

双转子轴间滑油颗粒运动轨迹参数化模型^{*}

徐让书, 王酉名, 冯璐璐, 冯建宇

(沈阳航空航天大学 航空发动机学院 辽宁省航空推进系统先进测试技术重点实验室, 辽宁 沈阳 110136)

摘 要: 为研究双转子轴间滑油颗粒运动对环下润滑收油效率及轴承腔油气分离效率的影响, 建立了对转轴间在边界层流场结构下基于质点运动学的滑油颗粒运动轨迹参数化模型, 并采用经实验验证的计算流体力学(CFD)数值计算结果进行验证。双转子轴间的边界层流场结构的确定运用了对湍流边界层卡门三层结构速度分布进行修正的方法。结果表明: 给出的参数化模型可以很好地描述双转子轴间的滑油颗粒运动规律。直径较大的颗粒径直或沿弧线迅速到达外轴, 而直径较小的颗粒中存在一个在给定停留时间内使颗粒无法到达外轴的最大直径, 小于这一临界直径的颗粒在有轴向气流时将被吹离轴间环腔。

关键词: 航空发动机; 参数模型; 转子; 润滑; 流场; 质点运动学; 离散相模型; 颗粒运动轨迹

中图分类号: V228.2 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-4055 (2019) 11-2482-06

DOI: 10.13675/j.cnki. tjjs. 180635

Parametric Model of Lubricant Particle Trajectory in Annulus Inter-Spools

XU Rang-shu, WANG You-ming, FENG Lu-lu, FENG Jian-yu

(Key Laboratory of Advanced Measurement and Test Technique for Aviation Propulsion Systems, Liaoning Province, School of Aero-Engine, Shenyang Aerospace University, Shenyang 110136, China)

Abstract: In order to study the effects of lubricant particle movement in the annulus inter-spools on oil collection efficiency of under-ring lubrication and oil-gas separation efficiency in bearing chamber, a lubricant particle trajectory parametric model was established based on particle kinematics under the boundary layer flow field structure in the annulus inter-spools, and the numerical results of computational fluid dynamics (CFD) verified by experiments were used to verify the model. The boundary layer flow field structure was determined by modifying the velocity distribution of Karman three-layer structure in turbulent boundary layer. The results show that the proposed parametric model can well describe the particle motion law in the annulus inter-spools. The larger particles reach the outer axis directly or along the arc line, and the smaller diameter particles have a maximum diameter that make particles can not reach the outer axis in a given residence time. The particles smaller than this critical diameter will be blown away from the annulus when there is an axial flow.

Key words: Aeroengine; Parameter model; Rotor; Lubrication; Flow field; Particle kinematics; Discrete phase model; Particle motion trajectory

^{*} 收稿日期: 2018-10-12; 修订日期: 2018-11-20。

通讯作者: 徐让书, 硕士, 教授, 研究领域为航空发动机数值仿真。E-mail: xurangshu@Yahoo.com。

引用格式: 徐让书, 王酉名, 冯璐璐, 等. 双转子轴间滑油颗粒运动轨迹参数化模型[J]. 推进技术, 2019, 40(11):2482-2487. (XU Rang-shu, WANG You-ming, FENG Lu-lu, et al. Parametric Model of Lubricant Particle Trajectory in Annulus Inter-Spools[J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2019, 40(11):2482-2487.)

1 引言

随着航空发动机技术的不断发展,航空发动机主轴支承轴承的DN值不断提高。为适应日益苛刻的工作条件,近年来发展了环下供油的润滑方式^[1]。在某些环下供油结构中,滑油从低压转子轴油孔甩出经对转轴间进入高压转子轴油孔,再进入轴承滚动体进行润滑。低压转子与高压转子轴间环腔间距仅为几毫米,内、外轴的转速高达10kr/min,在高速对转的转子轴间存在内、外轴湍流边界层交汇的情况。轴间复杂的流场以及滑油颗粒的不稳定运动给轴间集油结构的设计带来较大困难。因此,研究滑油颗粒在转子轴间的运动规律,给出基于边界层流场结构的参数化模型,对于分析收油效率、油气分离效率以及轴间集油结构和轴承腔结构的改进具有重要意义。

