inlet temperature of test engine in test two

总压的变化,从图中局部放大图可知,进气总压的稳态误差小于0.5%,动态误差<0.7%。

FESS高低温两路的进气质量流量和试验发动机的进气质量流量变化如图 17 所示。由图 17 可知,与

上述仿真试验类似,FESS高低温两路的进气质量流量总是随着发动机进气质量流量的变化而变化,以确保FESS对发动机进气条件的模拟。FESS高低温两路控制阀的阀位开度变化如图18所示。



Fig. 16 Simulation result of inlet pressure of test engine in test two



Fig. 17 Inlet and outlet mass flow rate of FESS during the test two



Fig.18 Control valve opening during the test two

FESS管壁温度的变化如图 19 所示,由图可知, 在初始时刻 FESS 内气体的温度和管壁温度均为 288.15K,随着飞行条件的变化,气体的温度不断降低,管壁开始对气体进行加热致使管壁温度也不断 降低,从 610s 开始气体温度开始上升,管壁温度降低 的速率也逐渐变慢,从 940s 开始,随着气体温度进一 步升高,管壁温度开始上升,直到仿真结束时管壁温 度才到达 343.74K,而气体温度为 487.125K。

通过上述分析可知,本文设计的基于LMI极点配 置的 PI 增益调度控制器在 FESS 整个工作包线内均 具有良好鲁棒性能。



Fig.19 Wall temperature of FESS during the test two

5 结 论

通过本文研究,获得以下结论:

(1)本文针对高空台飞行环境模拟系统在整个 工作包线内的温度和压力的控制问题,在考虑管道 传热、执行机构动态以及传感器增益的基础上,提出 了一种基于LMI极点配置的PI增益调度控制器设计 方法。

(2)在 FESS 工作包线内设计了两组飞行环境模 拟试验,来验证设计的 PI 增益调度控制器的鲁棒性 能。数字仿真结果表明,两组飞行环境模拟试验中, FESS 温度的稳态误差和动态误差均小于 0.1%,压力 的稳态误差小于 0.5%,动态误差小于 0.7%,因此,本 文提出的基于 LMI 极点配置的 PI 增益调度控制器设 计方法可为工程上提升 FESS 在工作包线内控制性能 提供理论支撑。

参考文献:

- [1] 侯敏杰.高空模拟试验技术[M].北京:航空工业出版社,2014.
- [2] Zhu M, Wang X. An Integral Type µ Synthesis Method for Temperature and Pressure Control of Flight Environment Simulation Volume[R]. ASME GT 2017-63529.
- [3] 朱美印,裴希同,张 松,等.一种轮盘式特种调节 阀流量特性的修正算法[J].燃气涡轮试验与研究, 2016,29(5):40-45.
- [4] 裴希同,朱美印,张 松,等.一种特种阀流量特性 计算的经验公式迭代方法[J]. 燃气涡轮试验与研究, 2016,29(5):35-39.
- [5] 朱美印,张 松,但志宏,等.一种大口径蝶阀流量
 特性的坐标定位回归算法[J]. 燃气涡轮试验与研究,
 2017,30(4):39-44.
- [6] 王 曦,朱美印,张 松,等.国外高空模拟试车台 控制系统技术发展[J]. 燃气涡轮试验与研究, 2017, 30(6):49-55.
- [7] 朱美印,张 松,但志宏,等.高空台飞行环境模拟
 腔 μ 综合控制设计[J].航空动力学报,2017,32

(12): 3039-3048.