马枚等^[2]使用理论分析的方法研究在不考虑轴间流动边界层的均匀流场结构下油气分离器内颗粒的运动规律。刘艳军等^[3]使用实验方法测定了垂直旋转流场中颗粒的运动特性。冯建美等^[4]和孙秀君等^[5]使用数值模拟的方法模拟了油气分离器内颗粒的运动轨迹,并分析其影响因素。国内外目前对轴间流动和颗粒运动的研究都是针对仅内轴旋转的情况^[2-10],研究成果不能直接应用于内外轴高速对转的复杂流场中,而本文的滑油颗粒运动轨迹模型是在湍流边界层流场结构下给出的,能更加准确地描述滑油颗粒在轴间的运动状态。

由于双转子轴间间隙很小,内、外轴转速很高,对轴间的流动及颗粒运动进行实验测量的难度较大。本文采用理论计算与CFD数值模拟相结合的方法,建立针对双转子轴间流动湍流边界层基于卡门三层结构修正的速度分布,进行轴间颗粒的质点运动学分析,给出颗粒在轴间运动轨迹的参数化模型,并将参数化模型与经实验验证的基于离散相模型的CFD数值计算结果相比较。这个实验验证采用了Glahn等使用相多普勒粒子分析(PDPA)技术对轴承腔内的颗粒运动进行实验测量^[11]的结果。

2 流场数学模型

2.1 轴间流场

本文的计算模型为同心双旋转轴间流场,内、外轴高速对转。轴间流动会出现湍流边界层交汇的情况。根据卡门三层结构理论^[12],内、外轴壁面附近的湍流边界层由层流底层、过渡层及湍流核心区三部

分组成,见图1。

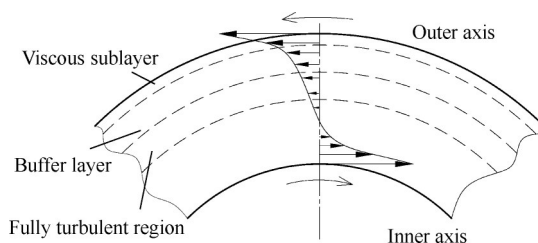


Fig. 1 Tangential velocity distribution in the annulus inter-spools

对于有限长的同心双旋转轴中不可压缩、定常、等温、忽略重力的流体,在圆柱坐标系下忽略轴向流动的Navier-Stokes方程为

$$\begin{aligned} & \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{r \partial \theta} - \frac{\bar{v}^2}{r} = \\ & -\frac{\partial p}{\partial r} + \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial r^2} + \frac{\partial \bar{u}}{r \partial r} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{r^2 \partial \theta^2} - \frac{\bar{u}}{r^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \theta} \right) \\ & \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{r \partial \theta} + \frac{\bar{u} \bar{v}}{r} = \\ & -\frac{\partial p}{r \partial \theta} + \left(\frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial r^2} + \frac{\partial \bar{v}}{r \partial r} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{r^2 \partial \theta^2} - \frac{\bar{v}}{r^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \theta} \right) \end{aligned} \quad (1)$$

式中 ρ 和 μ 分别为流体的密度和粘度。

连续性方程为

$$\frac{\bar{u}}{r} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} + \frac{\partial \bar{v}}{r \partial \theta} = 0 \quad (2)$$

式中 $\bar{u}$ 和 $\bar{v}$ 分别为流体的时均径向速度和时均切向速度。

2.2 轴间速度分布

本节基于湍流边界层速度分布的卡门三层结构,利用旋转流动力矩系数的实验关联式,求得摩擦速度,根据内、外轴边界层速度的连续和光滑条件,建立对转轴间流动的速度分布方程。

卡门三层结构理论给出的湍流边界层速度分布为^[12]

$$\begin{cases} v^+ = Ay^+ & (y^+ \leq 5) \\ v^+ = B \ln y^+ + C & (5 < y^+ \leq 30) \\ v^+ = D \ln y^+ + E & (y^+ > 30) \end{cases} \quad (3)$$

式中 A, B, C, D, E 为常数,对于外掠平板的湍流边界层: $A = 1, B = 5, C = -3.05, D = 2.5, E = 5.5$,无量纲参数 v^+ 及 y^+ 的表达式分别为

$$v^+ = \frac{v_i}{v^*} \quad (4)$$

$$y^+ = \frac{y v^*}{\nu} \quad (5)$$

式中 v_i 为轴间气流的切向速度; v^* 为摩擦速度,其

表达式为

$$v^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad (6)$$

为了计算壁面剪切应力 τ_w ,利用旋转轴力矩系数 C_m 的定义式^[13]

$$C_m = \frac{T_q}{0.5\pi\rho\omega_\phi^2 r^4 l} = \frac{\tau_w 2\pi r^2 l}{0.5\pi\rho\omega_\phi^2 r^4 l} = \frac{4\tau_w}{\rho\omega_\phi^2 r^2} \quad (7)$$

式中 T_q 为壁面剪切应力所产生的力矩, ω_ϕ 为转轴角速度。对于光滑圆筒壁面上的湍流流动,力矩系数的实验关联式为^[13]

$$C_m = \left[\frac{1}{-0.8572 + 1.25 \ln(Re_\phi \sqrt{C_m})} \right]^2 \quad (8)$$

式中 $Re_\phi = \frac{\rho\omega r d_h}{\nu}$ 为旋转雷诺数^[14],特征长度 $d_h = 2(r_2 - r_1)$ 。

迭代求解式(8)求得 C_m ,代入式(7)计算 τ_w ,再由式(6)、式(5)和式(4)求得无量纲数 v^* 及 y^* 。通过式中各层区域的界限 y^* 值即可求出各层的厚度。

内、外轴的湍流核心区交汇处的径向位置可利用速度分布在该点的光滑条件求得,即

$$\frac{dv_{t,1}}{dr} = \frac{dv_{t,2}}{dr} \quad (9)$$

式中下标1表示内轴,下标2表示外轴。令内、外轴的速度分布表达式中的常数 D 相等,并化简得

$$\frac{v_1^*}{r_c - r_1} + \frac{v_2^*}{r_2 - r_c} = 0 \quad (10)$$

由方程(10)求得 r_c ,将其代入内、外轴湍流核心区的速度方程,利用该点处速度连续的条件,并结合旋转轴间流动数值计算的结果,即可求出内、外轴湍流核心区速度方程中的常数 D, E_1 和 E_2 。过渡层及层流底层速度分布中各常数 A, B, C 可根据三层结构中各层速度连续的条件求解。各常数确定后,即可给出在本文工况下修正的卡门三层结构速度分布方程。

轴间的压力分布可根据动量方程 $\frac{dp}{dr} = \rho \frac{v_t^2}{r}$ 确定^[13]。

最后,得到修正的三层结构边界层速度分布如下:

内轴

$$\begin{cases} v_1^* = y_1^* & (y_1^* \leq 5) \\ v_1^* = 5 \ln y_1^* - 3.05 & (5 < y_1^* \leq 30) \\ v_1^* = 2.66 \ln y_1^* + 4.8 & (y_1^* > 30) \end{cases} \quad (11)$$

外轴

$$\begin{cases} v_2^* = 0.58 y_2^* & (y_2^* \leq 5) \\ v_2^* = 3.726 \ln y_2^* - 3.05 & (5 < y_2^* \leq 30) \\ v_2^* = 2.66 \ln y_2^* + 0.8 & (y_2^* > 30) \end{cases} \quad (12)$$

采用CFD方法计算了对转轴间流场,用于确定边界层三层结构速度分布中的部分常数。CFD计算模型使用了雷诺切应力湍流模型,近壁区采用增强壁面处理。模型的计算网格较为精密,网格的壁面 y^+ 值约为1,满足湍流模型近壁区处理的要求。动量方程和雷诺应力输运方程采用二阶迎风格式,压力-速度耦合采用SIMPLE算法。