- [8] 张 松,朱美印,但志宏,等.飞行环境模拟腔积分型μ综合控制[J].推进技术,2018,39(3):660-666. (ZHANG Song, ZHU Mei-yin, DAN Zhi-hong, et al. Integral Type μ Synthesis Control of Flight Environment Simulation Volume [J]. Journal of Propulsion Technology, 2018, 39(3):660-666.)
- [9] Davis M, Montgomery P. A Flight Simulation Vision for Aero-Propulsion Altitude Ground Test Facilities [J]. Journal of Engineering for Gas Turbines & Power, 2005, 127(1): 21-31.
- [10] Montgomery P A, Burdette R, Wilhite L, et al. Modernization of a Turbine Engine Test Facility Utilizing a Real-Time Facility Model and Simulation [R]. ASME GT 2001-0573.
- [11] Davis M, Hale A, Beale D. An Argument of Enhancement of the Current Inlet Distortion Ground Test Practice for Aircraft Gas Turbine Engines [J]. Journal of Turbomachinery, 2002, 124(2): 235-241.
- [12] Pachlhofer P M, Joseph W, Dicki D J. Advance in Engine Test Capabilities at the NASA Glenn Research Center's Propulsion System Laboratory[R]. ASME GT 2006-90181.
- [13] Montgomery P, Burdette R, Klepper J, et al. Evolution of a Turbine Engine Test Facility to Meet the Test Needs of Future Aircraft Systems[R]. ASME GT 2002-30605.
- [14] Sabine Köcke. Simulation eines Höhenprüfstands zur Untersuchung der Verdichter-Pumpverhütungs-Regelung
 [D]. Stuttgart: University of Stuttgart, 2009.
- [15] Sebastian Bolk. Entwurf einer Mehrgrößenregelung zur Sollwertfolge am Höhenprüfstand der Universität Stuttgart
 [D]. Stuttgart: University of Stuttgart, 2010.
- [16] Borairi M, Every D V. Design and Commissioning of a Multivariable Control System for a Gas Turbine Engine Test Facility[C]. San Francisco: 25th AIAA Aerodynamic Measurement Technology and Ground Testing Conference, 2006.
- [17] Kalman R, Bertram J. Control System Analysis and Design via the Second Method of Lyapunov: (I) Continu-

ous-Time Systems (II) Discrete Time Systems [J]. Ire Transactions on Automatic Control, 2003, 4(3): 112-112.

- [18] Shamma J S. Analysis and Design of Gain Schedule Control Systems [D]. Boston: Massachusetts Institute of Technology, 1988.
- [19] Ganguli S, Marcos A, Balas G. Reconfigurable LPV Control Design for Boeing 747-100/200 Longitudinal Axis
 [C]. Anchorage: Proceedings of the 2002 American Control Conference, 2002.
- [20] Shamma J S, Cloutier J R. Gain-Scheduled Missile Autopilot Design Using Linear Parameter Varying Transformations[J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1993, 16(2): 256-263.
- [21] Balas G J. Linear, Parameter-Varying Control and Its Application to a Turbofan Engine [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2002, 12(9): 763-796.
- [22] Fialho I, Balas G J, Packard A K, et al. Gain-Scheduled Lateral Control of the F-14 Aircraft During Powered Approach Landing [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 2000, 23(3): 450-458.
- [23] Fialho I, Balas G J. Road Adaptive Active Suspension-Design Using Linear Parameter Varying Gain-Scheduling
 [J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2002, 10(1): 43-54.
- [24] 朱美印,王 曦,但志宏,等.高空台进气控制系统 压力 PI 增益调度控制研究[J].推进技术,2019,40
 (5).(ZHU Mei-yin, WANG Xi, DAN Zhi-hong, et al. Altitude Ground Test Facilities Air Intake Control System Pressure PI Gain Scheduling Control Research[J]. Journal of Propulsion Technology, 2019, 40(5).)
- [25] Cengel Y A. Heat Transfer: A Practical Approach, 2nd Ed[M]. New York: McGraw-Hill College, 2002.
- [26] Gu D W, Petkov P H, Konstantinov M M. Robust Control Design with MATLAB[M]. Glasgow: Springer, 2005.
- [27] Zhu Meiyin, Wang Xi, Dan Zhihong, et al. Two Freedom Linear Parameter Varying μ Synthesis Control for Flight Environment Testbed[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2019, 32(6).

(编辑:梅 瑛)