CFD计算的速度分布与式(11)和式(12)给出的三层结构湍流边界层速度分布的对比如图2。

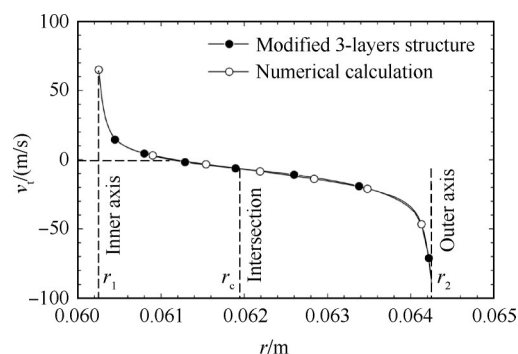


Fig. 2 Velocity distribution comparison of modified 3-layers structure and numerical calculation

3 计算结果及分析

3.1 质点运动学分析

利用修正的边界层速度分布,建立基于质点运动学的颗粒运动轨迹参数化模型。

颗粒在对转轴间受到多种作用力,其中起主导作用的有旋转产生的离心力、气流曳力以及压差力。在圆柱坐标系中径向位置坐标为 r ,周向位置为 θ ;气流密度为 ρ ,径向及切向速度分别为 v_r 和 v_t ;滑油颗粒密度为 ρ_p ,质量为 m_p ,直径为 d_p ,径向及切向速度分别为 u_r 和 u_t 。

颗粒所受的离心力为

$$F_c = m_p \frac{u_t^2}{r} \quad (13)$$

颗粒在轴间所受的气流曳力为^[15]

$$F_r = \frac{\pi d_p^2}{8} C_D \rho \Delta u^2 \quad (14)$$

式中 $\Delta u = \sqrt{u_r^2 + (v_t - u_t)^2}$ 为颗粒和流体间的相对速度。

阻力系数 C_D 与颗粒雷诺数 $Re_p = \frac{d_p \Delta u \rho}{\mu}$ 有

关,表达式为^[16]

$$C_D = a_1 + \frac{a_2}{Re_p} + \frac{a_3}{Re_p^2} \quad (15)$$

对于光滑球形颗粒,文献[16]给出了一定 Re_p 范围内的系数 a_1, a_2, a_3 的值。本文研究的颗粒与气流的粘度比远大于4,球形颗粒不会在高剪切流中出现拉伸破裂^[17],可以看做光滑球形颗粒。

气流曳力的径向分量 $F_{r,r}$ 和切向分量 $F_{r,t}$ 为

$$F_{r,r} = \frac{u_r}{\sqrt{u_r^2 + (v_t - u_t)^2}} F_r \quad (16)$$

$$F_{r,t} = \frac{v_t - u_t}{\sqrt{u_r^2 + (v_t - u_t)^2}} F_r \quad (17)$$

利用径向的欧拉静平衡方程式,由切向速度的径向梯度所产生的压差力 F_p 为^[18]

$$F_p = -\rho \frac{v_t^2}{r} V_p \quad (18)$$

式中 $V_p = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{d_p}{2} \right)^3$ 为颗粒体积。负号表示其受力方向与速度梯度方向相反。

颗粒所受到的上述作用力的合力产生的径向加速度 a_r 和切向加速度 a_t 为

$$a_r = \frac{F_c + F_{r,r} + F_p}{m_p} \quad (19)$$

$$a_t = \frac{F_{r,t}}{m_p} \quad (20)$$

颗粒质点运动学积分方程为

$$u_r = u_{r0} + \int_0^\tau a_r d\tau \quad (21)$$

$$u_t = u_{t0} + \int_0^\tau a_t d\tau \quad (22)$$

$$r = r_0 + \int_0^\tau u_r d\tau \quad (23)$$

$$\theta = \theta_0 + \int_0^\tau \frac{u_t}{r} d\tau \quad (24)$$

式中 u_{r0}, u_{t0} 分别为颗粒径向和切向的初始速度; r_0, θ_0 分别为径向初始位置和周向初始位置。

将式(19)和式(20)代入式(21)和式(22),并完成积分,可得到颗粒在对转轴间的运动方程

$$r = r_0 + \left[\frac{3C_D \rho u_r \Delta u}{8\rho_p d_p} + \frac{u_t^2}{2r} - \frac{\rho v_t^2}{2\rho_p r} \right] \tau^2 \quad (25)$$

$$\theta = \theta_0 + \frac{3C_D \rho (v_t - u_t) \Delta u}{8\rho_p d_p r} \tau^2 \quad (26)$$

$$u_r = u_{r0} + \left[\frac{3C_D \rho u_r \Delta u}{4\rho_p d_p} + \frac{u_t^2}{r} - \frac{\rho v_t^2}{\rho_p r} \right] \tau \quad (27)$$

$$u_t = u_{t0} + \frac{3C_D \rho (v_t - u_t) \Delta u}{4\rho_p d_p} \tau \quad (28)$$

式(25)~式(28)是基于修正的三层结构边界层速度分布的参数化模型。对于一定直径的颗粒,根据轴间环腔几何尺寸、转速等参数,求解式(25)~式(28)即可得到颗粒轨迹。模型中,颗粒运动方程是隐式的非线性方程组,因此需要在每个时间步进行迭代计算,本文编写数值积分程序计算了颗粒运动轨迹。

在这个参数化模型的基础上,可以进一步研究有轴向流动时颗粒的运动规律,并求解一定停留时间内到达外轴的临界直径 $\bar{d}_p$ 。具体计算方法为:根据集油结构或轴承腔的轴向参数确定滑油颗粒在轴间的停留时间 τ_0 ,再将 τ_0 及内外轴半径 r_1 和 r_2 代入式(25),(27)和(28),由于方程组为隐式,将其联立迭代即可求解,具体表达式为

$$\begin{cases} r_2 = r_1 + \left[\frac{3C_D \rho u_r \Delta u}{8\rho_p \bar{d}_p} + \frac{u_t^2}{2r_2} - \frac{\rho v_t^2}{2\rho_p r_2} \right] \tau_0^2 \\ u_r = u_{r0} + \left[\frac{3C_D \rho u_r \Delta u}{4\rho_p \bar{d}_p} + \frac{u_t^2}{r_2} - \frac{\rho v_t^2}{\rho_p r_2} \right] \tau_0 \\ u_t = u_{t0} + \frac{3C_D \rho (v_t - u_t) \Delta u}{4\rho_p \bar{d}_p} \tau_0 \end{cases} \quad (29)$$

3.2 颗粒轨迹方程对比验证

本文将基于质点运动学的参数化模型计算的颗粒轨迹与基于经实验验证的CFD的数值计算结果相比较。实验结构的轴间存在复杂的二次涡流,无法给出轴间速度分布表达式,不能直接用于验证颗粒轨迹参数化模型,因此本文建立了轴承腔的CFD模型,采用离散相模型模拟颗粒的运动,在与实验相同的参数条件下计算了流场和颗粒速度。

这个实验验证采用了Glahn等使用PDPA技术对轴承腔内的颗粒运动进行实验测定^[11]的结果。实验的轴承腔结构和涡量分布如图3,滑油由低压轴上的环槽进入轴承腔,并在气流旋转作用下形成颗粒,实验使用PDPA技术对轴间的颗粒运动进行测量,给出了不同转速下几种直径颗粒的径向及切向速度。

3.2.1 验证CFD计算模型

图4和图5给出了直径为 $50\mu\text{m}$ 颗粒的CFD计算与实验测定的速度对比,可以发现速度曲线的整体趋势较为符合,说明了本文基于离散相模型的数值模拟方法可以模拟轴间的颗粒运动。但由于实验模型的实际结构较为复杂,在转速较高时实验测量的颗粒速度受到二次涡流的较大影响,使得CFD模型

的模拟结果与实验数据在高转速时存在一定误差。

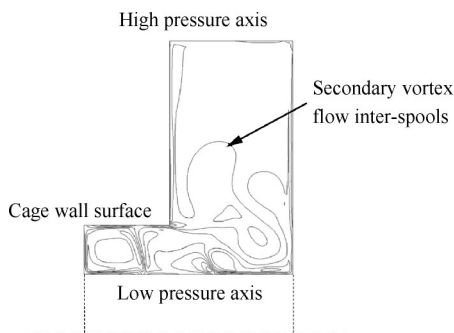


Fig. 3 Bearing chamber structure and vorticity distribution

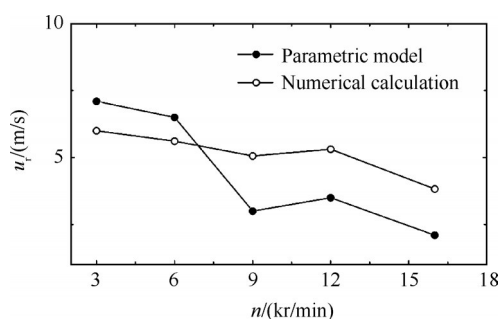


Fig. 4 Particle radial velocity comparison of numerical calculation and experiment

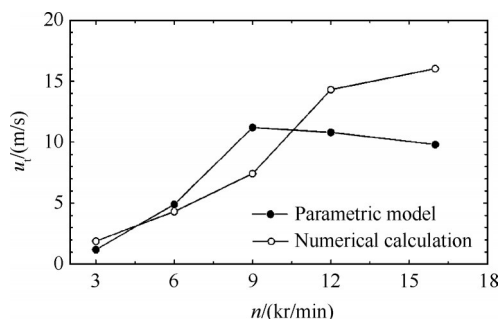


Fig. 5 Particle tangential velocity comparison of numerical calculation and experiment

3.2.2 参数化模型与CFD计算的对比与分析

图6及图7给出了分别使用参数化模型和数值计算得到的直径为 $5\mu\text{m}$ 、 $10\mu\text{m}$ 、 $20\mu\text{m}$ 、 $50\mu\text{m}$ 颗粒以相同初始速度和从同一初始位置出发的切向-径向速度历程和运动轨迹。图6中标示了颗粒到达外轴的时间(其中直径最小的 $5\mu\text{m}$ 颗粒不能到达外轴,标示的是运动一周的时间)。为了便于观察,图7中绘制出了速度廓线,并将轴间的径向坐标比例增大。

从图7中可以看出参数化模型的计算结果与数值计算结果吻合较好。在轴间运动时,大直径颗粒($50\mu\text{m}$)受轴间气流的影响较小,切向速度缓慢减小,在离心力作用下径向速度不断增大,会径直到达外

轴;直径较大的颗粒($20\mu\text{m}$)受气流影响有所增加,切向速度降低显著,径向速度经历加速至减速的过程,并沿弧线到达外轴;直径较小颗粒($10\mu\text{m}$)以与内轴相同的切向速度出发后,内轴边界层速度的迅速减小使颗粒切向速度迅速减小,同时离心力的变化使径向速度经历加速至减速的过程,但径向速度仍大于0,因而能够进入反向的气流,并随之反向运动,并最终能够到达外轴;而直径更小的颗粒($5\mu\text{m}$)径向速度在某一径向位置减小到0,同时切向速度减小到当地的气流速度,颗粒会在轴间随气流做圆周运动。可以推断,存在一个在给定停留时间内不能到达外轴的最大颗粒直径,小于这一临界直径的颗粒在有轴向气流的情况下将被吹离轴间环腔,造成集油结构收油效率以及轴承腔分离效率的损失。

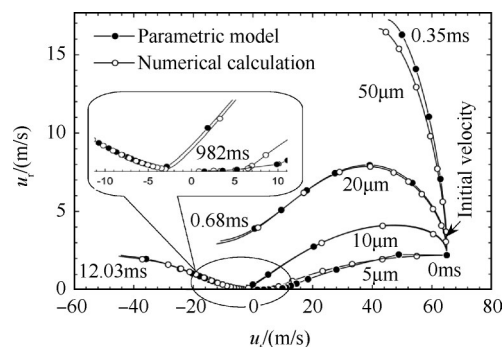


Fig. 6 Particle tangential-radial velocity history

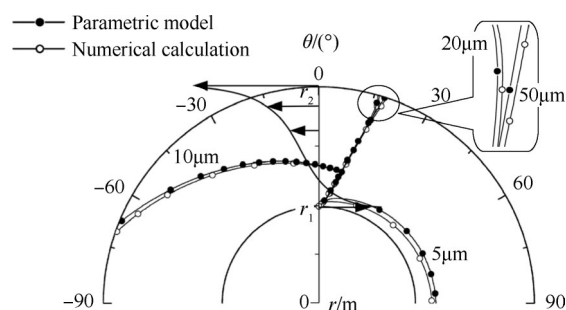


Fig. 7 Particle trajectories

4 结论

本文使用理论计算与数值模拟相结合的方法,建立了对转轴间在边界层流场结构下基于质点运动学的颗粒运动轨迹参数化模型,通过分析得到以下结论:

(1) 针对双转子轴间流动修正了卡门三层结构湍流边界层速度分布,对轴间的颗粒进行质点运动学分析,建立了在边界层流场结构下的颗粒运动轨迹参数化模型。

(2) 使用基于离散相模型的CFD数值方法对参数化模型进行对比分析,两者结果符合较好。通过与实验结果比较,验证了基于离散相模型的CFD数值模拟方法。

(3) 直径较大的颗粒会径直或沿弧线迅速到达外轴,直径较小的颗粒受气流作用影响显著,存在一个在给定停留时间内使颗粒无法到达外轴的最大直径,小于这一临界直径的颗粒在有轴向气流时将被吹离轴间环腔。

基于上述结论,在进行对转轴间集油结构以及轴承腔结构设计时,可以设法延长滑油颗粒在轴间的停留时间,如在轴向增加挡油结构、降低轴向封严空气速度等,以达到增加集油结构收油效率和轴承腔内油气分离效率的目的。

参考文献:

- [1] 李炎军,陈国定,刘亚军,等. 航空发动机主轴承环下供油系统两相分相流动分析[J]. 润滑与密封, 2009, 34(5): 58-61.
- [2] 马枚,赵炜. 航空发动机轴心通风器油气分离技术研究及油滴运行轨迹跟踪[J]. 航空发动机, 1997, (2): 13-16.
- [3] 刘艳军,王恺钊,赖科,等. 垂直旋转流场中单颗粒运动特性分析[J]. 过程工程学报, 2018, 18(2): 294-300.
- [4] 冯健美,畅云峰,屈宗长,等. 油气分离器内油滴运动轨迹的数值模拟[J]. 西安交通大学学报, 2006, 40(7): 771-775.
- [5] 孙秀君,孙海鸥,姜任秋. 油气分离器内油滴轨迹的数值模拟[J]. 应用科技, 2006, 33(10): 69-72.
- [6] Taylor G I. Stability of a Viscous Liquid Contained Between Two Rotating Cylinders[J]. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 1923, A223: 289-343.
- [7] Andereck C D, Liu S S, Swinney H L. Flow Regimes in a Circular Couette System with Independently Rotating Cylinders [J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1985, 12(164): 155-183.
- [8] 刘难生,董宇红,陆夕云,等. 旋转同心圆筒间 Couette-Taylor 流动的数值模拟[J]. 中国科技技术大学学报, 2002, 32(1): 94-100.
- [9] 王军,陈国定,刘亚军. 航空发动机轴承腔中油滴运动与沉积的特性分析[J]. 摩擦学学报, 2010, 30(4): 361-366.
- [10] 陈国定,陈薄,王军,等. 轴承腔中油滴尺寸分布和沉积特性[J]. 机械工程学报, 2011, 47(10): 139-144.
- [11] Glahn A, Kurreck M, Willman M, et al. Feasibility Study on Oil Droplet Flow Investigation Inside Aero Engine Bearing Chambers-PDPA Techniques in Combination with Numerical Approaches[J]. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 1996, 118(4): 749-755.
- [12] 张靖周. 高等传热学[M]. 北京:科学出版社, 2015.
- [13] Peter R N. Rotating Flow[M]. UK: Elsevier Inc, 2011.
- [14] 付德斌,丁水汀,徐国强,等. 有轴向通流的双旋转轴间流动换热的数值模拟[J]. 北京航空航天大学学报, 2003, 29(8): 691-695.
- [15] 车得福,李会雄. 多相流及其应用[M]. 西安:西安交通大学出版社, 2007.
- [16] Rallison J M. The Deformation of Small Viscous Drops and Bubbles in Shear Flow[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 1984, (16): 45-66.
- [17] Morsi S A, Alexander A J. An Investigation of Particle Trajectories in Two-Phase Flow Systems [J]. *Fluid Mechanics*, 1972, 55(2): 193-208.
- [18] 周光炯,严宗毅,许世雄,等. 流体力学[M]. 北京:高等教育出版社, 2000.

(编辑:史亚红)